BAB 1
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Meluasnya penggunaan sirkuit digital, simulasi komputer, dan metode numerik, membuat persamaan diferensial menjadi sangat penting, karena semua itu menggunakan persamaan differensial sebagai konsep dasar.

Dalam masalah rekayasa dibidang fisika, biologi, matematika, dan ilmu terapan lainnya, persamaan diferensial sering ditemui dalam bentuk model matematisnya, di mana dalam masalah-masalah itu ada variabel tak bebas y dan tergantung pada variabel bebas t yang kontinu. Meskipun demikian, dalam banyak penerapannya variabel bebas bisa diambil sebagai nilai-nilai diskrit. Hal inilah yang membawa kepada apa yang dinamakan dengan Persamaan Diferensial.

Model matematis persamaan diferensial tak linier dalam banyak hal menggambarkan keadaan yang lebih mendekati kenyataan dibandingkan dengan model matematis yang digambarkan oleh persamaan diferensial linier. Sebagai contoh persamaan Lotka – Volterra, yang mengkaji mengenai ekosistem yang diperkenalkan sekitar pertengahan tahun 1920. Misalkan *x(t)* dan *y(t)* masing – masing menyatakan banyaknya spesies mangsa (x) dan pemangsa (y) pada saat *t*, persamaan untuk menyatakan interaksi antara mangsa dan pemangsa diberikan sebagai berikut:

$$\frac{dx}{dt} = ax \qquad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy \qquad (2)$$

Dalam persamaan (1) konstanta *a* bernilai, *a* > 0 karena populasi mangsa mempunyai persediaan makanan berlebih dan karena itu jumlah populasi mangsa akan semakin bertambah, sedangkan pada persamaan (2) konstanta *c* bernilai, *c* < 0, karena populasi pemangsa tidak mempunyai persediaan makanan maka jumlah populasi pemangsa akan berkurang jumlahnya. Dalam hal ini dimisalkan bahwa kedua populasi saling berinteraksi sehingga populasi pemangsa (*y*) memakan populasi mangsa (*x*). Maka beralasanlah untuk mengandaikan bahwa jumlah yang memangsa besarnya tiap satuan waktu berbanding lurus dengan *x* (mangsa) dan *y* (pemangsa), yaitu *xy*. Jadi populasi mangsa akan berkurang jumlahnya sebesar bxy sedangkan pemangsa akan bertambah jumlahnya sebesar vxy pada laju yang berbanding lurus dengan xy, yang diberikan pada persamaan (3) dan (4) berikut:

$$\frac{dx}{dt} = ax - bxy \qquad (3)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cy + vxy \qquad (4)$$

Persamaan di atas mengkaji secara matematis mengenai ekosistem yang lebih dikenal dengan persamaan Lotka - Volterra dalam bidang biologi. (Finizio/Ladas:1982)

Dalam bidang fisika terdapat persamaan mekanika tak linier dari gerak ayunan sederhana terdiri dari sebuah bandul B bermassa m pada sepotong tongkat yang ringan dan kaku sepanjang L diikat pada bagian atasnya sedemikian sehingga sistem itu dapat berayun pada bidang vertikal. Ada dua gaya yang bekerja pada bandul tersebut setiap saat t ketika bandul ditarik dan dilepas sehingga terjadi perpindahan bolak-balik pada bidang vertikal. Menurut hukum newton kedua mengenai gerak, kita peroleh persamaan berikut:

$$m\,\frac{d^2s}{dt^2} = -mg\sin\theta.$$ (Finizio/Ladas:1982)

Kebanyakan persamaan diferensial tak linier tidak dapat diselesaikan secara eksak. Cara yang tepat dalam mempelajari persamaan tak linier adalah dengan membuat persamaan itu menjadi “ linier “ yaitu dengan cara menghampiri persamaan tersebut oleh persamaan diferensial linier. Masalahnya adalah bagaimana cara menentukan solusi persamaan diferensial tak linier yang telah dilinierkan dengan menggunakan metode Runge-Kutta.

Dalam penulisan ini, penulis hanya membahas persamaan diferensial tak linier dan aplikasinya pada persamaan lotka-voltera dan persamaan pendulum. Selain itu juga akan dibahas salah satu metode yang akan digunakan untuk mendapatkan solusi persamaan diferensial tak linier yang telah dilinierkan, dengan menggunakan Metode Runge-Kutta. Berdasarkan hal tersebut di atas maka penulis mengambil judul tugas akhir **“STUDI TENTANG SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL TAK LINIER PADA PERSAMAAN LOTKA –VOLTERRA DAN PERSAMAAN PENDULUM DENGAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE-KUTTA”.**

1.2 Batasan Masalah

1. Persamaan diferensial tak linier yang dibahas hanya mencakup persamaan diferensial tak linier orde pertama dan kedua.
2. Untuk memudahkan pembahasan maka dalam skripsi ini permasalahan dibatasi untuk sistem persamaan diferensial tak linier yang pelinierannya sederhana.
3. Penelitian ini hanya membahas penyelesaian dari masalah persamaan diferensial tak linier pada persamaan lotka-voltera dalam bidang biologi dan persamaan pendulum dalam bidang fisika, dengan menggunakan metode runge-kutta.
4. Aplikasi dalam penelitian ini menyangkut hal bagaimana mengaplikasikan metode Runge-Kutta untuk menentukan solusi numerik dari persamaan diferensial tak linier pada persamaan lotka-voltera dan persamaan pendulum.

1.3 Rumusan Masalah

1. Bagaimana menentukan solusi dari persamaan diferensial tak linier yang telah dilinierkan, pada persamaan Lotka – Volterra dan persamaan Pendulum dengan menggunakan metode runge-kutta?
2. Bagaimana aplikasi persamaan diferensial tak linier pada persamaan lotka-voltera dan persamaan pendulum ?

1.4 Tujuan Penelitian

1. Mendapatkan solusi dari persamaan diferensial tak linier yang telah dilinierkan dengan menggunakan metode Runge-Kutta
2. Dapat mengaplikasikan persamaan diferensial tak linier dalam persamaan lotka-voltera dan persamaan pendulum serta menyelesaikan permasalahannya dengan menggunakan metode Runge-Kutta

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat penelitian ini sebagai berikut:

1. Untuk mendapatkan wawasan dan pengetahuan tentang persamaan diferensial tak linier serta menentukan solusinya dengan menggunakan metode Runge – Kutta.
2. Untuk mendapatkan wawasan dan pengetahuan tentang penggunaan persamaan diferensial tak linier dalam setiap bidang yang nyata, khususnya pada contoh persamaan lotka-voltera dan persamaan pendulum.
3. Dapat digunakan sebagai dasar untuk melakukan penelitian yang berkaitan dengan persamaan diferensial tak linier dalam setiap bidang ilmu pengetahuan.