Kajian Literatur: Penggunaan GeoGebra 3D dalam Pembelajaran Kalkulus Multivariabel

Agus Hermawan Lumbangaol[1*], Disa Martia[2], Eblita Rosa Depari[3], Faradhiya Khairani[4], Intan Stella Nadeak[5], Lucky Marcelino Firdaus[6], Meryana Panjaitan[7], Mudia Zahira[8]
[1,2,3,4,5,6,7,8] Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
*Corresponding Author: aguslumbangaol0308@gmail.com

Abstrak

Pembelajaran kalkulus multivariabel sering menjadi tantangan bagi mahasiswa karena menuntut kemampuan visualisasi ruang tiga dimensi, khususnya pada materi integral ganda, permukaan, dan volume. Perkembangan teknologi pembelajaran menghadirkan GeoGebra 3D sebagai media interaktif yang memungkinkan representasi objek matematika secara dinamis, sehingga berpotensi membantu mahasiswa memahami konsep abstrak. Penelitian ini bertujuan melakukan kajian literatur sistematis mengenai efektivitas penggunaan GeoGebra 3D dalam pembelajaran kalkulus multivariabel. Sumber data diperoleh dari jurnal nasional dan internasional bereputasi tahun 2015–2025 yang memiliki fokus pada visualisasi 3D, kemampuan spasial, dan pemahaman konsep integral ganda. Analisis dilakukan melalui reduksi data, kategorisasi tematik, dan sintesis hasil penelitian. Kajian menunjukkan bahwa GeoGebra 3D secara konsisten meningkatkan kemampuan visualisasi ruang, memperbaiki pemahaman mahasiswa terhadap batas integrasi, bentuk region pada bidang xy, serta volume antara permukaan. Selain itu, penggunaan GeoGebra 3D terbukti meningkatkan motivasi dan keterlibatan mahasiswa dalam proses pembelajaran. Berdasarkan sintesis, GeoGebra 3D dapat direkomendasikan sebagai media pendukung utama dalam pembelajaran kalkulus multivariabel di perguruan tinggi. Penelitian selanjutnya disarankan mengeksplorasi pengaruh kuantitatifnya terhadap capaian pembelajaran secara lebih mendalam.
Kata kunci: GeoGebra 3D; Kalkulus Multivariabel; Integral Ganda; Visualisasi Matematika; Studi Literatur

Abstract

Learning multivariable calculus is often challenging for students because it demands the ability to visualize three-dimensional space, particularly when dealing with double integrals, surfaces, and volumes. The development of learning technology has introduced GeoGebra 3D as an interactive medium that allows for the dynamic representation of mathematical objects, thus potentially helping students understand abstract concepts. This study aims to conduct a systematic literature review on the effectiveness of using GeoGebra 3D in multivariable calculus instruction. Data sources were obtained from reputable national and international journals from 2015–2025 that focused on 3D visualization, spatial ability, and understanding of double integral concepts. The analysis was conducted thru data reduction, thematic categorization, and synthesis of research findings. Studies show that GeoGebra 3D consistently improves spatial visualization skills, enhances students' understanding of integration limits, the shapes of regions in the xy-plane, and the volume between surfaces. Additionally, using GeoGebra 3D has been proven to increase students' motivation and engagement in the learning process. Based on the synthesis, GeoGebra 3D can be recommended as the primary supporting medium in multivariable calculus learning at the university level. Further research is suggested to explore its quantitative impact on learning achievement in more depth.
Keywords: *GeoGebra 3D, Multivariable Calculus; Double Integral; Mathematical Visualization; Literature Study*

Citation: Lumbangaol, A. H., dkk. (2025). Kajian Literatur: Penggunaan GeoGebra 3D dalam Pembelajaran Kalkulus Multivariabel. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 859 – 863.

PENDAHULUAN

Perkembangan pesat teknologi di era digital telah membawa konsekuensi logis berupa tuntutan terhadap integrasi teknologi dalam sistem pendidikan, yang bertujuan untuk mengoptimalkan proses belajar mengajar dan meningkatkan efektivitas capaian hasil belajar mahasiswa (Setiawan, 2024). Dalam konteks pendidikan tinggi, khususnya pada disiplin ilmu matematika, mata kuliah Kalkulus sering diidentifikasi sebagai salah satu materi yang paling kompleks dan menantang. Tantangan terbesar muncul pada Kalkulus Multivariabel, yang merupakan mata kuliah fundamental di banyak program studi sains dan teknologi. Keberhasilan dalam mata kuliah ini sangat bergantung pada kemampuan mahasiswa untuk merepresentasikan dan memvisualisasikan objek matematis dalam ruang tiga dimensi (3D), terutama grafik fungsi dengan dua variabel (Zuliana et al., 2023).

Pendekatan pengajaran konvensional, yang mengandalkan representasi statis dari buku teks atau ilustrasi di papan tulis, terbukti tidak memadai untuk menjelaskan konsep 3D secara komprehensif, sehingga sulit dipahami oleh sebagian besar mahasiswa. Kesulitan dalam membangun pemahaman visual dan spasial terhadap objek 3D secara mental ini menjadi hambatan utama yang dapat menghambat pemahaman konseptual. Lebih lanjut, kesulitan ini membatasi kemampuan pemecahan masalah dan secara langsung berdampak negatif terhadap hasil belajar mahasiswa (Arfinanti, 2017). Menyikapi adanya jurang antara abstraksi konsep dan visualisasi yang dibutuhkan, diperlukan media pembelajaran

yang inovatif, yang mampu menyajikan materi kalkulus secara dinamis dan interaktif. Sebagai respons terhadap kebutuhan visualisasi ini, perangkat lunak matematika dinamis, yaitu GeoGebra, telah diakui sebagai alat yang memiliki potensi besar dalam pembelajaran kalkulus.

GeoGebra menawarkan solusi melalui fasilitas visualisasi tiga dimensinya, khususnya melalui aplikasi GeoGebra 3D Graphing Calculator. GeoGebra memungkinkan mahasiswa untuk berinteraksi secara aktif dengan objek matematika; memutar grafik dan mengubah parameter secara real-time. Kemampuan dinamis ini sangat esensial untuk memahami topik-topik Kalkulus Multivariabel (Zuliana et al., 2023). Sebuah tinjauan literatur sistematis menegaskan bahwa pemanfaatan GeoGebra efektif dalam meningkatkan pemahaman konseptual mahasiswa, tidak hanya pada visualisasi fungsi, tetapi juga pada konsep limit, turunan, dan integral, serta meningkatkan keterampilan pemecahan masalah (Sari et al., 2024).

Software GeoGebra adalah salah satu *software* yang populer digunakan dalam pembelajaran kalkulus dan geometri. Sofware ini dapat diunduh secara gratis pada laman http://www.GeoGebra.org. Nama GeoGebra berasal dari gabungan kata *Geometry* (geometri) dan *Algebra (aljabar)*. Namun, perangkat ini tidak terbatas pada dua bidang tersebut karena juga dapat digunakan untuk berbagai topik matematika lainnya (Isman, 2016). Penggunaan GeoGebra menawarkan beberapa kelebihan, antara lain: (1) pembuatan gambar menjadi lebih cepat dan akurat dibandingkan menggambar secara manual dengan pensil, penggaris, atau jangka, dan (2) fitur animasi serta kemampuan memanipulasi objek (*dragging*) memberikan siswa pengalaman visual yang lebih kuat sehingga memudahkan mereka memahami konsep-konsep matematika (Wulandari, 2019).

Inovasi media pembelajaran berbasis GeoGebra telah melahirkan pengembangan media spesifik seperti KALMUL Software Assited by GeoGebra, yang dirancang sebagai media baru untuk pembelajaran Kalkulus Multivariabel dengan optimalisasi visualisasi 3D (Zuliana et al., 2023). Selain itu, GeoGebra juga dapat diintegrasikan dengan teknologi imersif. Studi implementasi GeoGebra 3D Calculator yang didukung oleh Augmented Reality (AR) menunjukkan kemampuannya dalam menyediakan visualisasi grafik 3D dari fungsi dua variabel, menawarkan pengalaman belajar yang lebih mendalam (Cheong et al., 2024). Dampak positif penggunaan GeoGebra ini juga terbukti dalam peningkatan hasil belajar. Penelitian menunjukkan bahwa pendekatan pembelajaran berbasis e-learning berbantuan GeoGebra memberikan pengaruh signifikan terhadap hasil belajar mahasiswa, bahkan setelah kemampuan spasial dikontrol sebagai kovariabel. Hal ini memperkuat temuan bahwa GeoGebra mendukung pencapaian hasil belajar yang lebih baik (Setiawan, 2024). Di sisi lain, berdasarkan survei, persepsi mahasiswa terhadap penggunaan GeoGebra sebagai multimedia pembelajaran dalam Kalkulus Multivariabel menunjukkan respons positif, yang mengindikasikan adanya motivasi belajar yang tinggi (Arfinanti, 2017).

Meskipun potensi GeoGebra telah terbukti secara empiris dalam mengatasi kesulitan visualisasi dan meningkatkan capaian belajar, eksplorasi dan optimalisasi implementasinya secara terstruktur masih sangat dibutuhkan dalam berbagai lingkungan belajar Kalkulus di Indonesia. Berdasarkan latar belakang tantangan dan potensi solusi teknologi ini, tulisan ini bertujuan untuk menganalisis peran GeoGebra dalam memfasilitasi visualisasi dinamis pada topik-topik Kalkulus, serta mengkaji dampak dan persepsi mahasiswa terhadap penggunaan multimedia pembelajaran berbantuan GeoGebra dalam meningkatkan pemahaman konseptual, kemampuan spasial, dan hasil belajar pada mata kuliah Kalkulus. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi berupa rekomendasi praktis bagi pengembangan kurikulum dan media pembelajaran Kalkulus berbasis teknologi di masa depan.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan jenis penelitian berupa studi literatur dengan pendekatan kualitatif deskriptif yang melewati tahapan sistematis, yaitu perumusan tujuan dan pertanyaan penelitian, penentuan kriteria inklusi dan eksklusi, serta penetapan sumber data. Proses pencarian dilakukan menggunakan kata kunci yang relevan dan kemudian dilakukan pengecekan ulang untuk menghapus duplikasi sebelum masuk ke tahap *screening* judul, abstrak, dan *full text*. Studi yang lolos seleksi tersebut akan dinilai kualitasnya dan diekstrak ke dalam bentuk tabel yang berisi informasi-informasi penting dari studi tersebut. Data yang sudah terkumpul akan dianalisis dengan teknik analisis tematik dalam kerangka pendekatan kualitatif deskriptif untuk menghasilkan deskripsi komprehensif mengenai pola, persamaan, perbedaan, dan lain-lainnya. Seluruh proses dilakukan dengan prinsip *trustworthiness* dan dilaporkan menggunakan struktur pelaporan berdasarkan peta temuan literatur yang tersedia.

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel 1. Analisis Temuan dari Artikel/Jurnal

No	Penulis & Tahun	Tujuan Penelitian	Metode	Temuan Utama
1	Zuliana, Arfinanti, Jati, & Ramadhan (2023)	Mengembangkan media pembelajaran kalkulus multivariabel berbasis GeoGebra	R&D model 4-D	Media valid dan sangat baik pada uji ahli & uji coba
2	Sari, Ayusman, Agus, & Nahdi	Mendeskripsikan pemanfaatan GeoGebra dalam kalkulus	Systematic literature review	GeoGebra sangat berharga dalam pembelajaran kalkulus
3	Lepellere (2021)	Menilai penggunaan aplikasi nyata & GeoGebra	Proyek + analisis refleksi	Meningkatkan visualisasi, pemahaman, dan motivasi
4	Rani & Antony (2025)	Mengukur efektivitas GeoGebra pada pemecahan masalah	Quasi eksperimen (One Group Pretest–Posttest)	Peningkatan signifikan kemampuan pemecahan masalah
5	Sari, Munawwir, & Idayani (2025)	Mengukur volume benda putar menggunakan GeoGebra	Deskriptif–eksploratif	Hasil hampir sama dengan analitik (selisih <1%)
6	Cheong, Chu, Ng, & Yeo (2016)	Menilai efektivitas GeoGebra 3D + AR	Quasi eksperimen	AR lebih efektif dibanding PowerPoint
7	Mendez & Aviles (2025)	Mengukur peningkatan kecerdasan spasial	Quasi eksperimen	Peningkatan signifikan pada visualisasi & rotasi spasial
8	Aba, Cholily, Baiduri, Inganah, Wula, & Rahardjanto (2025)	Mengurangi kecemasan matematika	Pretest–posttest 1 kelompok	GeoGebra menurunkan kecemasan matematika
9	Aprilian (2024)	Menilai efektivitas GeoGebra	Literature review	GeoGebra meningkatkan pemahaman konsep
10	Setiawan (2024)	Mengukur pengaruh e-learning + GeoGebra	Quasi eksperimen (covariate)	Perbedaan hasil belajar signifikan setelah kontrol kemampuan spasial
11	Pfeiffer, Ndlovu, & Oladele (2025)	Memahami transformasi fungsi melalui GeoGebra	Kualitatif	GeoGebra mendukung orkestrasi instrumental & abstraksi
12	Silva & Nos (2023)	Menghitung volume poliedron via komposisi-dekomposisi	Demonstratif–eksploratif	GeoGebra efektif memvisualisasikan & hasil konsisten dengan referensi
13	Arfinanti (2017)	Mengetahui persepsi mahasiswa	Kualitatif	Persepsi positif terhadap GeoGebra

Tabel 2. Matriks Perbandingan Antar Jurnal

Jurnal	Fokus Kajian	Metode Penelitian	Instrumen/ Analisis	Temuan Utama	Kelebihan	Kekurangan
Jurnal 1	Pengembangan media kalkulus multivariabel berbasis GeoGebra	R&D (model 4-D)	Validasi ahli, angket respon	Media GeoGebra valid & sangat baik digunakan	Visualisasi kuat, mudah diakses	Materi terbatas, efektivitas jangka panjang belum diuji
Jurnal 2	Kajian pemanfaatan GeoGebra dalam kalkulus	Systematic Literature Review	Analisis artikel	GeoGebra sangat berharga dalam pembelajaran kalkulus	Data luas & komprehensif	Tidak uji langsung pada siswa
Jurnal 3	Penggunaan aplikasi nyata + GeoGebra untuk kalkulus multivariabel	Studi kasus	Proyek mahasiswa, laporan refleksi	GeoGebra tingkatkan visualisasi & motivasi	Menghubungkan matematika & konteks nyata	Tidak mengukur peningkatan belajar secara kuantitatif
Jurnal 4	Efektivitas GeoGebra untuk pemecahan masalah	Quasi-eksperimen (pretest–posttest)	Tes esai tervalidasi	GeoGebra tingkatkan kemampuan pemecahan masalah	Data kuantitatif kuat	Tanpa kelompok control
Jurnal 5	Volume benda putar dengan GeoGebra 3D	Deskriptif–eksploratif	Eksperimen di GeoGebra, verifikasi analitik	Hasil GeoGebra hampir sama dengan analitik (<1%)	Visualisasi 3D kuat & akurat	Tidak melibatkan peserta didik
Jurnal 6	GeoGebra 3D + AR untuk kalkulus multivariabel	Quasi-eksperimen	Survei, observasi, uji statistik	AR lebih efektif daripada PPT	Visualisasi 360°, interaktif	Kendala teknis AR & perangkat

Jurnal 7	AR + GeoGebra 3D untuk kecerdasan spasial	Quasi-eksperimen	Tes PSVT:R, tes akademik, angket	Peningkatan signifikan kemampuan spasial	Instrumen valid, data kuat	Sampel kecil, durasi singkat
Jurnal 8	GeoGebra untuk mengurangi kecemasan matematika	Pretest–posttest 1 kelompok	Kuesioner kecemasan + uji statistik	GeoGebra menurunkan kecemasan matematika	Visualisasi membantu	Tanpa kelompok control
Jurnal 9	Efektivitas GeoGebra untuk pemahaman konsep	Literature review	Analisis dokumen	GeoGebra meningkatkan pemahaman matematis	Hasil konsisten	Bergantung kualitas artikel
Jurnal 10	E-learning berbantuan GeoGebra	Quasi-eksperimen (dgn covariate)	Tes spasial & tes hasil belajar	Hasil belajar meningkat signifikan	Desain kuat & analisis lengkap	Sampel terbatas
Jurnal 11	GeoGebra untuk transformasi fungsi & grafik	Kualitatif	Observasi & wawancara	Mendukung orkestrasi instrumental & pemahaman abstraksi	Insight mendalam	Tidak memberi data kuantitatif
Jurnal 12	GeoGebra 3D untuk polyhedra & volume	Studi demonstratif–eksploratif	GeoGebra 3D, verifikasi kalkulator eksternal	Visualisasi ruang kompleks efektif	Akurat & mudah diverifikasi	Tanpa sampel siswa
Jurnal 13	Persepsi mahasiswa terhadap GeoGebra	Kualitatif	Angket, wawancara, observasi	Persepsi mahasiswa positif	Triangulasi data lengkap	Tidak mengkaji dampak hasil belajar

Berdasarkan tabel 2 fokus kajian seluruh jurnal menekankan efektivitas GeoGebra (termasuk GeoGebra 3D dan AR) dalam meningkatkan pemahaman konsep, visualisasi, motivasi, serta menurunkan kecemasan matematika. Selain itu beberapa jurnal fokus pada pengembangan media, eksplorasi integral/volume, dan penerapan dalam konteks nyata. Kemudian untuk metode penelitian mayoritas penelitian menggunakan metode quasi-eksperimen untuk mengukur dampak penggunaan GeoGebra secara kuantitatif. Sebagian lainnya menggunakan pendekatan kualitatif untuk memahami persepsi atau proses belajar, sementara beberapa studi berupa R&D (pengembangan media) dan literature review. Dominasi metode eksperimen dan deskriptif menunjukkan bahwa penelitian GeoGebra telah mencakup baik evaluasi empiris maupun eksplorasi konseptual. Sedangkan untuk instrumen penelitian, Instrumen yang digunakan bervariasi, meliputi tes prestasi belajar, tes kemampuan spasial, kuesioner, lembar observasi, validasi ahli, serta dokumentasi dan analisis perangkat lunak (GeoGebra 2D/3D/AR). Analisis data mencakup statistik deskriptif, uji prasyarat, uji-t, desain faktorial, serta triangulasi data. Keragaman instrumen ini menunjukkan bahwa penelitian GeoGebra menggabungkan evaluasi performa akademik, persepsi, dan aspek teknis visualisasi.

Untuk temuan utama, Seluruh jurnal melaporkan temuan positif, seperti meningkatnya pemahaman konsep, kemampuan pemecahan masalah, kecerdasan spasial, motivasi, serta pengalaman belajar yang lebih bermakna. GeoGebra juga terbukti menurunkan kecemasan matematika, mendekatkan hasil visualisasi ke hasil analitik, dan memberikan representasi 3D/AR yang memudahkan eksplorasi konsep abstrak. Secara umum, GeoGebra meningkatkan efektivitas pembelajaran matematika pada berbagai topik. Sementara untuk Kelebihan utama yang konsisten adalah kemampuan GeoGebra menghadirkan visualisasi interaktif, akurat, dan mudah diakses. GeoGebra 3D dan AR memperkuat representasi spasial, memudahkan pemahaman grafik kompleks, dan meningkatkan motivasi belajar. Sebagian penelitian menunjukkan desain instrumen yang kuat, validitas data yang baik, serta dukungan teknologi yang relevan dengan pembelajaran modern. Secara keseluruhan, GeoGebra menjadi alat yang fleksibel dan efektif di banyak konteks matematika. Namun ada beberapa kekurangan yang muncul mencakup keterbatasan sampel, tidak adanya kelompok kontrol pada beberapa studi, cakupan materi yang sempit, dan ketergantungan pada perangkat serta kemampuan teknis pengguna. Dalam penelitian eksploratif, tidak ada data hasil belajar siswa, sementara studi persepsi tidak dapat mengukur peningkatan akademik secara langsung. Tantangan teknis seperti AR, perangkat lama, serta keterampilan digital juga menjadi hambatan yang sering dilaporkan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan sintesis terhadap jurnal-jurnal yang dikaji, dapat disimpulkan bahwa penggunaan GeoGebra secara konsisten memberikan dampak positif dalam pembelajaran matematika. Analisis temuan menunjukkan bahwa sebagian besar penelitian berhasil membuktikan peningkatan pemahaman konsep, kemampuan pemecahan masalah, serta kemampuan visualisasi siswa ketika GeoGebra digunakan sebagai media pembelajaran. Sintesis pada tabel perbandingan juga memperlihatkan bahwa, meskipun setiap jurnal memiliki fokus materi dan metode penelitian yang

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan

berbeda, pola hasil yang muncul tetap serupa: visualisasi interaktif yang diberikan GeoGebra membantu siswa membangun pemahaman yang lebih kuat dan lebih konkret terhadap konsep abstrak.

Selain itu, pembahasan yang didukung teori dan data memperlihatkan bahwa GeoGebra tidak hanya berfungsi sebagai alat bantu visual, tetapi juga sebagai sarana eksplorasi yang memperkaya proses pembelajaran. Penelitian yang memanfaatkan GeoGebra 3D dan AR menunjukkan efek yang lebih kuat pada kemampuan spasial, sedangkan studi literatur dan kualitatif menegaskan bahwa persepsi siswa dan pengalaman belajar secara umum menjadi lebih positif. Dengan demikian, kesimpulan pembahasan ini menegaskan bahwa temuan dari berbagai penelitian saling menguatkan: GeoGebra merupakan media yang efektif, adaptif, dan relevan untuk mendukung proses pembelajaran matematika secara lebih bermakna.

DAFTAR PUSTAKA

Arfinanti, N. (2017). Persepsi Mahasiswa Terhadap Penggunaan Software Geogebra Sebagai Multimedia Pembelajaran Matakuliah Kalkulus Multivariabel. *Al-Khwarizmi: Jurnal Pendidikan Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,* 5(1), 1–12.

Cheong, K. H., Chu, C. E., N, W. K., & Yeo, D. J. (2024). Implementing GeoGebra 3D Calculator With Augmented Reality in Multivariable Calculus Education. *IEEE Access*, 12, 85455-85464.

Isman, M. N. (2016). Pemanfaatan Program Geogebra dalam Pembelajaran Matematika. *Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 1(5), 10-19.

Sari, N. H. M., Ayusman, M. H., Agus, M., & Nahdi, A. L. (2024). Pemanfaatan GeoGebra dalam Pembelajaran Kalkulus: Systematic Literature Review. *Prosiding Santika 4,* 429–438.

Setiawan, I. M. D. (2024). Pengaruh Pembelajaran Berbasis e-Learning Berbantuan Geogebra terhadap Hasil Belajar Matematika Komputer dengan Kovariabel Kemampuan Spasial. *PENDIPA Journal of Science Education,* 9(1), 124–131.

Wulandari, D. A. (2019). Pemanfaatan Geogebra dalam Pembelajaran Grafik Fungsi pada Ranah Kompetensi Keterampilan. *PROSIDING SEMINAR NASIONAL PENDIDIKAN PROGRAM PASCASARJANA UNIVERSITAS PGRI PALEMBANG.* Tersedia : file:///C:/Users/HP/Downloads/admin,+Diarani+Ariesta+Wulandari.pdf.

Zuliana, S. U., Arfinanti, N., Jati, W. D., & Ramadhan, F. A. (2023). KALMUL Software Assited by GeoGebra (A New Media for Learning Multivariable Calculus). *QUADRATIC: Journal Of Innovation and Techonlogy in Mathematics and Mathematics Education,* 3(1), 30–38.