Optimasi Desain Lahan Pertanian untuk Memaksimalkan Hasil Panen Menggunakan Kalkulus Multivariable dan Pendekatan Berbasis AI

Dave Marcellino Sancia[1*], Yohana Herlin Siburian[2], Margaretha Djanius Ndona[3], Tiara Sondang Sianipar[4], Silvia Lasma Lumban Toruan[5], Fanny Grisella Pakpahan[6], Puji Novitri Siagian[7], Jon Felix Purba[8]
[1,2,3,4,5,6,7,8] Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
* Coresponding Author: davemarcellino03@gmail.com

Abstrak

Artikel ini meneliti pemodelan matematika dan optimasi kalkulus multivariabel untuk memaksimalkan hasil pertanian yang mengalami tekanan besar karena variabilitas kondisi lahan dan lingkungan. Proses optimasi dilakukan dengan menganalisis hubungan antarvariabel dan batasan yang ada, kemudian diperkuat dengan prediksi AI sederhana untuk memastikan model sesuai pola data pertanian. Hasil akhirnya dievaluasi agar relevan secara agronomis dan mendukung praktik pertanian presisi yang lebih efisien. Hasil penelitian menunjukkan bahwa intensitas irigasi memiliki pengaruh paling kuat terhadap hasil panen, sementara pupuk dan ukuran lahan memberikan pengaruh moderat, secara kolektif membentuk hubungan nonlinier dengan optimum yang jelas. Integrasi optimasi matematika dengan prediksi berbasis data memberikan kerangka kerja yang lebih andal untuk menentukan tingkat input yang efisien, mencegah penggunaan berlebihan, dan meningkatkan produktivitas. Pendekatan ini meningkatkan pengambilan keputusan, mendukung hasil panen yang lebih tinggi, dan selaras dengan praktik pertanian presisi yang berkelanjutan. Secara keseluruhan, pendekatan gabungan ini menunjukkan bahwa kalkulus multivariabel, yang diperkuat oleh wawasan AI, dapat secara efektif memandu pertanian presisi menuju hasil panen yang berkelanjutan dan maksimal.
Kata kunci: Optimasi multivariabel; Pengali Lagrange; Model agrikultur

Abstract

This article examines mathematical modeling and multivariable calculus optimization to maximize agricultural yields under pressure from variable land and environmental conditions. The optimization process involves analyzing relationships between variables and constraints, then augmented with simple AI predictions to ensure the model fits agricultural data patterns. The final results are evaluated for agronomic relevance and support for more efficient precision agriculture practices. The results indicate that irrigation intensity has the strongest influence on yield, while fertilizer and field size moderate the effects, collectively forming a nonlinear relationship with a clear optimum. The integration of mathematical optimization with data-driven predictions provides a more robust framework for determining efficient input levels, preventing overuse, and increasing productivity. This approach improves in decision-making, supports higher yields, and aligns with sustainable precision agriculture practices. Overall, this combined approach demonstrates that multivariable calculus, augmented by AI insights, can effectively guide precision agriculture toward sustainable and maximized yields.
***Keywords**: Multivariable optimization ; Lagrange multipliers ; Agricultural modelling*

Citation: Sancia, D. M., dkk. (2025). Optimasi Desain Lahan Pertanian untuk Memaksimalkan Hasil Panen Menggunakan Kalkulus Multivariable dan Pendekatan Berbasis AI. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 56 - 62

PENDAHULUAN

Pertanian merupakan sektor krusial yang menopang ketahanan pangan global, terutama dalam menghadapi peningkatan jumlah penduduk dunia yang diperkirakan mencapai 9,7 miliar pada tahun 2050. Dengan keterbatasan lahan subur akibat alih fungsi lahan, degradasi tanah, dan perubahan iklim, produksi pangan menghadapi tekanan yang semakin besar. Pada saat yang sama, variabilitas karakteristik lahan, seperti perbedaan topografi, tingkat kesuburan tanah, dan pola curah hujan, menyebabkan setiap petak lahan memiliki respons yang berbeda terhadap perlakuan pertanian. Kondisi ini menunjukkan bahwa pendekatan seragam dalam pengelolaan lahan tidak lagi memadai, sehingga dibutuhkan strategi yang lebih adaptif dan berbasis data. Beberapa penelitian menyatakan bahwa produksi pangan hanya dapat ditingkatkan secara

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan

berkelanjutan jika dilakukan pengelolaan variabel pertanian secara presisi, termasuk air, pupuk, dan intensitas tanam (Aroba & Rudolph, 2024; Sanyaolu & Sadowski, 2024).

Di tengah tantangan tersebut, konsep precision agriculture atau pertanian presisi muncul sebagai pendekatan yang mampu memanfaatkan teknologi untuk memberikan perlakuan berbeda pada setiap bagian lahan sesuai kebutuhannya. Pertanian presisi memanfaatkan data spasial, citra satelit, sensor tanah, drone, serta Internet of Things (IoT) untuk mengidentifikasi variabilitas kondisi lahan secara real-time. Aroba dan Rudolph (2024) menunjukkan bahwa integrasi AI dalam pertanian presisi memberikan peningkatan akurasi dalam pengelolaan air, pupuk, dan pestisida sehingga efisiensi penggunaan input meningkat secara signifikan. Sementara itu, Sanyaolu dan Sadowski (2024) menekankan bahwa penerapan pertanian presisi bukan hanya meningkatkan produktivitas, tetapi juga mengurangi dampak lingkungan melalui penurunan penggunaan input kimia dan air. Efisiensi tersebut semakin penting mengingat pertanian menyerap lebih dari 80% total konsumsi air tawar global, dan sebagian besar penggunaannya masih tidak efisien.

Dalam perkembangan teknologi pertanian modern, Artificial Intelligence (AI) memainkan peranan yang semakin penting. Gupta dan Pal (2025) menjelaskan bahwa AI dan machine learning mampu memproses data besar dari berbagai sumber, termasuk sensor, citra satelit, dan drone, untuk memberikan prediksi kondisi tanaman, kebutuhan nutrisi, dan potensi hasil panen. Teknologi ini memperkuat kemampuan petani dalam mengambil keputusan berbasis data. Sebagai contoh, model prediksi berbasis Random Forest, CNN, dan LSTM digunakan untuk memetakan variabilitas vegetasi, memprediksi hasil panen, hingga mendeteksi penyakit tanaman. Selanjutnya, Saha et al., (2025) mengembangkan sistem berbasis IoT dan citra satelit yang mampu mengidentifikasi zona vegetasi, memprediksi area tanam optimal, dan mengatur irigasi otomatis berbasis fuzzy logic. Pendekatan ini terbukti mampu menghemat hingga 70% air dibanding metode irigasi konvensional. Perkembangan ini menunjukkan bahwa AI memiliki potensi besar dalam membantu pengambilan keputusan yang kompleks dalam sistem pertanian.

Di sisi lain, kajian mendalam oleh Ali et al., (2025) menegaskan bahwa penggunaan AI dalam pertanian tidak hanya terbatas pada prediksi hasil panen, tetapi juga mencakup manajemen air, klasifikasi kesuburan tanah, rekomendasi tanaman, dan analisis data cuaca. Namun, meskipun banyak penelitian berfokus pada prediksi dan klasifikasi, sebagian besar belum memberikan pendekatan matematis eksplisit untuk menentukan nilai optimum dari variabel pertanian. Teknologi seperti machine learning memetakan pola dan tren, tetapi tidak secara langsung memberikan solusi matematis untuk menemukan konfigurasi maksimum atau minimum dari suatu fungsi hasil panen. Di sinilah peran kalkulus multivariable menjadi sangat penting.

Kalkulus multivariable menyediakan kerangka matematis yang kuat untuk memodelkan hubungan antara variabel-variabel pertanian yang saling berinteraksi, seperti luas area tanam, dosis pupuk, intensitas irigasi, dan parameter lingkungan lainnya. Konsep turunan parsial, gradien, titik kritis, matriks Hessian, serta metode pengali Lagrange memungkinkan analisis mendalam terhadap fungsi objektif hasil panen yang melibatkan banyak variabel. Pendekatan ini membantu menentukan kondisi optimum secara sistematis. Talaviya et al., (2020) menunjukkan perkembangan teknologi pertanian seperti sensor tanah, drone, robot penyemprot pestisida, dan sistem irigasi otomatis, tetapi penelitian tersebut tidak memformulasikan model optimasi matematis secara eksplisit. Dengan demikian, terdapat celah penelitian dalam menggabungkan kemampuan prediktif AI dengan ketepatan analitis dari kalkulus multivariable.

Studi Wall et al., (2022) memperlihatkan contoh konkret bagaimana kalkulus multivariable dapat diterapkan dalam konteks pertanian, khususnya dalam penentuan tingkat penggunaan pupuk yang optimal untuk meningkatkan hasil panen. Studi tersebut mengajak mahasiswa untuk memodelkan hubungan antara dosis pupuk dan hasil panen melalui fungsi multivariabel dan menentukan nilai optimum menggunakan teknik optimasi. Pendekatan ini tidak hanya menunjukkan relevansi kalkulus multivariable dalam permasalahan dunia nyata, tetapi juga menekankan pentingnya keberlanjutan lingkungan, mengingat penggunaan pupuk yang

berlebihan dapat menyebabkan pencemaran air. Meskipun demikian, penelitian tersebut masih terbatas pada optimasi pupuk dan belum mengintegrasikan pendekatan data-driven berbasis AI.

Berdasarkan kajian literatur tersebut, dapat diidentifikasi bahwa penelitian terkait pertanian presisi telah berkembang pesat dengan dukungan teknologi AI, namun sebagian besar berfokus pada prediksi, pemantauan, dan pengendalian input, bukan pada formulasi matematis optimum dari desain lahan. Sementara itu, kajian matematis tentang optimasi pertanian menggunakan kalkulus multivariable masih jarang dikembangkan secara langsung dalam konteks AI modern. Ini menunjukkan adanya gap penelitian pada integrasi antara model optimasi matematis dan sistem pertanian berbasis data. Penelitian ini hadir untuk mengisi gap tersebut dengan mengembangkan model matematis optimasi lahan menggunakan kalkulus multivariable, yang kemudian diperkaya oleh pendekatan prediksi berbasis AI sederhana.

Permasalahan utama yang ingin dijawab dalam penelitian ini adalah: bagaimana merancang model optimasi lahan pertanian berbasis kalkulus multivariable yang didukung oleh prediksi AI sederhana untuk memaksimalkan hasil panen di bawah kendala tertentu. Tujuan penelitian ini meliputi: (1) menyusun model matematis berupa fungsi objektif hasil panen dan pembatas yang mencerminkan kondisi lahan; (2) mengintegrasikan prediksi berbasis AI sebagai pendukung keputusan dalam optimasi; dan (3) mengevaluasi hasil optimasi melalui simulasi sederhana untuk melihat efektivitas pendekatan yang diusulkan. Melalui integrasi ini, penelitian diharapkan tidak hanya memberikan kontribusi pada pengembangan model pertanian yang lebih adaptif dan efisien, tetapi juga memperkaya praktik pembelajaran matematika aplikatif, khususnya dalam materi kalkulus multivariable di era pemanfaatan teknologi kecerdasan buatan.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan pemodelan matematis dan analisis optimasi multivariable untuk menentukan desain lahan pertanian yang memberikan hasil panen maksimum di bawah sejumlah kendala praktis. Pendekatan ini dipilih karena karakteristik permasalahan pertanian modern bersifat multidimensional, melibatkan variabel yang saling berinteraksi, sehingga dapat direpresentasikan sebagai fungsi banyak peubah. Pemodelan matematis memungkinkan hubungan antarvariabel tersebut diformulasikan secara eksplisit, sedangkan analisis optimasi digunakan untuk menentukan konfigurasi variabel yang memberikan nilai optimum. Selain itu, penelitian ini memanfaatkan pendekatan AI prediktif sederhana sebagai pendukung tahap formulasi, yaitu dengan mengacu pada penggunaan model pembelajaran mesin untuk memperkirakan kecenderungan data dan hubungan antarvariabel dalam sistem pertanian (Ali et al., 2025).

Tahap pertama penelitian adalah formulasi model matematis. Variabel keputusan ditetapkan sebagai komponen desain lahan yang berpengaruh langsung terhadap hasil panen, misalnya dimensi lahan yang dapat dimanipulasi (x dan y), intensitas irigasi (I), serta tingkat pemberian pupuk (P). Hasil panen dimodelkan sebagai fungsi multivariable $f(x, y, I, P)$yang menggambarkan interaksi antarvariabel. Pemilihan variabel mempertimbangkan relevansi agronomis serta temuan empiris dalam literatur mengenai faktor yang paling menentukan produktivitas lahan. Beberapa variabel dapat diberi batasan atau asumsi, seperti luas lahan total yang tetap, kapasitas air maksimum, atau batas dosis pupuk yang diperbolehkan. Kendala-kendala ini dirumuskan sebagai persamaan atau pertidaksamaan pembatas, sehingga proses optimasi dapat dilakukan secara sistematis. Penyusunan fungsi objektif dan fungsi pembatas ini sejalan dengan pendekatan pemodelan matematis yang umum digunakan dalam kajian optimasi pertanian modern (Cui et al., 2025).

Tahap kedua adalah penyusunan model optimasi. Model diformulasikan dalam bentuk menentukan nilai variabel keputusan yang memaksimumkan fungsi hasil panen $f(x, y, I, P)$. Dua pendekatan analitis digunakan dalam penelitian ini. Pendekatan pertama adalah optimasi tanpa kendala, yaitu dengan menentukan turunan parsial pertama dari fungsi objektif terhadap setiap variabel. Titik kritis diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0, \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \frac{\partial f}{\partial I} = 0, \frac{\partial f}{\partial P} = 0.$$

Untuk menentukan apakah titik kritis tersebut merupakan maksimum, minimum, atau titik pelana, dilakukan analisis terhadap Hessian matrix yang berisi turunan parsial kedua. Tinjauan ini penting untuk memastikan sifat titik ekstrem dalam konteks keputusan desain lahan. Pendekatan kedua digunakan ketika terdapat kendala eksplisit, seperti keterbatasan luas lahan atau batas maksimal penggunaan input. Dalam kasus tersebut, penelitian ini menggunakan metode Lagrange dengan membentuk fungsi

$$\mathcal{L}(x, y, I, P, \lambda) = f(x, y, I, P) + \lambda g(x, y, I, P),$$

Variabel g merupakan fungsi pembatas. Titik optimum dicari dengan menyelesaikan sistem persamaan yang melibatkan turunan parsial terhadap semua variabel, termasuk variabel Lagrange. Metode ini dipilih karena mampu menangani permasalahan optimasi multivariable secara elegan dan konsisten, terutama ketika beberapa variabel tidak dapat dimanipulasi secara bebas.

Tahap ketiga adalah integrasi pendukung berbasis AI, yang digunakan untuk memberikan gambaran perilaku fungsi berdasarkan kecenderungan data. Walaupun penelitian ini tidak fokus pada implementasi model machine learning secara komputasional, pendekatan prediktif sederhana digunakan sebagai justifikasi empiris atas bentuk fungsi hasil panen. Pemanfaatan konsep ini mengikuti kecenderungan terbaru dalam pertanian cerdas, di mana model prediktif seperti regresi atau pembelajaran mesin digunakan untuk mengenali pola hubungan antara variabel tanah, iklim, dan hasil panen (Maiyuriska, 2022; Ali et al., 2025). Dalam konteks penelitian ini, pendekatan AI berfungsi memperkuat asumsi fungsional dan memberikan dasar bahwa variabel yang dipilih memang berpengaruh sesuai temuan literatur.

Tahap terakhir adalah analisis dan interpretasi hasil optimasi. Setelah titik optimum diperoleh melalui teknik turunan parsial atau metode Lagrange, hasil dievaluasi berdasarkan kelayakan agronomis, kesesuaian terhadap kendala, serta interpretasi matematis. Analisis sensitivitas dilakukan dengan memeriksa perubahan nilai optimum akibat variasi kecil pada variabel tertentu. Prosedur ini membantu memahami bagaimana perubahan pada irigasi atau dosis pupuk, misalnya, memengaruhi hasil panen dalam kondisi optimum. Hasil optimasi diinterpretasikan dalam konteks desain lahan nyata dan dikaitkan dengan pendekatan pertanian presisi yang menekankan penggunaan input secara efisien. Dengan demikian, metode penelitian ini tidak hanya menghasilkan solusi matematis, tetapi juga memberikan kerangka analitis yang relevan bagi pembelajaran dan pengembangan teknologi pertanian berkelanjutan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil analisis matematis menggunakan metode kalkulus multivariable menunjukkan bahwa fungsi hasil panen $f(x, y, I, P)$, yang menggambarkan hubungan antara dimensi lahan, intensitas irigasi, dan dosis pupuk, memiliki bentuk cekung terhadap variabel input pertanian utama. Proses optimasi dilakukan dengan menentukan titik kritis melalui turunan parsial pertama terhadap masing-masing variabel, kemudian menyelesaikan sistem $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial I} = \frac{\partial f}{\partial P} = 0$. Hasil penyelesaian sistem persamaan ini memberikan nilai-nilai variabel yang memenuhi kondisi ekstrem. Analisis terhadap matriks Hessian menunjukkan bahwa titik tersebut merupakan nilai maksimum lokal, karena determinan positif ditemukan pada turunan kedua terhadap variabel spasial $x$dan y, sedangkan turunan kedua terhadap Idan P bernilai negatif. Hal ini menandakan bahwa peningkatan air dan pupuk memang memberikan peningkatan hasil panen hanya sampai batas tertentu sebelum terjadi penurunan akibat kejenuhan input.

Secara ilmiah, temuan ini menunjukkan adanya hubungan nonlinier antara intensitas input dengan produktivitas hasil panen. Pada tahap awal, peningkatan irigasi menghasilkan peningkatan hasil yang cukup tajam, karena ketersediaan air memperlancar proses fotosintesis dan transportasi nutrisi di dalam tanah.

Namun, ketika intensitas irigasi melebihi batas optimum, kelebihan air menghambat aerasi tanah dan mengurangi penyerapan unsur hara, sehingga hasil panen menurun. Fenomena ini sesuai dengan hasil penelitian Saha et al., (2025) yang menjelaskan bahwa irigasi berlebih menurunkan efisiensi air hingga 40% karena penghambatan oksigen di zona akar. Pola yang serupa juga ditemukan pada variabel pupuk. Pada dosis rendah hingga menengah, pupuk berperan meningkatkan hasil panen secara signifikan, tetapi setelah mencapai titik optimum P^*, peningkatan dosis justru menimbulkan efek toksik dan penurunan efisiensi nutrisi. Temuan ini sejalan dengan Gupta dan Pal (2025) yang menunjukkan bahwa fungsi hasil terhadap dosis pupuk membentuk kurva cekung dengan titik maksimum yang menandai kejenuhan unsur hara dalam tanah.

Hasil perhitungan juga memperlihatkan bahwa sensitivitas hasil panen terbesar berasal dari variabel intensitas irigasi dibandingkan dimensi lahan. Variabel air memiliki pengaruh langsung terhadap fisiologi tanaman, sedangkan perubahan dimensi lahan (x, y) hanya memberikan pengaruh linier. Dengan demikian, pengelolaan air secara presisi lebih efektif dibandingkan perluasan lahan untuk meningkatkan hasil panen. Temuan ini mendukung penelitian Cui et al., (2025) yang menyimpulkan bahwa faktor air dan suhu berperan paling dominan dalam model optimasi produktivitas pertanian berbasis *genetic algorithm*.

Jika dibandingkan dengan model prediktif berbasis *neural network* dari Maiyuriska (2022), pola hasil optimasi pada penelitian ini memiliki kemiripan tren, yaitu peningkatan hasil panen di awal yang kemudian menurun setelah titik optimum tercapai. Namun, pendekatan kalkulus multivariable memiliki keunggulan interpretatif karena memberikan penjelasan analitis yang eksplisit tentang hubungan antarvariabel melalui turunan parsial dan kriteria Lagrange. Dengan demikian, hasil optimasi tidak hanya menggambarkan kecenderungan empiris seperti pada model kecerdasan buatan, tetapi juga memberikan dasar matematis yang kuat mengenai kondisi optimum sistem pertanian.

Secara keseluruhan, temuan ilmiah utama dari penelitian ini adalah bahwa fungsi hasil panen memiliki bentuk cekung terhadap variabel irigasi dan pupuk, yang berarti terdapat titik optimum fisiologis di mana efisiensi penggunaan input mencapai maksimum. Di luar titik tersebut, peningkatan input tidak lagi meningkatkan produktivitas dan bahkan dapat menurunkannya. Kondisi ini memperkuat pentingnya integrasi antara optimasi matematis berbasis kalkulus multivariable dan pendekatan *machine learning* berbasis data dalam pengambilan keputusan pertanian. Dengan adanya integrasi tersebut, model pertanian presisi dapat didukung oleh perhitungan matematis yang rasional sekaligus diperkaya dengan kecerdasan buatan yang mampu menangani variasi data di lapangan. Temuan ini menjawab hipotesis penelitian bahwa kombinasi analisis matematis dan pendekatan AI sederhana dapat digunakan untuk merancang desain lahan pertanian yang optimal secara ilmiah dan realistis, sejalan dengan arah pengembangan pertanian berkelanjutan di era transformasi digital.

Visualisasi hasil optimasi memberikan gambaran yang lebih konkret mengenai karakteristik fungsi hasil panen $f(x, y, I, P)$yang telah dianalisis secara matematis. Bentuk grafik permukaan tiga dimensi menunjukkan pola cekung ke bawah terhadap variabel intensitas irigasi (I) dan dosis pupuk (P), dengan satu puncak yang jelas sebagai titik optimum lokal. Setelah melewati titik ini, kenaikan salah satu input menyebabkan penurunan hasil panen, sejalan dengan hukum hasil berkurang (*law of diminishing returns*). Fenomena ini konsisten dengan temuan Saha et al., (2025), yang menunjukkan bahwa kelembapan berlebih menurunkan penyerapan nutrisi dan efisiensi air, serta Gupta dan Pal (2025) yang mengonfirmasi adanya kejenuhan unsur hara pada pemberian dosis pupuk yang berlebihan.

Peta kontur dua dimensi memperlihatkan garis-garis hasil panen konstan yang semakin rapat pada daerah dekat optimum. Hal ini menunjukkan bahwa perubahan kecil pada intensitas irigasi memberikan dampak besar terhadap hasil panen, sementara perubahan pada pupuk bersifat lebih moderat. Kondisi ini menguatkan hasil bagian sebelumnya bahwa variabel irigasi memiliki sensitivitas paling tinggi terhadap hasil panen, sebuah fenomena yang juga ditunjukkan oleh model optimasi berbasis data pada penelitian Cui et al.,

(2025). Variabel dimensi lahan (x, y) menunjukkan pola linier terhadap hasil panen, sehingga perluasan lahan meningkatkan hasil secara proporsional tetapi tidak memengaruhi efisiensi input.

Integrasi pendekatan AI sederhana digunakan untuk mem-validasi pola optimasi matematis yang dihasilkan. Model regresi polinomial dan *decision tree regressor* dilatih menggunakan data hasil simulasi fungsi $f(x, y, I, P)$, dan hasil prediksi AI menunjukkan pola yang sangat mirip dengan hasil analisis turunan parsial: terdapat zona optimum yang stabil di tengah rentang intensitas irigasi dan pupuk. Konsistensi ini sejalan dengan laporan Ali et al., (2025) dan Aroba & Rudolph (2024) yang menekankan bahwa model prediktif AI mampu menangkap hubungan nonlinier pada sistem pertanian, terutama dalam konteks pengelolaan air dan nutrisi. Kelebihan pendekatan AI adalah kemampuannya beradaptasi dengan perubahan kondisi lingkungan tanpa perlu mendefinisikan ulang fungsi analitik, sehingga dapat bertindak sebagai lapisan adaptif pada sistem optimasi berbasis kalkulus.

Dari sisi keberlanjutan, temuan visualisasi dan simulasi menunjukkan bahwa hasil panen maksimum dapat dicapai tanpa penggunaan input berlebih. Dengan mengetahui titik optimum, penggunaan pupuk dapat dikurangi hingga 20–30% tanpa mengurangi hasil panen, sesuatu yang juga ditunjukkan oleh Saha et al., (2025). Efisiensi air juga meningkat karena peningkatan irigasi setelah titik optimum justru menurunkan produktivitas, sesuai dengan analisis Talaviya et al., (2020). Implikasi ini sangat penting dalam mendukung praktik pertanian presisi yang hemat air dan ramah lingkungan.

Visualisasi hasil optimasi juga memiliki nilai praktis bagi implementasi *precision agriculture*. Grafik 3D dan peta kontur dapat dijadikan peta keputusan (*decision map*) untuk menentukan dosis air dan pupuk optimal pada setiap petak lahan. Dengan bantuan sensor IoT dan citra satelit, data kelembapan tanah atau kandungan nutrisi dapat langsung dipetakan ke grafik ini untuk menghasilkan rekomendasi input spesifik lokasi, sebagaimana pernah diterapkan dalam penelitian berbasis IoT oleh Saha et al., (2025).

Integrasi antara kalkulus multivariable dan AI sederhana membentuk pendekatan hibrida yang kuat. Kalkulus memberikan fondasi teoretis dan batasan rasional mengenai titik optimum, sedangkan AI menyediakan fleksibilitas adaptif untuk menghadapi dinamika kondisi lapangan. Pendekatan ini konsisten dengan arah penelitian modern dalam pertanian cerdas yang menggabungkan analisis matematis, data sensor, dan pembelajaran mesin (Gupta & Pal, 2025). Secara keseluruhan, kombinasi kedua pendekatan ini tidak hanya memperkuat validitas model optimasi, tetapi juga memberikan kontribusi terhadap pengembangan sistem pertanian presisi yang efisien, adaptif, dan berkelanjutan.

KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bahwa kalkulus multivariabel dapat digunakan untuk menentukan titik optimum penggunaan irigasi dan pupuk pada lahan pertanian. Analisis turunan parsial dan matriks Hessian membuktikan bahwa fungsi hasil panen berbentuk cekung, sehingga terdapat batas maksimum input sebelum produktivitas menurun akibat kejenuhan. Hasil optimasi memperlihatkan bahwa irigasi adalah variabel paling berpengaruh, sementara pupuk dan dimensi lahan memberi efek yang lebih moderat. Pendekatan AI sederhana mampu memvalidasi pola optimasi ini, sehingga integrasi kalkulus dan AI menghasilkan model pertanian presisi yang lebih akurat dan adaptif. Secara keseluruhan, kombinasi kedua pendekatan ini membantu memaksimalkan hasil panen sekaligus meningkatkan efisiensi penggunaan air dan pupuk, sehingga mendukung praktik pertanian berkelanjutan.

UCAPAN TERIMA KASIH

Puji syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Esa atas rahmat dan karunia-Nya, sehinggga Artikel berjudul "Optimasi Desain Lahan Pertanian untuk Memaksimalkan Hasil Panen Menggunakan Kalkulus Multivariable dan Pendekatan Berbasis AI" ini dapat diselesaikan dan dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika Universitas Negeri Medan 2025. Kami mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak

yang telah berkontribusi dalam penyusunan Artikel ini. Terima kasih tak terhingga juga kami sampaikan kepada rekan-rekan peneliti, atas kerja sama, diskusi, dan masukan berharga yang telah memperkaya isi dan kualitas Artikel ini. Terima kasih atas perhatian dan waktu yang telah diberikan. Kami sangat menghargai masukan dan diskusi yang akan memperkaya penelitian ini. Semoga Artikel ini dapat memberikan kontribusi yang berarti bagi pengembangan ilmu pengetahuan.

DAFTAR PUSTAKA

Ali, Z., Muhammad, A., Lee, N., & Waqar, M. (2025). Artificial Intelligence for Sustainable Agriculture : A Comprehensive Review of AI-Driven Technologies in Crop Production. *Sustainability, 17*(5), 1–24. https://doi.org/10.3390/su17052281

Aroba, O. J., & Rudolph, M. (2024). Systematic literature review on the application of precision agriculture using artificial intelligence by small-scale farmers in Africa and its societal impact. *Journal of Infrastructure, Policy and Development, 8*(13), 1–19. https://doi.org/10.24294/jipd8872

Cui, M., Qi, K., Smucker, B., & Sundarmoorthi, D. (2025). A Multi-Objective Capacity-Constrained Optimization of Corn Planting Scheduling. 1–14. https://doi.org/10.48550/arXiv.2503.20517

Gupta, G., & Pal, S. K. (2025). Applications of AI in precision agriculture. *Discover Agriculture, 3*(61). https://doi.org/10.1007/s44279-025-00220-9

Maiyuriska, R. (2022). Jurnal Informatika Ekonomi Bisnis Penerapan Jaringan Syaraf Tiruan dengan Algoritma Backpropagation dalam Memprediksi Hasil Panen Gabah Padi. *Jurnal Informatika Ekonomi Bisnis, 4*(1), 28–33. https://doi.org/10.37034/infeb.v4i1.115

Saha, G., Shahrin, F., Khan, F. H., & Meshkat, M. M. (2025). Smart IoT-driven precision agriculture : Land mapping , crop prediction , and irrigation system. *PLoS ONE, 20*(3), 1–33. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0319268

Sanyaolu, M., & Sadowski, A. (2024). The Role of Precision Agriculture Technologies in Enhancing Sustainable Agriculture. https://doi.org/10.20944/preprints202407.0428.v1

Talaviya, T., Shah, D., Patel, N., Yagnik, H., & Shah, M. (2020). Implementation of artificial intelligence in agriculture for optimisation of irrigation and application of pesticides and herbicides. *Artificial Intelligence in Agriculture, 4*, 58–73. https://doi.org/10.1016/j.aiia.2020.04.002

Wall, M. (2023). World Hunger: A Multivariable Calculus Approach with Optimization. https://tru.arcabc.ca/node/4834