



Universitas Negeri Medan
Jurusan Matematika



2024 PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

Transformasi, Rekonstruksi, dan integrasi keilmuan dalam pembelajaran matematika menuju era inovasi dan kolaborasi



Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd
Narasumber 1



Prof. Dr. Ferra Yanuar, M.Sc
Narasumber 2



Dr. Ani Sutiani, M.Si
Opening Speech



20
NOVEMBER

AT 9 AM

Vol 3 (2024)



Visit our website
semnasmatematika.com

TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN
MATEMATIKA MENUJU ERA INOVASI DAN KOLABORASI

2024

CV. KES

2024

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

**TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI
KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENUJU
ERA INOVASI DAN KOLABORASI**

Penulis

**Peserta Prosiding Seminar Nasional
Matematika 2024**



Penerbit
CV. Kencana Emas Sejahtera
Medan
2025

2024

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

MATEMATIKA

**TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI
KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENUJU
ERA INOVASI DAN KOLABORASI**

©Penerbit CV. Kencana Emas Sejahtera

All right reserved

Anggota IKAPI

No.030/SUT/2019

Hak cipta dilindungi oleh Undang-undang
Dilarang mengutip atau memperbanyak
sebagian atau seluruh isi buku tanpa
izin tertulis dari Penerbit

Penulis

Peserta Prosiding Seminar Nasional
Matematika 2024

TIM EDITOR

Diterbitkan pertama kali oleh
Penerbit CV. Kencana Emas Sejahtera
Jl.Pimpinan Gg. Agama No.17 Medan
Email finamardiana3@gmail.com
HP 082182572299 / 08973796444

Cetakan pertama, Juli 2025
xii + 882 hlm; 21 cm x 29,7 cm
ISBN:978-634-7059-33-8

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala karuniaNya, sehingga Buku Abstrak Prosiding Seminar Nasional Matematika yang diselenggarakan Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Medan. Kegiatan ini mengusung tema Transformasi, Rekonstruksi, dan integrasi keilmuan dalam pembelajaran matematika menuju era inovasi dan kolaborasi dengan keynote speaker Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd. dan Prof. Dr. Ferra Yanuar, M.Sc. serta Dr. Ani Sutiani, M.Si. sebagai *Opening Speech*. Tujuan kegiatan ini selain menciptakan lingkungan akademik di lingkungan jurusan matematika FMIPA Universitas Negeri Medan, juga menjadi wadah untuk penyebaran pengembangan ilmu pada bidang matematika dan rumpun ilmu yang berkaitan. Kegiatan yang dilaksanakan pada tanggal 20 November ini diikuti oleh 228 peserta seminar dan 131 pemakalah (*presenter*) yang berasal dari beberapa institusi di tingkat Nasional. Artikel yang diterima terdiri dari dikelompokkan pada 4 bidang; (1) ilmu Komputer; (2) Pendidikan matematika; (3) statistik; dan (4) Matematika. Dari 131 Full Paper yang masuk, selain diterbitkan dalam bentuk prosiding, juga akan diterbitkan pada mitra publikasi jurnal kami; (1) Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika; (2) Journal of Mathematics, Computations, and Statistics; (3) jurnal Zero: Jurnal Sains, Matematika dan Terapan dan (4) Journal of Didactic Mathematics

Kelancaran kegiatan persiapan kegiatan seminar ini telah didukung oleh jajaran pimpinan Universitas Medan, oleh karena itu Kami mengucapkan terima kasih kepada (1) Ketua Senat Universitas Negeri Medan; (2) Rektor Universitas Negeri Medan; (3) Dekan FMIPA Universitas; dan (4) ketua Jurusan Pendidikan. Kami juga mengucapkan seluruh pihak-pihak terkait yang tidak dapat kami sebutkan satu terutama Panitia Pelaksana dan partisipan dalam pelaksanaan seminar Nasional ini. Semoga prosiding Seminar Nasional Matematika ini, dapat memberikan wawasan dan melengkapi kemajuan teknologi pada bidang yang berkaitan dengan Matematika.

Medan, 7 Februari 2025
a.n Panitia Pelaksana

Dr. Yulita Molliq Rangkuti, S.Si, M.Sc

.....

Thanks To INVITED SPEAKER

Terima kasih kami ucapkan kepada Invite Speaker



Yulita M. Ranguti, S.Si., M.Sc., Ph.D



Dr. Izwita Dewi, M.Pd



Dra. Nurliani Manurung, M.Pd.



Dra. Katrina Samosir, M.Pd



Kairuddin, S.Si., M.Pd.



Dr. Faiz Ahyaningsih, S.Si., M.Si.

EDITORIAL TEAM

Pengarah	Dr. Ani Sutiani, M.Si.
Penanggung jawab	Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Editor	Suwanto, M.Pd.
Section Editor	Dinda Kartika, S.Pd., M.Si. Fevi Rahmawati Suwanto, S.Pd., M.Pd. Suci Frisnoiry, S.Pd., M.Pd. Sisti Nadia Amalia, S.Pd., M.Stat. Nurul Maulida Surbakti, M.Si. Glory Indira Diana Purba, S.Si., M.Pd.
Reviewer	Nurhasanah Siregar, S.Pd., M.Pd. Dr. Izwita Dewi, M.Pd. Mangaratua M. Simanjorang, M.Pd., Ph.D. Dr. KMS. Amin Fauzi, M.Pd. Dr. Mulyono, M.Si. Dr. Hamidah Nasution, S.Si., M.Si. Didi Febrian, S.Si., M.Sc. Dian Septiana, S.Pd., M.Sc. Dr. Faiz Ahyaningsih, M.Si. Said Iskandar Al Idrus, S.Si., M.Si. Dr. Arnita Sudianto Manullang, S.Si., M.Si. Susiana, S.Si., M.Si.

Pengarah

Dr. Ani Sutiani, M.Si.

Penanggung Jawab

Dr. Jamalum, M.Si.

Dr. Dewi Wulandari, S.Si., M.Si.

Dr. Rahmatsyah, M.Si.

Wakil Penanggung Jawab

Dr. Pardomuan Sitompul, M.Si.

Dr. Lasker P Sinaga, S.Si., M.Si.

Nurhasanah Siregar, S.Pd., M.Pd.

Dr. Hamidah Nasution, S.Si., M.Si.

Said Iskandar Al Idrus, S.Si., M.Si.

Sudianto Manullang, S.Si., M.Si.

Didi Febrian, S.Si., M.Sc.

Ketua

Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc., Ph.D.

Sekretaris

Elfitra, S.Pd., M.Si.

Bendahara

Arnah Ritonga, S.Si., M.Si.

Kesekretariatan

Nadrah Afiati Nasution, M.Pd.

Nurul Ain Farhana, M.Si.

Imelda Wardani Rambe, M.Pd.

Dian Septiana, S.Pd., M.Sc.

Seksi Acara

Ade Andriani, S.Pd., M.Si.

Dra. Nurliani Manurung, M.Pd.

Dra. Katrina Samosir, M.Pd.

Kairuddin, S.Si., M.Pd.

Ichwanul Muslim Karo Karo, M.Kom.

Publikasi dan Registrasi

Sri Dewi, M.Kom.

Fanny Ramadhani, S.Kom., M.Kom.

Konsumsi

Faridawaty Marpaung, S.Si., M.Si.

Marlina Setia Sinaga, S.Si., M.Si.

Erlinawaty Simanjuntak, S.Pd., M.Si.

Promosi dan Humas

Dedy Kiswanto, S.Kom., M.Kom.

Tiur Malasari Siregar, S.Pd., M.Si.

Sri Lestari Manurung, S.Pd., M.Pd.

Dokumentasi

Rizki Habibi, S.Pd., M.Si.

Logistik

Muhammad Badzlan Darari, S.Pd., M.Pd.

Putri Harliana, S.T., M.Kom.

Philips Pasca G. Siagian, S.Pd., M.Pd.

DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	i
Invite Speaker	ii
Editorial Team.....	iii
Daftar Isi	v

Daftar Artikel

Pembangunan Script Python untuk Menunjukkan Solusi dari Persamaan Diferensial Menggunakan Metode Extended Runge-Kutta Khan A. J. M, Rangkuti Y. M., Nianda N., Hidayanti R.....	1
Pengembangan LKPD Berbasis PBL Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP Saragih, B. M., & Fuazi, M. A	12
Pengambilan Keputusan Pemberian Kredit Menggunakan Metode Fuzzy Weighted Product Pada KSP3 Nias Cabang Gunungsitoli Hutapea, T.A., & Lase, K.N.....	22
Peramalan Tingkat Inflasi Indonesia Menggunakan Machine Learning Dengan Metode Backpropagation Neural Network Situngkir, K. M.	31
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Video Menggunakan Aplikasi Canva Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika Peserta Didik Siregar, A. V. & Sitompul, P.....	41
Pengembangan Aplikasi Edutainment Berbasis Game Based Learning untuk Meningkatkan Kemampuan Spasial Matematis Siswa SMA Syaputra, F., & Siregar, T. M.....	51
Pengaruh Pendekatan Matematika Realistik Berbantuan GeoGebra Terhadap Kemampuan Berpikir Komputasi Peserta Didik Kelas VIII Saragih, C. A.Z. & Simanjuntak, E	61
Respon Positif Model Pembelajaran PMRI Berbasis Batak Toba Untuk Meningkatkan Kemampuan HOTS Silaban, P. J., Sinaga, B., & Syahputra, E	70
Optimalisasi Pemahaman Konsep Matematis: Pengembangan Media E-Komik Digital Berbasis Pendekatan RME pada Siswa SMP PTPN IV Dolok Sinumbah Limbong, D. K., & Fauzi, M. A	80
Revolusi Pembelajaran Matematika: Pengembangan E-Modul Interaktif dengan Model SAVI untuk Siswa SMP Purba, I. N., & Hia, Y	89

Perancangan Pemrograman Analisis Dinamika Penyebaran DBD dengan Modifikasi Metode Runge-Kutta Kuntzmann Berbasis Rerata Pangkat $P=1/2$ Azzaki, F. A., Sinabariba, A. A., & Azzahra, D. P.	96
Deep Learning untuk Matematika: Pengenalan Rumus dengan Convolutional Neural Network Tampubolon, A. P. H. S. M	105
Pengaruh Model Pembelajaran PBL Berbantuan Canva terhadap Hasil Belajar HOTS Materi Menggunakan Data Kelas VII Anaiyah, N	115
Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe The Power of Two Terhadap Keahlian Komunikasi Matematis Siswa Siahaan, E. E., Manurung, N., & Siagian, P. P. G.	122
Optimasi Jumlah Produksi Toko Kuala Jaya Menggunakan Metode Branch and Bound (Studi Kasus: Toko Kuala Jaya, Pantai Labu) Pandiangan, W. P.	130
Pengelompokan Pasien dengan Faktor Penyakit Jantung Menggunakan Metode Principal Component Analysis dan K Nearest Neighbors Hutapea, B. A.	139
Perbandingan Proporsionalitas Metode Sainte-Laguë dan D'Hondt dalam Penentuan Alokasi Kursi Legislatif Menggunakan Indeks Least Squares Wulandari, G. A., & Sutanto	148
Penentuan Penerima Bantuan Langsung Tunai Dana Desa Menggunakan Metode Fuzzy Analytical Hierarchy Process (AHP) Lumbanraja, I. A., & Hutapea, T. A.	157
Maksimalisasi Keuntungan pada UMKM Batagor dan Tahu Walik Menggunakan Metode Simpleks dan POM-QM Maria, N. S., Marbun, M., Zendrato, M. A., Silalahi, N. D., Zandroto, N., Rizki, P., & Tarigan, P.	166
Optimalisasi Produksi Bakpao dengan Program Linier Menggunakan Metode Simpleks pada Usaha Bakpao Jumat Berkah Saragih, A. G., Wardana, A., Khumairah, A., Adhawina, R., Gisty, R. A., Angraini, S., & Simanjuntak, E.	174
Pengaruh Pendekatan Matematika Realistik Berbantuan Macromedia Flash Terhadap Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Kelas VIII SMP Negeri 1 Nibung Hangus) Wahyuni, S., & Nasution, H.	180
Maksimasi Keuntungan Dari Penjualan Freenchies Tahu.Go Outlet Tempuling Dengan Menggunakan Linear Programming Metode Simpleks dan Aplikasi Operational Research Tarigan, G. H., Putri, I., Simanungkalit, I., Sitepu, I. D. A., Khafifah, S., Tampubolon, S. T. V., & Simbolon, S. S. D.	189

Pengembangan Hypoyhetical Learning Trajectory untuk Mendukung Pemahaman Konsep Luas Bangun Datar pada Siswa Kelas VII

Kasiani, P. & Nasution, A. A...... 197

Pembangunan Syntax Python berbasis Metode Runge Kutta Orde Kelima Tahap Keenam untuk Menyelesaikan Masalah Nilai Awal

Manurung, E. V., Rangkuti, Y. M., Faris, M., & Lestari, D...... 208

Pembangunan Python Script berdasarkan Metode Runge-Kutta Orde Lima berbasis pada Rata-rata Heronian untuk Menyelesaikan Model Lengan Robot yang diperkecil

Gultom, J. M., Permadi, W. W., Pohan, N. R. K., & Rangkuti, Y. M...... 216

Pembangunan syntax Python berbasis Metode Modifikasi Runge-Kutta Verner untuk menunjukkan perilaku bulliying

Ramadhan, R., Rangkuti, Y. M., Paul, I., & Calista, A...... 224

Pembangunan Algoritma Runge-Kutta Fehlberg dengan Python untuk menyelesaikan Sistem Osilasi Harmonik

Fahrezi, B. A., Istiara, S., M Siregar, M. R. D., & Rangkuti, Y. M...... 232

Klasifikasi Kerusakan pada Gigi Manusia dengan Menggunakan Metode Ekstraksi Fitur Hybrid dan Algoritma KNN

Pohan, N. R. K., Fadluna, E. P., Ananda, D., & Kiswanto, D...... 240

Analisis Dinamik Sistem Reaksi Difusi Model Fitzhugh–Nagumo

Manurung, D. R. M., & Sitompul, P...... 250

Estimator Modified Jackknife untuk Mengatasi Multikolinieritas pada Regresi Poisson (Studi Kasus: Angka Kematian Bayi di Provinsi Sumatera Utara)

Nadya, F., & Manulang, S...... 261

Peran Etnomatematika Budaya Melayu Terhadap Pembelajaran Matematika di Sekolah

Wahyuni, F...... 273

Filosofi Pembelajaran Berdifferensiasi Dalam Pembelajaran Matematika Ditinjau dari Kearifan Lokal Batak Toba

Simanjuntak, S. D. & Sitepu, I...... 283

Strategi Optimalisasi Keuntungan Usaha Jus Buah melalui Metode Simpleks

Siagian, J. A., Naibaho, J. S., Lestari, J. A., Lubis, S. I. A. R., Sidauruk, V. P., Saputra, Y. A., & Simanjuntak, E...... 290

Model Regresi Data Panel dalam Menentukan Faktor yang Berpengaruh Terhadap Tingkat Stunting di Provinsi Sumatera Utara

Dalimunthe, I. Z., & Simamora, E...... 296

Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Menggunakan Newman Error Analysis (NEA) pada Pendekatan Matematika Realistik Di SMP Negeri 43 Medan

Wibowo, M. R. & Fauzi, M. A...... 304

Implementasi Metode Shannon-Runge-Kutta-Gill dalam Model SIR untuk Prediksi Penyebaran COVID-19: Pendekatan Numerik dengan Python Hidayat, M. F., Rangkuti, Y. M., Nasution, S. A. B., & Ginting, J. A. P.	316
Pengembangan Video Pembelajaran Matematika Berbasis Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD untuk Meningkatkan Motivasi Belajar Siswa SMP Kelas VIII Sinaga, E. P., & Sitompul. P.	326
Pengoptimalan Seleksi Tim PON Esports Mobile Legends Perwakilan Sumatera Utara Menggunakan Metode Algoritma Genetika dan Regresi Linear Berganda Silitonga, R. & Febrian, D.	335
Optimalisasi Pemilihan Pupuk Sawit Terbaik di PTPN IV Marihat dengan Metode WASPAS Parinduri, M.A. & Sinaga, L. P.	345
Pengembangan E-Modul Berbasis STEAM Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Di SMP Negeri 1 Patumbak Nasution, N. H., & Samosir, K.	351
Penggunaan Metode Simpleks dalam Mengoptimalisasi Keuntungan Penjualan Es Kul-Kul Waruwu, F., Andini, C. R., Simamora, D. K., Febrianti, D. A., Simamora, E. F., Tambunan, E. E., & Silaban, G. S.	360
Pengaruh Model Pembelajaran Discovery Learning Berbantuan Geogebra terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VIII SMPN 35 Medan Bakara, N. E. E.	367
Pemodelan Waktu Keberangkatan Bus pada Angkutan antar Kota antar Provinsi Jalur Semarang- Surabaya Menggunakan Aljabar Max-Plus Muzammil, A., & Arifin, A. Z.	374
Pembangunan Python Berdasarkan Metode Runge-Kutta Order Keempat Berbasis Rataan Harmonik Untuk Menunjukkan Perilaku Chaotic Sistem Rossler Tambunan, L., Sidabutar, Y. S. M., Harahap, J. & Rangkuti, Y. M.	380
Implementasi Graf Dan Metode Webster Dalam Optimalisasi Pengaturan Lampu Lalu Lintas (Studi Kasus: Simpang Pemda Flamboyan Raya) Manurung, Y. T. F., & Hutabarat, H. D. M.	389
Etnomatematika Alat Musik Simalungun Gondang Sipitupitu Situngkir, F. L., Gultom, S., & Simanjorang, M.	396
Pembangunan Algoritma Metode Runge-Kutta Orde Ketiga Rataan Aritmatika untuk melihat dinamika Penyebaran penyakit Demam Berdarah Manurung, G. K. D., Safitri, E., Sibarani, R. H. R., & Rangkuti, Y. M.	403
Upaya Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Peserta Didik Kelas VII Menggunakan Model Pembelajaran Kontekstual Handari, I. S. & Sitompul, P.	413

Simulasi Monte Carlo dalam Memprediksi Distribusi Kursi DPR RI Jawa Tengah dengan Metode Sainte-Lague Iriantini, D. S. & Sutanto.	421
Penerapan Fuzzy Logic Tsukamoto dalam Memprediksi Jumlah Stok CPO Tahun 2024 di PTPN IV Unit Dolok Ilir Anggriani, D. & Hutapea, T. A.	431
Aplikasi Model ARIMA dan Modifikasinya dalam Peramalan Jumlah Penumpang di Pelabuhan Tanjung Perak Rizal, J., Lestari, S. P., & Tolok A. N.	439
Prediksi Harga Penutupan Saham BBKA dan BBNI dengan Algoritma K-Nearest Neighbor Saragih, E. N.	452
Perbedaan Kemampuan Komunikasi Matematis Peserta didik Menggunakan Model PBL dan Model DL Hutahaean, B. N., & Widyastuti, E.	461
Pengembangan Media Pembelajaran Interaktif Berbantuan Articulate Storyline Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah pada Peserta Didik Kelas XI SMA Debora, C. E., & Siagian, P.	465
Studi Literatur: Inovasi Pembelajaran Matematika pada Era Kolaboratif Tania, W. P.	471
Efektivitas LKPD Berbantuan Classpoint untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VIII Cahyani, A. P. R., & Siregar, T. M.	479
Pengembangan Media Interaktif Berbasis Android Berbantuan Articulate Storyline Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Pane, A. W. S., & Purba, G. I. D.	486
Sistem Pendukung Keputusan Pemilihan Laptop Terbaik dengan Pendekatan Gabungan AHP dan TOPSIS (Studi Kasus: FMIPA UNIMED). Tampubolon, J.	494
Pembelajaran Aljabar di SMP Dengan Pendekatan Game melalui Metode Drill and Practice dalam Pengembangan Aplikasi Cymath Lubis, R. A., Irvan, & Azis, Z.	505
Analisis Kecanduan Game Online dengan Model SEIPTR Carli, S. G., & Sinaga, L. P.	515
Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Web dengan Pendekatan Problem Based Learning (PBL) pada Materi Scratch Kelas VII SMP Ahmad, F. L., Nugroho, A. L., Anjarsari, D. D., Rahmayanti, R., & Ningrum, G. D. K.	527

Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika pada Peserta Didik Autisme melalui Explicit Instruction dengan Media Permainan Edukatif Agustia, A.	536
Analisis Perbandingan Proporsionalitas Metode Andre Sainte-Lague dan Modifikasinya pada Alokasi Kursi Pemilu Legislatif DPR RI Jawa Tengah 2024 Fourindira, D. A. & Sutanto	545
Pengembangan Media Pembelajaran Web Interaktif Menggunakan Pendekatan Berdiferensiasi Pada Elemen Teknologi Informasi Dan Komunikasi Dengan Model Problem Based Learning Alfan, M., Faisal, R., & Aprilianto, P.	556
Penerapan Regresi Semiparametrik Spline Truncated dalam Memodelkan Angka Harapan Hidup di Sumatera Utara Wulan, C. W. & Mansyur, A.	567
Analisis Prediksi Saham Emas PT Aneka Tambang (Tbk) Menggunakan Long Short-Term Memory (LSTM) dan Gated Recurrent Unit (GRU) Luxfiati, N. A., & Bustamam, A.	578
Penerapan Algoritma Genetika Dalam Optimasi Komposisi Menu Makanan bagi Penderita Stroke Ritonga, Y. A. & Ahyaningsih, F.	584
Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pertumbuhan Ekonomi di Sumatera Utara Menggunakan Regresi Data Panel Naibaho, H. M., & Khairani, N.	593
Peningkatan Kemampuan Komunikasi Matematis Peserta Didik Kelas X dengan Pembelajaran Berbasis Proyek Kolaboratif Berbantuan Media Canva Saragih, G. P.	601
Implementasi Pembelajaran Kooperatif Tipe TGT Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa SMP Islam Al-Fadhli Cindey, T. A. M., & Hasratuddin	611
Pengembangan E-Modul Berbasis Smart Apps Creator 3 untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Peserta Didik Kelas VIII MTs Zain, D. & Kairuddin	621
Analisis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Program Linier Berbantuan Kalkulator Grafik di Kelas XI Elfina, H.	631
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Komik Digital Untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VII SMP Negeri 17 Medan Banurea, L. K., & Siregar, T. M.	642

Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw Terhadap Kemampuan Koneksi Matematis Siswa SMP Negeri 15 Medan Hutagalung, A. F. S., & Siregar, N.	651
Pengaruh Kepercayaan Diri (Self Confidence) terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Ginting, E. R., & Simanjorang, M. M.	662
Penerapan Pembelajaran Kontekstual Berbantuan Aplikasi Desmos untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa SMA Elfani, E.	669
Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Ditinjau dari Gaya Belajar yang Dibelajarkan dengan Model PBM Sinaga, A. P., & Simanullang, M. C.	679
Pemetaan Tenaga Kesehatan di Provinsi Sumatera Utara Menggunakan Metode Multidimensional Scaling Silaban, A. & Susiana	687
Pengembangan Video Pembelajaran Matematika Menggunakan Powtoon untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa di SMP Negeri 1 Kuala Fazriani, A., & Sagala, P. N.	697
Penerapan Metode Adams-Bashfort-Moulton pada Persamaan Logistik dalam Memprediksi Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Sumatera Utara Hasibuan, Z. A. E., & Ritonga, A.	705
Efektivitas Model Pembelajaran Discovery Learning Terhadap Kemampuan Literasi Numerasi Siswa Kelas VII Di UPT SMP Negeri 37 Medan Talaumbanua, B. N.	715
Perbedaan Kemampuan Pemecahan Masalah Diajarkan dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah dan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia Sipayung, E. N., & Napitupulu, E. E.	721
Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis Etnomatematika Berbantuan Classpoint untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VII Tobing, E. L., & Siregar, T. M.	729
Pengaruh Model Pembelajaran Numbered Head Together Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Siswa Yuwinda, F., & Napitupulu, E. E.	737
Peran Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik melalui Budaya Melayu pada Pembelajaran Matematika Nasution, H. H.	745
Meningkatkan Penalaran Matematis Siswa SMP melalui Video Animasi Berbasis Problem-Based Learning dengan Animaker Simbolon, P., & Manurung, N.	756

Pembangunan Algoritma Metode Modifikasi Runge-Kutta Menggunakan Kombinasi Deret
Lehmer dengan Python untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial

Ananda, D., Telaumbanua, L. Y., Nazla, K., & Rangkuti, Y. M. 763

Pembelajaran Matematika SD Dengan Model Kontekstual Berbasis Kearifan Lokal Gotong
Royong Pada Suku Batak Toba

Silalahi, T. M. 773

Analisis Regresi Weibull terhadap Determinan Laju Pemulihan Klinis Pasien Penderita
Stroke

Harahap, S., & Febrian, D. 785

Pengembangan Media Matematika Digital Berbasis Pendidikan Matematika Realistik
Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa SMP Negeri 16
Medan

Napitupulu, S. S., & Kairuddin. 795

The Effect of The Problem-Based Learning Model on Students' Mathematics Problem
Solving Abilities

Sitinjak, W. B. C., & Napitupulu, E. E. 805

Peran Media Komik Berbasis Budaya Lokal Tapanuli Selatan dalam Pembelajaran
Matematika SD

Siregar, Y. A. 813

Pengembangan LKPD untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Peserta Didik pada
Pembelajaran Kooperatif Tipe Snowball Throwing di Kelas VIII SMP

Zuhrah, S. A. 823

Pembangunan Script Python untuk menunjukkan perbandingan antara Metode RK6,
Metode RK4

Ulwan, M. A. N., Pratiwi, I. A., Suana, M. Z., & Rangkuti, Y. M. 831

Penerapan Metode Naive Bayes dalam Memprediksi Kepuasan Pasien Terhadap
Pelayanan Rumah Sakit (Studi Kasus: Rumah Sakit Umum Haji Medan)

Syadia, R. & Kartika D. 838

Penerapan Rantai Markov dalam Menganalisis Tingkat Persaingan Ojek Online

Saputri, A. N., & Ritonga, A. 844

Pembangunan Python untuk menunjukkan Keakuratan Metode Modifikasi RK4
dibandingkan dengan Metode RK Merson untuk MNA

Fadluna, E. P., Saragih, R. Z. F., Alamsyah, R., & Rangkuti, Y. M. 853

Penerapan Analytical Hierarchy Process dalam Menentukan Pemilihan Dompot Digital (E-
Wallet) yang Terpercaya Pada Sektor UMKM di Kecamatan Percut Sei Tuan

Hartati, S., & Ahyaningsih, F. 861

Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think Talk Write Terhadap Kemampuan
Komunikasi Matematis Siswa SMA Negeri 1 Hamparan Perak

Nabila, F., Surya, E. 871

Penerapan Regresi Semiparametrik *Spline Truncated* dalam Memodelkan Angka Harapan Hidup di Sumatera Utara

Cindy Wana Wulan^{1*}, Abil Mansyur²

^{1,2}.Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan, Medan 20221, Sumatera Utara, Indonesia

*Corresponding Author: cindywanawulan21@gmail.com

Abstrak, salah satu indikator yang digunakan untuk menilai seberapa baik pemerintah meningkatkan kesejahteraan masyarakat adalah angka harapan hidup. Peningkatan angka harapan hidup di Sumatera Utara terjadi dari tahun ke tahun, tetapi masih dibawah rata-rata nasional. Tujuan penelitian ini adalah untuk memodelkan angka harapan hidup di Sumatera Utara tahun 2023. Metode yang digunakan yaitu regresi semiparametrik spline truncated. Kemudian model terbaik untuk memodelkan angka harapan hidup di Sumatera Utara yaitu tiga titik knot, diperoleh dari nilai GCV paling rendah. Berdasarkan hasil penelitian, terdapat tujuh variabel prediktor yang memiliki pengaruh signifikan, sementara satu variabel lainnya tidak berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup Sumatera Utara yaitu tingkat partisipasi angkatan kerja. Berdasarkan model terbaik diperoleh nilai koefisien determinasi sebesar 99,6%, maka variabel prediktor mempengaruhi variabel respon angka harapan hidup Sumatera Utara sebesar 99,6%. Hasil evaluasi akurasi model menggunakan MAPE (Mean Absolute Percentage Error), dihasilkan nilai sebesar 0,95% sehingga model memiliki nilai akurasi yang sangat baik..

Kata kunci: Angka Harapan Hidup, Generalized Cross Validation, Semiparametrik, Spline Truncated, MAPE

Abstract, one of the indicators used to assess how well the government is improving people's welfare is life expectancy. The increase in life expectancy in North Sumatra occurs from year to year, but is still below the national average. The purpose of this study is to model life expectancy in North Sumatra in 2023. The method used is semiparametric spline truncated regression. Then the best model to model life expectancy in North Sumatra is three knot points, obtained from the lowest GCV value. Based on the results of the study, there are seven predictor variables that have a significant effect, while one other variable has no significant effect on life expectancy in North Sumatra, namely the labor force participation rate. Based on the best model, the coefficient of determination is 99.6%, so the predictor variables affect the response variable of life expectancy of North Sumatra by 99.6%. The results of evaluating the accuracy of the model using MAPE (Mean Absolute Percentage Error), resulted in a value of 0.95% so that the model has a very good accuracy value.

Keywords: life expectancy, Generalized Cross Validation, Semiparametric, Spline Truncated, MAPE

Citation: Wulan, C. W. & Mansyur, A. (2024). Penerapan Regresi Semiparametrik Spline Truncated dalam Memodelkan Angka Harapan Hidup di Sumatera Utara. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2024*. 567 – 577.

PENDAHULUAN

Salah satu indikator yang digunakan untuk menilai seberapa baik pemerintah meningkatkan kesejahteraan penduduk adalah angka harapan hidup. Tingginya angka harapan hidup di wilayah itu menggambarkan penduduknya sehat dan kemiskinan telah diatasi dengan baik (Yasin et al., 2022). Menurut (Gabrela et al., 2020) angka harapan hidup merupakan rata-rata total tahun yang diharapkan akan dilalui seseorang sejak kelahirannya. Angka harapan hidup sangat penting untuk mengetahui seberapa baik kesehatan seseorang sehingga mereka dapat hidup lebih lama.

Angka harapan hidup penduduk secara global berdasarkan divisi populasi perserikatan bangsa-bangsa tahun 2023 adalah 73,4 tahun, dimana 76 tahun untuk perempuan dan 70,8 tahun untuk laki-laki. Pada tahun 2023 Hongkong menjadi negara dengan angka harapan hidup paling tinggi secara global dengan harapan hidup mencapai 85,83 tahun (Worldometer, 2024). Pada tahun 2023, angka harapan hidup di Indonesia adalah 70,17 tahun untuk laki-laki dan 74,18 tahun untuk perempuan. Sedangkan, angka harapan hidup di Sumatera Utara tercatat 68,06 tahun untuk laki-laki dan 72 tahun untuk perempuan. Berdasarkan data yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik menggambarkan peningkatan angka harapan hidup di Sumatera Utara dari tahun ke tahun, meskipun angkanya masih berada di bawah rata-rata nasional.

Sumatera Utara menempati peringkat kedua terendah dalam angka harapan hidup di Pulau Sumatera. Berdasarkan data BPS 2023, Riau memiliki angka harapan hidup tertinggi (70,28 tahun untuk laki-laki dan 74,29 tahun untuk perempuan), sedangkan Sumatera Utara hanya 68,06 tahun untuk laki-laki dan 72 tahun untuk perempuan. Hal ini menunjukkan perlunya peningkatan pelayanan kesehatan, lingkungan, dan kesejahteraan sosial di provinsi tersebut. Penelitian oleh (Nisa' & Budiantara, 2020) mengatakan bahwa tingginya angka harapan hidup di wilayah tersebut menunjukkan bahwa penduduknya sehat dan kemiskinan telah diatasi. Angka harapan hidup Provinsi Sumatera Utara yang masih di bawah rata-rata nasional dan di posisi kedua terendah di pulau Sumatera menandakan kesehatan dan kemiskinan belum teratasi dengan baik.

Berdasarkan penelitian (Mukrom et al., 2021) faktor yang diduga memiliki pengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup meliputi pendidikan, kesehatan, dan kondisi ekonomi. Faktor pendidikan ditentukan dengan faktor rata-rata lama sekolah, dan faktor lainnya adalah ketersediaan fasilitas kesehatan sebagai komponen penting untuk mendukung pelayanan kesehatan. Faktor ekonomi ditentukan oleh persentase penduduk miskin serta pengeluaran per kapita. Berdasarkan penelitian (Nisa' & Budiantara, 2020) faktor yang diduga memiliki pengaruh terhadap angka harapan hidup yaitu angka kematian bayi usia 0-11 bulan, rata-rata lama sekolah dan tingkat partisipasi angkatan kerja. Analisis regresi digunakan untuk memahami pengaruh berbagai faktor terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara, termasuk rata-rata lama sekolah, jaminan kesehatan, pelayanan kesehatan, angka kematian bayi, partisipasi kerja, indeks pembangunan manusia, kemiskinan, dan pengeluaran perkapita. Metode ini membantu mengidentifikasi faktor signifikan yang dapat digunakan sebagai dasar kebijakan peningkatan kesejahteraan masyarakat. Analisis regresi terdiri dari parametrik, nonparametrik, dan semiparametrik. (Tanaty et al., 2023).

Asumsi umum dalam regresi parametrik yaitu jenis kurva regresi merupakan pola hubungan antara variabel respon dan variabel prediktor telah diketahui. Bentuk-bentuk kurva ini bisa berupa linear, kuadrat, kubik, polinomial derajat-p, eksponensial, dan sebagainya. Berbeda dengan regresi nonparametrik, dimana menggunakan kurva fungsi regresi yang tidak diketahui sebelumnya. Kurva regresi pada regresi nonparametrik diartikan halus serta termasuk dalam ruang fungsi tertentu, sehingga sangat fleksibel. Karena tidak terikat pada asumsi seperti pada regresi parametrik, metode regresi nonparametrik merupakan pilihan yang lebih baik ketika bentuk kurva regresi terbatas atau tidak ada asumsi tentang bentuk kurva regresi (Sanusi et al., 2020).

Regresi semiparametrik adalah penggabungan antara estimasi kurva regresi parametrik dan estimasi kurva regresi nonparametrik. Metode estimasi yang dapat digunakan untuk regresi semiparametrik adalah *Kernel*, *Fourier* dan *Spline*. Model regresi semiparametrik yang banyak digunakan yaitu regresi *spline* (Loklomin, 2019). *Spline* adalah salah satu bentuk polinomial yang tersegmentasi, atau sering disebut sebagai *piecewise polynomial*. Polinomial tersegmentasi memiliki

sifat terbagi-bagi, yang membuat *spline* lebih fleksibel dibandingkan polinomial konvensional. Fleksibilitas ini memungkinkan regresi *spline* menyesuaikan diri lebih baik dengan karakteristik lokal suatu data, sehingga menghasilkan fungsi regresi yang lebih akurat dan sesuai dengan pola data yang ada. (Yani et al., 2017). Salah satu basis fungsi yang biasa digunakan pada pendekatan *spline*, yaitu *spline truncated* (Dani et al., 2021).

Spline truncated adalah model regresi yang memiliki interpretasi statistik yang sangat unik dan baik secara visual. Selain itu, keunggulan dari *Spline truncated* adalah kemampuannya dalam menangani pola data yang mengalami perubahan tajam, baik naik maupun turun, dengan bantuan titik-titik knots, dan juga menghasilkan kurva yang relatif halus. (Utami & Prahutama, 2017). *Spline truncated* merupakan model yang cenderung dapat mencari sendiri estimasi data di mana pun pola data bergerak dikarenakan terdapat titik-titik knot. Titik knot berfungsi sebagai titik peralihan yang menunjukkan adanya perubahan fungsi *spline* di berbagai interval. (Erlando et al., 2022).

Penelitian sebelumnya mengenai pemodelan dengan regresi semiparametrik *spline truncated* dilakukan oleh (Loklomin, 2019) yaitu memodelkan indeks pembangunan manusia di kepulauan Maluku dengan pendekatan regresi semiparametrik *spline truncated*. Model terbaik pada penelitian ini adalah dengan tiga titik knot dan nilai GCV minimum 0,346 serta nilai R-Square sebesar 99,97%. Kemudian penelitian oleh (Mudawamah et al., 2022) mengenai pemodelan indeks pembangunan manusia di Jawa Timur dengan pendekatan regresi semiparametrik *spline truncated*. Pada penelitian ini model terbaik terdapat pada tiga titik knot dengan nilai GCV minimum yaitu 0,019 serta nilai koefisien determinasi sebesar 99,964%. (Yani et al., 2017) melakukan penelitian terhadap kasus pasien demam berdarah dengue di rumah sakit Puri Raharja dengan menggunakan model regresi semiparametrik *spline truncated*. Penelitian tersebut menggunakan satu titik knot dengan nilai GCV minimum 0,0355, nilai MSE sebesar 0,029 dan R-Square sebesar 98,91%. Penelitian ini bertujuan menentukan model angka harapan hidup di Sumatera Utara menggunakan regresi semiparametrik *spline truncated*, mengukur pengaruh variabel prediktor, dan menilai akurasi model.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan studi literatur dan deskriptif kuantitatif dengan data sekunder dari Badan Pusat Statistik Provinsi Sumatera Utara. Tahap awal meliputi pengumpulan dan analisis statistik deskriptif untuk menentukan karakteristik data. Selanjutnya, dilakukan analisis hubungan variabel melalui scatter plot dan uji normalitas guna menentukan pendekatan parametrik atau nonparametrik. Model angka harapan hidup dibangun menggunakan regresi semiparametrik *spline truncated*, dengan titik knot optimal ditentukan melalui Generalized Cross Validation (GCV) dengan persamaan (1). Evaluasi model dilakukan menggunakan Mean Absolute Percentage Error (MAPE) dengan persamaan (3), serta pengujian asumsi residual (normalitas, autokorelasi, dan heteroskedastisitas). Uji serentak dan parsial dilakukan untuk menilai signifikansi variabel dalam model, diikuti perhitungan koefisien determinasi (R^2) untuk mengukur pengaruh variabel prediktor terhadap variabel respon. Penelitian diakhiri dengan interpretasi hasil model sebagai kesimpulan.

$$GCV = \frac{MSE(k)}{[n^{-1} \text{trace}(I - A(K))]^2} \quad (1)$$

dimana, I : Matriks Identitas, K : Banyaknya titik knot, n : Banyaknya data, $A(K)$: Matriks $X_k(X_k^T X_k)^{-1} X_k^T$, dan Rumus MSE menggunakan persamaan (2).

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad (2)$$

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i} \right|}{n} \times 100\% \quad (3)$$

dimana Y_i : Nilai aktual dari variabel ke i , $\hat{Y}_i$: Nilai yang diprediksi oleh model ke i , n : Jumlah pengamatan. Kriteria MAPE terdiri dari Sangat Akurat ($0 \leq MAPE < 10\%$), Akurat ($10 \leq MAPE < 20\%$), Cukup Akurat ($20 \leq MAPE < 50\%$), dan Tidak Akurat ($MAPE \geq 50\%$).

HASIL DAN PEMBAHASAN

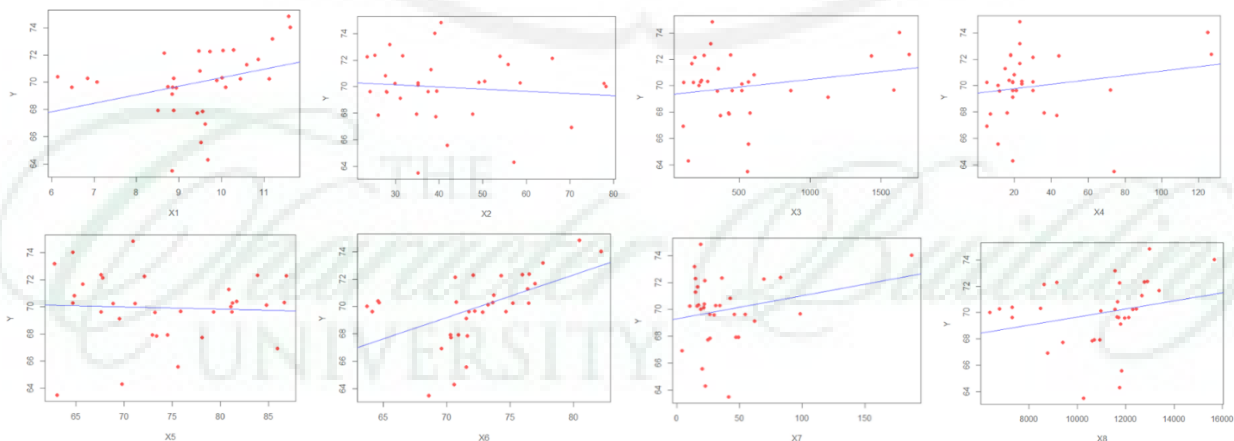
Variabel pada penelitian ini adalah angka harapan hidup (y), rata-rata lama sekolah (x_1), pengguna BPJS kesehatan (x_2), jumlah pelayanan kesehatan (x_3), angka kematian bayi (x_4), tingkat partisipasi angkatan kerja (x_5), indeks pembangunan manusia (x_6), jumlah penduduk miskin (x_7) dan pengeluaran perkapita (x_8). Deskripsi data diperlukan untuk mengetahui tentang sifat-sifat data yang akan dianalisis. Karakteristik variabel penelitian ditunjukkan dalam tabel 1 mengenai nilai maksimum, minimum, mean, varians serta standar deviasi pada setiap variabel penelitian.

Tabel 1. Karakteristik Variabel Penelitian

Variabel	Keterangan	Max	Min	Mean	Varians	Standar Deviasi
y	Angka Harapan Hidup	74,83	63,52	69,95	6,3547	2,52
x_1	Rata-rata lama sekolah	11,62	6,140	9,38	1,8006	1,3419
x_2	Pengguna BPJS kesehatan	78,32	23,54	41,99	236,589	15,3814
x_3	Jumlah pelayanan kesehatan	1699	103	536,8	203991,9	451,65
x_4	Angka kematian bayi	127	5	30,27	851,267	29,177
x_5	Tingkat partisipasi angkatan kerja	86,89	62,79	74,20	55,4044	7,4434
x_6	Indeks Pembangunan Manusia	82,19	63,70	72,41	18,8236	4,3386
x_7	Jumlah penduduk miskin	187,28	4,01	37,57	1176,375	34,2983
x_8	Pengeluaran perkapita	15674	6382	10911	4412017	2100,48

Sumber : Badan Pusat Statistik Sumatera Utara (2023)

Pola hubungan variabel respon dan setiap variabel prediktor bisa dianalisis dengan *scatter plot* dan melakukan uji normalitas data. Penentuan pola data bertujuan untuk menentukan komponen parametrik dan komponen nonparametrik, kemudian dilanjutkan melakukan uji normalitas untuk memperkuat hasil analisis. Berikut adalah *scatter plot* yang memberi gambaran pola hubungan antara variabel prediktor dengan variabel respon.



Gambar 1. Scatterplot Angka Harapan Hidup dengan masing-masing Variabel Prediktor

Pada gambar 1 dapat dilihat bahwa X_1 , X_5 dan X_6 terdapat suatu pola hubungan linear garis lurus dan membentuk pola data serta mendekati garis linear, sehingga variabel tersebut termasuk variabel bersifat parametrik, sedangkan, X_2 , X_3 , X_4 , X_7 dan X_8 pola hubungannya tidak ada kecenderungan hubungan pola tertentu yang diartikan hubungannya bersifat non parametrik.

Untuk mengetahui sebuah data termasuk kedalam kelompok parametrik atau nonparametrik adalah dengan melakukan uji normalitas terhadap data variabel prediktor dengan hipotesis sebagai berikut; $H_0 : \mu = 0$ maka data normal; dan $H_1 : \mu \neq 0$ maka data tidak normal. Sedangkan pada pengujian hipotesis tersebut, kriteria berikut digunakan untuk terima atau tolak hipotesis H_0 berdasarkan p -value atau nilai signifikansi uji, jika p -value $< \alpha = 0,05$ sehingga H_0 ditolak dan jika p -value $> \alpha = 0,05$ sehingga H_0 diterima. Berikut hasil uji normalitas data setiap variabel prediktor:

Tabel 3. Hasil Uji Normalitas Variabel Prediktor

Variabel Prediktor	Keterangan	p -value	Komponen	Variabel
x_1	Rata-rata lama sekolah	0,09924	Parametrik	x_1
x_2	Pengguna BPJS kesehatan	0,0118	Nonparametrik	t_1
x_3	Jumlah pelayanan kesehatan	6,16e-06	Nonparametrik	t_2
x_4	Angka kematian bayi	1,112e-07	Nonparametrik	t_3
x_5	Tingkat partisipasi angkatan kerja	0,2887	Parametrik	x_2
x_6	Indeks Pembangunan Manusia	0,1515	Parametrik	x_3
x_7	Jumlah penduduk miskin	0,004192	Nonparametrik	t_4
x_8	Pengeluaran perkapita	0,00248	Nonparametrik	t_5

kemudian dari hasil pengujian normalitas data pada tabel 3 menunjukkan daftar komponen parametrik serta komponen nonparametrik pada penelitian ini.

Setelah mengidentifikasi pola hubungan antara variabel respons dan variabel prediktor yang diperkirakan berpengaruh, dilakukan pemodelan dengan metode regresi semiparametrik *spline truncated*. Pemodelan ini melibatkan penggunaan satu, dua, dan tiga titik knot. Berikut adalah model regresi semiparametrik *spline truncated* yang diterapkan dalam penelitian ini.

Titik knot optimal dalam suatu model dapat ditentukan dengan cara memilih nilai GCV (*Generalized Cross Validation*) yang paling minimum. Berikut ini disajikan pemodelan yang dilakukan pada masing-masing titik knot yang telah ditentukan dengan tujuan untuk mengidentifikasi titik knot yang memberi hasil nilai GCV terendah dan memberikan hasil yang paling akurat.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \sum_{r=0}^m \gamma_{r1} t_{i1}^r + \sum_{s=1}^k \gamma_{(m+s),1} (t_{i1} - k_s)^m + \sum_{r=0}^m \gamma_{r2} t_{i2}^r + \sum_{s=1}^k \gamma_{(m+s),2} (t_{i2} - k_s)^m + \sum_{r=0}^m \gamma_{r3} t_{i3}^r + \sum_{s=1}^k \gamma_{(m+s),3} (t_{i3} - k_s)^m + \sum_{r=0}^m \gamma_{r4} t_{i4}^r + \sum_{s=1}^k \gamma_{(m+s),4} (t_{i4} - k_s)^m + \sum_{r=0}^m \gamma_{r5} t_{i5}^r + \sum_{s=1}^k \gamma_{(m+s),5} (t_{i5} - k_s)^m$$

Model regresi semiparametrik *spline truncated* menggunakan satu titik knot, $y_i = \varphi + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \gamma_{11} t_{i1} + \gamma_{21} (t_{i1} - k_1) + \gamma_{12} t_{i2} + \gamma_{22} (t_{i2} - k_1) + \gamma_{13} t_{i3} + \gamma_{23} (t_{i3} - k_1) + \gamma_{14} t_{i4} + \gamma_{24} (t_{i4} - k_1) + \gamma_{15} t_{i5} + \gamma_{25} (t_{i5} - k_1) + \varepsilon_i$. Nilai GCV minimum sebesar 0,479151, dengan titik knot pada variabel sebagai berikut: pengguna BPJS kesehatan (32,484), jumlah pelayanan kesehatan (363,571), angka kematian bayi (24,918), jumlah penduduk miskin (33,932), dan pengeluaran per kapita (7,899.061).

Model regresi semiparametrik *spline truncated* menggunakan dua titik knot, $y_i = \varphi + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \gamma_{11} t_{i1} + \gamma_{21} (t_{i1} - k_1) + \gamma_{31} (t_{i1} - k_2) + \gamma_{12} t_{i2} + \gamma_{22} (t_{i2} - k_1) + \gamma_{32} (t_{i2} - k_2) + \gamma_{13} t_{i3} + \gamma_{23} (t_{i3} - k_1) + \gamma_{33} (t_{i3} - k_2) + \gamma_{14} t_{i4} + \gamma_{24} (t_{i4} - k_1) + \gamma_{34} (t_{i4} - k_2) + \gamma_{15} t_{i5} + \gamma_{25} (t_{i5} - k_1) + \gamma_{35} (t_{i5} - k_2) + \varepsilon_i$. Nilai GCV minimum dengan dua titik knot adalah 0,43541, dengan titik knot pada variabel: pengguna BPJS kesehatan (38,073 & 53,725), jumlah pelayanan kesehatan (526,429 & 982,429), angka kematian bayi (37,367 & 72,224), jumlah penduduk miskin (52,633 & 104,996), dan pengeluaran per kapita (8,847.224 & 11,502.082).

Model regresi semiparametrik *spline truncated* menggunakan tiga titik knot, $y_i = \varphi + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \gamma_{11} t_{i1} + \gamma_{21} (t_{i1} - k_1) + \gamma_{31} (t_{i1} - k_2) + \gamma_{41} (t_{i1} - k_3) + \gamma_{12} t_{i2} + \gamma_{22} (t_{i2} - k_1) + \gamma_{32} (t_{i2} - k_2) +$

$\gamma_{42}(t_{i2} - k_3) + \gamma_{13}t_{i3} + \gamma_{23}(t_{i3} - k_1) + \gamma_{33}(t_{i3} - k_2) + \gamma_{43}(t_{i3} - k_3) + \gamma_{14}t_{i4} + \gamma_{24}(t_{i4} - k_1) + \gamma_{34}(t_{i4} - k_2) + \gamma_{44}(t_{i4} - k_3) + \gamma_{15}t_{i5} + \gamma_{25}(t_{i5} - k_1) + \gamma_{35}(t_{i5} - k_2) + \gamma_{45}(t_{i5} - k_3) + \varepsilon_i$. Nilai GCV minimum dengan tiga titik knot adalah 0,262884, dengan titik knot pada variabel: pengguna BPJS kesehatan (32,484; 45,899; 49,253), jumlah pelayanan kesehatan (363,571; 754,429; 852,143), angka kematian bayi (24,918; 54,796; 62,265), jumlah penduduk miskin (33,932; 78,814; 90,035), dan pengeluaran per kapita (7,899.061; 10,174.653; 10,743.551).

Model terbaik untuk memprediksi angka harapan hidup di Sumatera Utara ditentukan dengan membandingkan nilai GCV minimum pada regresi spline dengan satu knot (0,479151), dua knot (0,535410), dan tiga knot (0,262885). Model dengan tiga titik knot dipilih karena memiliki nilai GCV terendah. Setelah model diperoleh, estimasi parameter dilakukan menggunakan metode Ordinary Least Squares (OLS) untuk menentukan hubungan antara variabel prediktor dan respon.

Tabel 4. Estimasi parameter

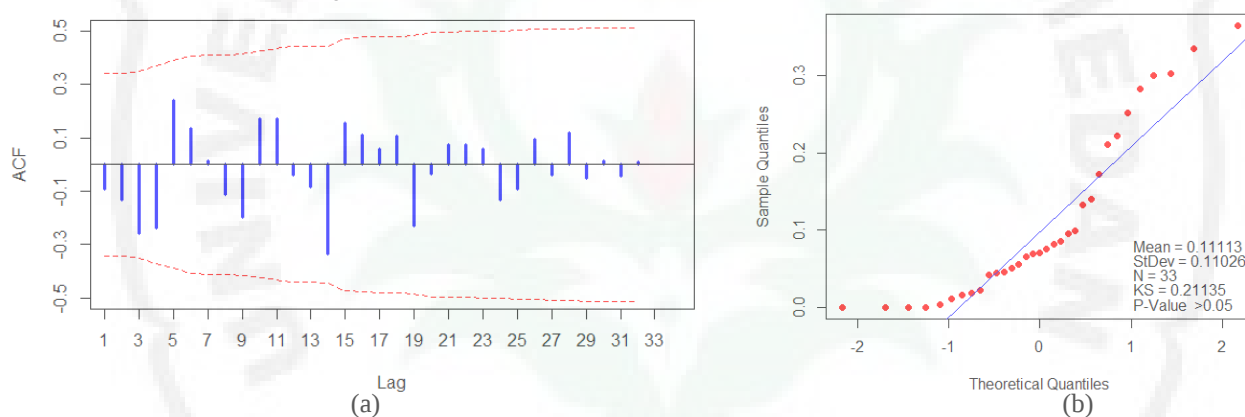
Variabel	Parameter	Estimasi
-	φ	0.0384501184
x_1	β_1	-2.1439298373
x_2	β_2	0.0197234604
x_3	β_3	1.6067516301
t_1	γ_{11}	-0.0764228515
	γ_{21}	0.0101102136
	γ_{31}	0.0552834548
	γ_{41}	-0.0483510730
t_2	γ_{12}	-0.0031749167
	γ_{22}	-0.0640519470
	γ_{32}	1.1272294426
	γ_{42}	-0.9607819881
t_3	γ_{13}	-0.0098589860
	γ_{23}	0.0022688836
	γ_{33}	-0.0040955014
	γ_{43}	-0.0566225827
t_4	γ_{14}	-0.1851712627
	γ_{24}	0.1804565296
	γ_{34}	0.0878008078
	γ_{44}	0.1071823522
t_5	γ_{15}	-0.1694042663
	γ_{25}	0.0018059111
	γ_{35}	-0.0006998039
	γ_{45}	0.0013389703

Tabel 4 menyajikan informasi mengenai estimasi parameter model regresi semiparametrik *spline truncated* terbaik menggunakan titik knot optimal. Berikut adalah persamaan regresi semiparametrik *spline truncated* yang terbentuk. $y_i = 0,038845 - 2,143929x_{i1} + 0,019723x_{i2} + 1,606752x_{i3} - 0,076423 + 0,01011(t_{i1} - 32,483673) + 0,055283(t_{i1} - 45,899184) - 0,048351(t_{i1} - 49,253061) - 0,003175t_{i2} - 0,064052(t_{i2} - 363,571429) + 1,127229(t_{i2} - 754,428571) - 0,960782(t_{i2} - 852,142857) - 0,009858t_{i3} + 0,002269(t_{i3} - 24,918367) - 0,004096(t_{i3} - 54,795918) - 0,056623(t_{i3} - 62,265306) - 0,185171t_{i4} + 0,180457(t_{i4} - 33,931633) + 0,087801(t_{i4} - 78,814082) + 0,107182(t_{i4} - 90,034694) - 0,169404t_{i5} + 0,001806(t_{i5} - 7899,061224) - 0,000699(t_{i5} - 10174,65306) + 0,001339(t_{i5} - 10743,55102)$.

Setelah estimasi parameter setiap variabel prediktor diketahui, kemudian dilakukan uji asumsi residual. Uji identik, indikasi identik dapat diketahui dengan menggunakan uji glejser. Hipotesis uji identik yaitu; $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$, H_1 : paling sedikit ada satu $\sigma_1^2 \neq \sigma^2$. Hasil dari pengujian identik dengan uji glejser diperoleh nilai F hitung adalah sebesar 0,9102492 dengan nilai *p-value* yaitu 0,59847. Taraf signifikan pada uji ini yaitu 0,05. Sehingga nilai *p-value* yaitu 0,59847 >

0,05 maka H_0 diterima. Oleh karena itu, residual yang diperoleh dari model memenuhi asumsi identik dikarenakan tidak terdapat heteroskedastisitas. Uji independent dilakukan dengan plot *Autocorrelation Function* (ACF). Gambar 2(a) memberi informasi dari lag 1 sampai lag 33, tidak ada lag yang melebihi batas signifikansi. Oleh karena itu, berdasarkan plot ACF residual, maka disimpulkan tidak terdapat autokorelasi pada residual, dikarenakan tidak ada autokorelasi maka residual bersifat independen sehingga asumsi independen terpenuhi.

Uji Normal yang digunakan adalah uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hipotesis pada uji ini adalah, H_0 : Residual berdistribusi norma dan H_1 : Residual tidak berdistribusi normal. Gambar 2 (b) memberikan informasi *normal probability plot* residul. Berdasarkan plot diperlihatkan bahwa pola residual mengikuti garis normal, maka residual berdistribusi normal. Jika berdasarkan nilai *p-value* uji *kolmogorov-smirnov* dari gambar 2(b) nilai *p-value* > 0,05. Oleh karena itu menggunakan taraf signifikan sebesar 0,05 H_0 diterima, yang berarti residual model berdistribusi normal.



Gambar 2: (a) Plot ACF residual, dan (b) *Normal probability plot* residual

Pengujian signifikansi parameter untuk menentukan apakah setiap variabel prediktor memiliki pengaruh signifikan terhadap variabel respon angka harapan hidup di Sumatera Utara. Tahap pertama yang dilakukan adalah uji serentak, apabila uji serentak hasilnya tolak H_0 maka perlu dilakukan pengujian secara parsial. Uji serentak bertujuan mengevaluasi parameter regresi yang melibatkan semua variabel prediktor secara bersamaan. Hipotesis yang dipakai pada pengujian serentak yaitu, $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \gamma_{11} = \dots = \gamma_{45} = 0$ dan H_0 : paling sedikit ada satu $\gamma_j \neq 0$ atau $\beta_k \neq 0$. Hasil uji parameter secara serentak diperoleh F hitung yaitu 98,08218 dengan nilai *p-value* yaitu 3,188997e-08. Uji serentak menggunakan taraf signifikan 0,05 maka keputusan dari uji serentak adalah tolak H_0 dikarenakan nilai *p-value* yaitu 3,188997e-08 < 0,05 sehingga keputusan hasil uji adalah terdapat setidaknya satu variabel prediktor yang berpengaruh pada angka harapan hidup di Sumatera Utara. Hasil uji yang tolak H_0 maka selanjutnya dilakukan uji parsial. Uji parsial dengan hipotesis pada parameter regresi parametrik, $H_0 : \beta_k = 0$ dan $H_1 : \beta_k \neq 0, k = 1, 2, 3$, sedangkan untuk hipotesis parameter regresi nonparametrik, $H_0 : \gamma_j = 0$ dan $H_1 : \gamma_j \neq 0; j = 1, 2, \dots$

Tujuan dilakukannya uji parsial ini adalah untuk mengetahui variabel prediktor yang berpengaruh signifikan pada variabel angka harapan hidup di Sumatera Utara. Berikut hasil uji parsial pada masing-masing parameter setiap variabel prediktor disajikan dalam tabel 5.

Tabel 5. Uji parsial

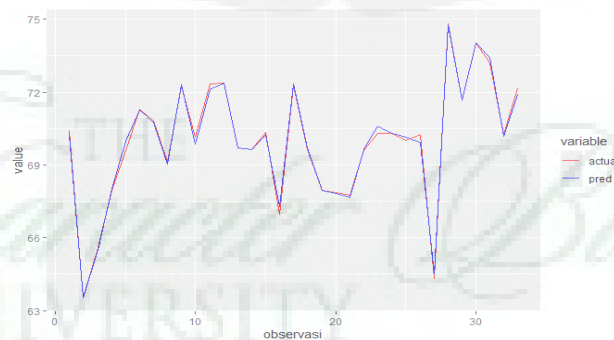
Variabel	Parameter	Estimasi	P-Values	Kesimpulan
-	φ	0.0384501184	6,15496E-08	Signifikan
x_1	β_1	-2.1439298373	1,64942E-06	Signifikan
x_2	β_2	0.0197234604	0,187806025	Tidak Signifikan
x_3	β_3	1.6067516301	3,50899E-10	Signifikan

Variabel	Parameter	Estimasi	P-Values	Kesimpulan
t_1	γ_{11}	-0.0764228515	0,133803011	Tidak Signifikan
	γ_{21}	0.0101102136	0,001109073	Signifikan
	γ_{31}	0.0552834548	0,034460672	Signifikan
	γ_{41}	-0.0483510730	0,017559916	Signifikan
	γ_{12}	-0.0031749167	1,93664E-05	Signifikan
t_2	γ_{22}	-0.0640519470	0,421509981	Tidak Signifikan
	γ_{32}	1.1272294426	0,000407699	Signifikan
	γ_{42}	-0.9607819881	0,000518454	Signifikan
	γ_{13}	-0.0098589860	0,006983221	Signifikan
	γ_{23}	0.0022688836	0,66985488	Tidak Signifikan
t_3	γ_{33}	-0.0040955014	0,41459089	Tidak Signifikan
	γ_{43}	-0.0566225827	0,214383689	Tidak Signifikan
	γ_{14}	-0.1851712627	0,118753169	Tidak Signifikan
	γ_{24}	0.1804565296	0,102899359	Tidak Signifikan
	γ_{34}	0.0878008078	0,007943085	Signifikan
t_4	γ_{44}	0.1071823522	0,178106755	Tidak Signifikan
	γ_{15}	-0.1694042663	0,063452186	Tidak Signifikan
	γ_{25}	0.0018059111	0,022489647	Signifikan
	γ_{35}	-0.0006998039	0,643317635	Tidak Signifikan
	γ_{45}	0.0013389703	0,263096227	Tidak Signifikan

Taraf signifikan yang digunakan dalam uji parsial sebesar 0,05. Jika nilai salah satu p -value kurang dari taraf signifikan 0,05 maka H_0 ditolak maka variabel tersebut signifikan. Pada tabel 5 terdapat satu variabel yang tidak signifikan berpengaruh pada angka harapan hidup di Sumatera Utara yaitu x_2 variabel tingkat partisipasi angkatan kerja.

Evaluasi Model dengan Menggunakan MAPE

Model regresi semiparametrik *spline truncated* dievaluasi menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) sebagai ukuran menilai keakuratan prediksi. Titik knot optimal dengan menggunakan regresi semiparametrik *spline truncated* menggunakan tiga titik knot menghasilkan nilai GCV minimum sebesar 0,2628845 dan nilai MAPE 0,9469796. Nilai MAPE tiga titik knot sebesar $0,95\% < 10\%$ maka model regresi yang digunakan dinyatakan sangat baik. Sehingga model regresi semiparametrik *spline truncated* dengan tiga titik knot mempunyai nilai akurasi yang sangat baik. Hasil plotting angka harapan hidup (y) dengan y prediksi digambarkan pada gambar 3.



Gambar 3. Plot Angka Harapan Hidup (y) dan y prediksi

Nilai koefisien determinasi (R^2) sebesar 99,6% menunjukkan bahwa model regresi semiparametrik *spline truncated* mampu menjelaskan 99,6% pengaruh variabel prediktor—termasuk rata-rata lama sekolah, partisipasi angkatan kerja, indeks pembangunan manusia, pengguna BPJS, layanan kesehatan, angka kematian bayi, jumlah penduduk miskin, dan pengeluaran per kapita—terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara.

Model yang diperoleh kemudian diinterpretasikan untuk setiap variabel prediktor yang berpengaruh signifikan terhadap variabel respon angka harapan hidup di Sumatera Utara. Berikut secara satu per satu dijelaskan model yang telah diperoleh, pertama hubungan antara rata-rata lama sekolah dan angka harapan hidup di Sumatera Utara menggunakan asumsi bahwa variabel prediktor lainnya tetap konstan yaitu $y_{x1} = 0,038845 - 2,143929x_{i1}$ dapat diartikan apabila rata-rata lama sekolah di Sumatera Utara meningkat satu tahun, maka angka harapan hidup akan menurun sebesar 2,143929.

Kemudian hubungan antara indeks pembangunan manusia dan angka harapan hidup di Sumatera Utara menggunakan asumsi bahwa variabel prediktor lainnya tetap konstan yaitu $y_{x3} = 0,038845 + 1,606752x_{i3}$, dapat diartikan angka harapan hidup akan meningkat sebesar 1,606752. Hubungan antara pengguna BPJS kesehatan terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara menggunakan asumsi bahwa variabel prediktor lainnya tetap konstan yaitu $y_{t1} = -0,076423t_{i1} + 0,01011(t_{i1} - 32,483673) + 0,055283(t_{i1} - 45,899184) - 0,048351(t_{i1} - 49,253061)$, dimana $-0,076423t_{i1}$ untuk $t_1 < 32,483673$, $-0,328409 - 0,066313t_1$ untuk $32,483673 \leq t_1 < 45,899184$, $-2,865854 - 0,013483t_1$ untuk $45,899184 \leq t_1 < 49,253061$, dan $-0,484419 - 0,061834t_1$ untuk $t_1 \geq 49,253061$. Peningkatan jumlah pengguna BPJS Kesehatan di Sumatera Utara justru berdampak pada penurunan angka harapan hidup. Jika pengguna BPJS kurang dari 32,484%, setiap kenaikan 1% menurunkan angka harapan hidup sebesar 0,076423. Dalam rentang 32,484%–45,899%, penurunan sebesar 0,066313 per 1% kenaikan. Pada 45,899%–49,253%, dampaknya lebih kecil, yakni 0,013483. Namun, jika pengguna BPJS melebihi 49,253%, kenaikan 1% tetap menurunkan angka harapan hidup sebesar 0,061834..

Hubungan antara jumlah pelayanan kesehatan terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara menggunakan asumsi bahwa variabel prediktor lainnya tetap adalah $y_{t2} = -0,003175t_{i2} - 0,064052(t_{i2} - 363,571429) + 1,127229(t_{i2} - 754,428571) - 0,960782(t_{i2} - 852,142857)$, dimana $-0,003175t_2$ untuk $t_2 < 363,571429$; $23,287477 - 0,067227t_2$ untuk $363,571429 \leq t_2 < 754,428571$; $-827,126287 + 1,060002t_2$ untuk $754,428571 \leq t_2 < 852,142857$; dan $-8,402769 + 0,09922t_2$ untuk $t_2 \geq 852,142857$. Dari persamaan tersebut diperoleh Pengaruh jumlah pelayanan kesehatan terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara bervariasi. Jika jumlah layanan kurang dari 363,57, setiap kenaikan 1 unit justru menurunkan angka harapan hidup sebesar 0,003175. Pada rentang 363,57–754,43, penurunannya lebih besar, yaitu 0,067227 per 1 unit kenaikan. Namun, jika jumlah layanan mencapai 754,43–852,14, angka harapan hidup meningkat 1,060002 per 1 unit kenaikan. Jika melebihi 852,14, peningkatannya sebesar 0,09922 per 1 unit tambahan layanan.

Hubungan antara angka kematian bayi terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara menggunakan asumsi bahwa variabel prediktor lainnya tetap adalah $y_{t3} = -0,009858t_{i3} + 0,002269(t_{i3} - 24,918367) - 0,004096(t_{i3} - 54,795918) - 0,056623(t_{i3} - 62,265306)$. Dimana $-0,009858t_3$ untuk $t_3 < 24,918367$; $-0,0565397 - 0,007589t_3$ untuk $24,918367 \leq t_3 < 54,795918$; $0,167904 - 0,011685t_3$ untuk $54,795918 \leq t_3 < 62,265306$; dan $3,693552 - 0,068308t_3$ untuk $t_3 \geq 62,265306$. Peningkatan angka kematian bayi di Sumatera Utara berdampak pada penurunan angka harapan hidup. Jika jumlah kematian bayi kurang dari 24,92, kenaikan 1 unit menurunkan angka harapan hidup sebesar 0,009858. Pada rentang 24,92–54,80, penurunannya 0,007589 per 1 unit. Dalam rentang 54,80–62,27, dampaknya meningkat menjadi 0,011685. Jika kematian bayi melebihi 62,27, setiap kenaikan 1 unit menurunkan angka harapan hidup sebesar 0,068308.

Hubungan antara jumlah penduduk miskin terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara menggunakan asumsi bahwa variabel prediktor lainnya tetap adalah $y_{t4} = -0,185171t_{i4} +$

$0,180457(t_{i4} - 33,931633) + 0,087801(t_{i4} - 78,814082) + 0,107182(t_{i4} - 90,034694)$; dimana $-0,185171t_4$ untuk $t_4 < 33,931633$; $-6,123201 - 0,004714t_4$ untuk $33,931633 \leq t_4 < 78,814082$; $-13,043156 + 0,083087t_4$ untuk $78,814082 \leq t_4 < 90,034694$; dan $-22,693254 + 0,190269t_4$ untuk $t_4 \geq 90,034694$. Jumlah penduduk miskin berpengaruh pada angka harapan hidup di Sumatera Utara. Jika jumlahnya kurang dari 33,93, kenaikan 1 unit menurunkan angka harapan hidup sebesar 0,185171. Pada rentang 33,93–78,81, penurunannya 0,004714 per 1 unit. Namun, jika berada di 78,81–90,03, angka harapan hidup justru meningkat 0,083087 per 1 unit kenaikan. Jika penduduk miskin melebihi 90,03, peningkatannya lebih besar, yaitu 0,190269 per 1 unit tambahan.

Hubungan antara pengeluaran perkapita terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara menggunakan asumsi bahwa variabel prediktor lainnya tetap adalah $y_{t5} = -0,169404t_{i5} + 0,001806(t_{i5} - 7899,061224) - 0,000699(t_{i5} - 10174,65306) + 0,001339(t_{i5} - 10743,55102)$. Dimana $-0,169404t_5$ untuk $t_5 < 7899,061224$; $-14,265704 - 0,001806t_5$ untuk $7899,061224 \leq t_5 < 10174,65306$; $-21,377786 - 0,168297t_5$ untuk $10174,65306 \leq t_5 < 10743,55102$ dan $-35,763401 - 0,166958t_5$ untuk $t_5 \geq 10743,55102$. Pengeluaran per kapita memengaruhi angka harapan hidup di Sumatera Utara. Jika kurang dari 7.899, kenaikan 1 unit menurunkan angka harapan hidup sebesar 0,169404. Pada rentang 7.899–10.174, penurunannya 0,001806 per 1 unit. Untuk 10.174–10.743, penurunannya lebih besar, yaitu 0,168297 per 1 unit. Jika pengeluaran per kapita melebihi 10.743, angka harapan hidup tetap menurun sebesar 0,166958 per 1 unit tambahan.

KESIMPULAN

Model regresi semiparametrik *spline truncated* terbaik untuk memodelkan angka harapan hidup di Sumatera Utara pada tahun 2023 menggunakan titik knot optimal yaitu tiga titik knot, yaitu sebagai berikut: $y_i = 0,038845 - 2,143929x_{i1} + 0,019723x_{i2} + 1,606752x_{i3} - 0,076423 + 0,01011(t_{i1} - 32,483673) + 0,055283(t_{i1} - 45,899184) - 0,048351(t_{i1} - 49,253061) - 0,003175t_{i2} - 0,064052(t_{i2} - 363,571429) + 1,127229(t_{i2} - 754,428571) - 0,960782(t_{i2} - 852,142857) - 0,009858t_{i3} + 0,002269(t_{i3} - 24,918367) - 0,004096(t_{i3} - 54,795918) - 0,056623(t_{i3} - 62,265306) - 0,185171t_{i4} + 0,180457(t_{i4} - 33,931633) + 0,087801(t_{i4} - 78,814082) + 0,107182(t_{i4} - 90,034694) - 0,169404t_{i5} + 0,001806(t_{i5} - 7899,061224) - 0,000699(t_{i5} - 10174,65306) + 0,001339(t_{i5} - 10743,55102)$

Variabel yang berpengaruh signifikan terhadap angka harapan hidup di Sumatera Utara meliputi rata-rata lama sekolah, indeks pembangunan manusia, pengguna jaminan kesehatan, jumlah pelayanan kesehatan, angka kematian bayi, jumlah penduduk miskin, dan pengeluaran per kapita, sementara tingkat partisipasi angkatan kerja tidak berpengaruh signifikan. Model terbaik menunjukkan koefisien determinasi 99,6%, yang berarti variabel prediktor dapat menjelaskan angka harapan hidup dengan sangat baik. Dengan nilai MAPE sebesar 0,95%, model regresi semiparametrik *spline truncated* dengan tiga titik knot memiliki akurasi yang sangat tinggi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada dosen pembimbing skripsi, serta kepada semua orang yang telah membantu, baik secara langsung maupun tidak langsung, dalam menyelesaikan karya ilmiah ini. Karya ilmiah ini semoga bermanfaat bagi pembacanya.

DAFTAR PUSTAKA

Dani, A. T. R., Ni'matuzzahroh, L., Ratnasari, V., & Budiantara, I. N. (2021). Pemodelan Regresi

- Nonparametrik Spline Truncated pada Data Longitudinal. *Inferensi*, 4(1), 47.
<https://doi.org/10.12962/j27213862.v4i1.8737>
- Erlando, Yundari, & Helmi. (2022). Pemodelan Regresi Semiparametrik Spline Truncated Pada Data Tingkat Pengangguran. *Buletin Ilmiah Math. Stat. Dan Terapannya (Bimaster)*, 11(3), 523–532.
- Gabrela, P. P., Ratna, M., & Budiantara, I. N. (2020). Pemodelan Angka Harapan Hidup di Provinsi Papua Menggunakan Pendekatan Regresi Nonparametrik Spline Truncated. *Jurnal Sains Dan Seni ITS*, 8(2). <https://doi.org/10.12962/j23373520.v8i2.44281>
- Loklomin, S. B. (2019). Pemodelan Indeks Pembangunan Manusia Di Kepulauan Maluku Dengan Pendekatan Estimasi Interval Parameter Model Regresi Semiparametrik Spline Truncated. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 13(2), 125–134.
<https://doi.org/10.30598/barekengvol13iss2pp125-134ar820>
- Mudawamah, S. A., Swastika, G. T., Narendra, R., & Qomarudin, M. (2022). Pemodelan Regresi Semiparametrik dengan Pendekatan Spline Truncated pada Indeks Pembangunan Manusia (IPM) di Jawa Timur. *STATISTIKA Journal of Theoretical Statistics and Its Applications*, 22(2), 183–194. <https://doi.org/10.29313/statistika.v22i2.1433>
- Mukrom, M. H., Yasin, H., & Hakim, A. R. (2021). Pemodelan Angka Harapan Hidup Provinsi Jawa Tengah Menggunakan Robust Spatial Durbin Model. *Jurnal Gaussian*, 10(1), 44–54.
<https://doi.org/10.14710/j.gauss.v10i1.30935>
- Nisa', K., & Budiantara, I. N. (2020). Modeling East Java Indonesia Life Expectancy Using Semiparametric Regression Mixed Spline Truncated and Fourier Series. *Media Statistika*, 13(2), 149–160. <https://doi.org/10.14710/medstat.13.2.149-160>
- Sanusi, W., Syam, R., & Adawiyah, R. (2020). Model Regresi Nonparametrik dengan Pendekatan Spline (Studi Kasus: Berat Badan Lahir Rendah di Rumah Sakit Ibu dan Anak Siti Fatimah Makassar). *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, 2(1), 70.
<https://doi.org/10.35580/jmathcos.v2i1.12460>
- Tanaty, R. E., Darnah, & Sifriyani. (2023). Regresi Nonparametrik Spline Truncated untuk Memodelkan Tingkat Pengangguran Terbuka di Pulau Kalimantan. *Jurnal Statistika Dan Aplikasinya*, 7(2), 224–231. <https://doi.org/10.21009/jsa.07211>
- Utami, T. W., & Prahutama, A. (2017). Regresi Semiparametrik Spline Truncated dengan Software R. *Jurnal Pendidikan, Sains Dan Teknologi Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Muhammadiyah Semarang*, 17–23.
- Worldometer. (2024). *Life Expectancy of the World Population*. Worldometers.Info.
<https://www.worldometers.info/demographics/life-expectancy/>
- Yani, N. W., Srinadi, I. G., & Wayan, S. I. (2017). Aplikasi Model Regresi Semiparametrik Spline Truncated (Studi Kasus: Pasien Demam Berdarah Dengue (DBD) di Rumah Sakit Puri Raharja). *E-Jurnal Matematika*, 6(1).
- Yasin, H., Warsito, B., Hakim, A. R., & Azizah, R. N. (2022). Life Expectancy Modeling Using Modified Spatial Autoregressive Model. *Media Statistika*, 15(1), 72–82.
<https://doi.org/10.14710/medstat.15.1.72-82>