

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pemodelan matematika yang melibatkan ekspresi matematika berupa persamaan atau sistem persamaan digunakan untuk memperkirakan pertumbuhan penduduk dalam kota (Dewi Apriani, 2022). Prediksi penduduk adalah proses memperkirakan jumlah penduduk di masa depan, dan memerlukan asumsi kelahiran, kematian dan migrasi. Ada empat jenis utama model pertumbuhan populasi, model diskrit, model eksponensial, model pertumbuhan populasi berstruktur usia, dan model logistik. Dari semua model ini, model logistik yang dikembangkan oleh Pierre Francois Verhulst dianggap paling akurat untuk memprediksi pertumbuhan populasi. Model logistik menurut Verhulst merupakan model matematika dengan persamaan diferensial nonlinier (Hanafi et al., 2024).

Model logistik adalah jenis model persamaan diferensial nonlinier yang digunakan untuk menggambarkan pertumbuhan populasi. Persamaan ini dapat diselesaikan secara analitik atau numerik. Karena menemukan solusi analitik untuk sebagian besar persamaan diferensial nonlinier cukup sulit, metode numerik sering kali digunakan untuk menyelesaikan persamaan ini.

Metode numerik adalah sebuah teknik yang digunakan untuk mengubah masalah matematika ke dalam format yang dapat diselesaikan dengan menggunakan operasi aritmatika dasar, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Pendekatan ini memungkinkan untuk mendapatkan solusi untuk masalah yang secara konsisten direpresentasikan dalam bentuk numerik (Rinaldi Munir, 2021).

Metode numerik untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa dikategorikan menjadi dua jenis yaitu metode satu langkah (one-step) dan metode banyak langkah (multi-step) (Apriani et al., 2022). Metode satu langkah meliputi metode deret Taylor, metode Euler, metode Runge-Kutta, dan metode Heun. Sedangkan, metode multi-langkah mencakup metode Adams-Bashforth-Moulton, metode Milne-Simpson, dan metode Hamming (Sri Sasi, 2015). Untuk

mendapatkan solusi menggunakan metode satu langkah, diperlukan nilai awal. Sebaliknya, metode banyak langkah (multi-step) memerlukan beberapa solusi awal, yang dapat diperoleh dari metode satu langkah (one-step). Metode banyak langkah (multi-step) sering disebut metode prediktor-korektor karena menggunakan persamaan prediktor sebagai prediksi dan persamaan korektor sebagai koreksi untuk menyempurnakan solusi (Prihandono & Noviani, 2014). Penelitian ini difokuskan pada metode Adams-Bashfort-Moulton, yang memungkinkan penyelesaian masalah tanpa perlu menghitung turunan fungsi terlebih dahulu. Sebaliknya, metode ini secara langsung menggunakan persamaan prediktor-korektor yang dikombinasikan dengan metode Runge-Kutta Orde 4, yang pendekatannya relatif akurat.

Ada dua jenis metode Adams, tipe eksplisit dan implisit. Tipe eksplisit disebut dengan metode Adams-Bashforth (AB) yang dirancang oleh John Couch Adams untuk menyelesaikan persamaan diferensial yang memodelkan aksi kapiler karena Francis Bashforth yang dipublikasikan oleh Bashforth pada tahun 1883, sedangkan tipe implisit disebut dengan metode Adams-Moulton (AM) yang juga karena John Couch Adams seperti metode Adams Bashforth, nama Ray Moulton menjadi terkait dengan metode ini karena ia menyadari bahwa metode ini dapat digunakan bersama-sama dengan metode Adams-Bashforth sebagai metode prediktor-korektor. Metode Adams yang diterapkan pada penelitian ini menggunakan metode Adams-Bashforth Orde 4 sebagai prediktor dan metode Adams-Moulton Orde 4 sebagai korektor untuk menyelesaikan persamaan matematika. Galat pemotongan metode Adams-Bashforth-Moulton orde empat lebih kecil dibandingkan dengan galat pemotongan metode Adams-Bashforth-Moulton orde dua dan tiga.

Metode prediktor-korektor Adams-Bashforth-Moulton menggabungkan dua teknik *multi-step* untuk mendekati solusi persamaan diferensial biasa dengan nilai awal. Analisis stabilitas menunjukkan bahwa metode prediktor-korektor Adams memberikan hasil yang lebih stabil untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa orde satu secara numerik dibandingkan dengan metode prediktor-korektor Milne-Simpson, yang keduanya menunjukkan stabilitas yang lemah. Dengan menggunakan pengendalian ukuran langkah, kestabilan metode prediktor-korektor

Adams ditunjukkan melalui penerapannya pada masalah nilai awal, yang menghasilkan kesalahan pemotongan yang sangat kecil. Kelebihan dari metode prediktor-korektor Adams adalah kemampuannya untuk menentukan galat dengan mudah, meskipun memerlukan titik-titik sebelumnya untuk perhitungan. Dengan mengintegrasikan kekuatan masing-masing metode, kelemahan dari masing-masing metode dapat diatasi secara efektif (Dafia Firdaus., n.d.).

Penelitian terdahulu yang menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton antara lain penelitian oleh (Sofia & Fibri, 2023) yang berjudul “Implementasi Metode Adams-Bashforth-Moulton pada Persamaan Logistik Biner untuk Menganalisis Prediksi Laju Pertumbuhan Ekonomi.” Penelitian ini menemukan bahwa pertumbuhan ekonomi di Provinsi Sumatera Utara meningkat rata-rata sebesar 16.877 per tahun, yang menunjukkan kevalidan metode tersebut untuk prediksi. Selain itu, penelitian oleh Suci, Evi, dan Yudhi (2022) yang berjudul “Prediksi Jumlah Penduduk dengan Persamaan Logistik Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton (Studi Kasus: Kalimantan Barat)” hasil penelitian menjelaskan bahwa jumlah penduduk Kalimantan Barat sebesar 5.264.695 jiwa pada tahun 2021, 5.350.842 jiwa pada tahun 2022, dan 5.438.242 jiwa pada tahun 2023, dengan nilai MAPE yang sangat baik.

Penelitian oleh (Syafuruddin, Maya, & Arifuddin 2019) yang berjudul “Solusi Numerik Model Verhulst pada Estimasi Pertumbuhan Hasil Panen Padi dengan Metode Adams-Bashforth-Moulton (ABM)” menunjukkan bahwa dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton (ABM) dalam menyelesaikan persamaan logistik untuk memprediksi pertumbuhan hasil panen padi di Kabupaten Gowa, menunjukkan adanya peningkatan hasil panen yang konsisten dari tahun ke tahun. Penelitian ini membuktikan bahwa metode yang digunakan efektif dalam memprediksi.

Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi pertumbuhan penduduk di Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Utara. Sumatera Utara merupakan provinsi dengan jumlah penduduk terpadat keempat di Indonesia, setelah Jawa Barat, Jawa Timur, dan Jawa Tengah, yang memiliki jumlah penduduk terbanyak. Kepadatan penduduk mengacu pada kondisi di mana jumlah orang dalam suatu area semakin meningkat dibandingkan dengan luas wilayah tersebut (Sarwono, 1992). Kepadatan

penduduk adalah rasio jumlah individu dengan luas wilayah yang mereka huni (Mantra, 2007). Kepadatan penduduk mencerminkan tekanan populasi di suatu daerah, dinyatakan dalam jumlah penduduk per kilometer persegi.

Sumatera Utara memiliki 33 kabupaten dan kota, yang terdiri dari 25 kabupaten dan 8 kota. Menurut proyeksi Sensus Penduduk oleh Badan Pusat Statistik (BPS) untuk Sumatera Utara, jumlah penduduknya adalah 14.799.361 jiwa pada tahun 2020 dan meningkat menjadi 15.386.640 jiwa pada tahun 2023. Kepadatan penduduk meningkat dari 203 jiwa/km² pada tahun 2020 menjadi 212 jiwa/km² pada tahun 2023. Laju pertumbuhan penduduk adalah 1,28% per tahun dari tahun 2010-2020, meningkat menjadi 1,43% per tahun dari tahun 2020-2023. Kota Medan mengalami pertumbuhan penduduk tertinggi, dengan jumlah penduduk meningkat dari 2.460.858 jiwa pada tahun 2021 menjadi 2.474.166 jiwa pada tahun 2023. Sebaliknya, Kabupaten Pakpak Barat mengalami pertumbuhan penduduk terkecil, meningkat dari 53.315 jiwa pada tahun 2021 menjadi 54.609 jiwa pada tahun 2023 (BPS Sumut).

Bertambah atau berkurangnya jumlah penduduk dipengaruhi oleh empat faktor utama, yaitu kelahiran, kematian, migrasi, dan imigrasi. Kelahiran dipengaruhi oleh jumlah penduduk usia subur, perkawinan, kelahiran bayi hidup, dan kesehatan ibu dan anak, sedangkan kematian dipengaruhi oleh kesehatan masyarakat, bencana alam, dan usia lanjut. Migrasi terutama dipengaruhi oleh lapangan pekerjaan dan keamanan. Kepadatan penduduk tinggi menunjukkan nilai lebih suatu daerah karena membutuhkan fasilitas sosial, ekonomi, dan transportasi (Mbine, 2014). Namun, kepadatan ini juga menimbulkan masalah seperti kemiskinan, dan terbatasnya lapangan kerja, yang memperlemah kualitas hidup masyarakat serta menyebabkan tekanan lingkungan terkait pemukiman, pekerjaan, pendidikan, makanan, kesehatan, dan kualitas lingkungan (Ima et al., 2023).

Pertumbuhan penduduk Sumatera Utara yang terus meningkat menuntut ketersediaan sumber daya yang memadai dan berkelanjutan, karena ketidakseimbangan antara penambahan penduduk dan produksi pangan mempengaruhi lingkungan hidup, menyebabkan kelangkaan, konflik, dan kemiskinan jika laju pertumbuhan tidak diimbangi dengan penyediaan kebutuhan dasar seperti, pangan, sandang, dan papan (Wiwied et al., 2013). Oleh karena itu,

pemerintah Provinsi Sumatera Utara perlu memenuhi kebutuhan penduduknya melalui peningkatan infrastruktur, perumahan, pengembangan kawasan perkotaan, program keluarga berencana, layanan publik kesehatan dan pendidikan, serta pengelolaan lingkungan. Selain itu, pemerintah mendorong ekonomi lokal melalui pertanian dan pariwisata, serta kerjasama antar daerah untuk mengelola kepadatan penduduk, meningkatkan kualitas hidup, dan mendorong pembangunan berkelanjutan (Nurul Putri Rahmadhani, n.d.).

Dalam studi kasus mengenai pertumbuhan penduduk di Provinsi Sumatera Utara, tujuan utama penerapan metode Adams-Bashforth-Moulton adalah untuk memprediksi populasi penduduk di 33 Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Utara berdasarkan data dari tahun 2013-2023, serta menganalisis tingkat akurasi prediksi tersebut.

Berdasarkan uraian diatas maka penulis tertarik melakukan penelitian dengan judul “Penerapan Metode Adams-Bashforth-Moulton pada Persamaan Logistik Dalam Memprediksi Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Sumatera Utara”.

1.2 Identifikasi Masalah

Identifikasi masalah yang menjadi dasar dilakukannya penelitian adalah sebagai berikut:

1. Berdasarkan data BPS peningkatan jumlah penduduk di Provinsi Sumatera Utara terjadi secara nonlinear.
2. Peningkatan jumlah penduduk yang nonlinear menyebabkan ketidakpastian dalam prediksi populasi.
3. Model logistik adalah model persamaan diferensial nonlinear yang digunakan untuk memprediksi pertumbuhan populasi.

1.3 Ruang Lingkup

Dalam penelitian ini, penulis berfokus terhadap pertumbuhan penduduk di tiap Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Utara dengan menerapkan Metode Adams-Bashforth-Moulton pada persamaan logistik, serta melihat seberapa akurat metode yang digunakan untuk prediksi tersebut. Data yang digunakan bersumber dari

Badan Pusat Statistik (BPS) yang mencakup 33 Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Utara, meliputi 25 kabupaten dan 8 kota, dengan rentang waktu dari tahun 2013-2023. Model persamaan diferensial logistik akan digunakan untuk meramalkan pertumbuhan populasi, dengan metode numerik Runge-Kutta orde empat yang digunakan untuk menghasilkan empat solusi awal. Solusi awal ini akan menjadi dasar untuk menerapkan Metode Adams-Bashforth-Moulton. Dengan demikian, penelitian ini akan memberikan gambaran prediksi pertumbuhan penduduk Provinsi Sumatera Utara dengan menerapkan Metode Adams-Bashforth-Moulton.

1.4 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini berfokus pada pertumbuhan jumlah penduduk di 33 Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Utara yang meliputi 25 kabupaten dan 8 kota. Data yang digunakan adalah data populasi dari tahun 2013-2023 yang bersumber dari BPS Provinsi Sumatera Utara.
2. Persamaan diferensial biasa nonlinear yang digunakan adalah persamaan logistik dengan nilai awal $P(t_0) = P_0$ dan ukuran langkah h yang telah ditentukan.
3. Analisis numerik yang digunakan adalah metode Runge-Kutta orde 4 untuk menentukan empat solusi awal dan metode Adams-bashforth sebagai prediktor dan Adams-Moulton sebagai korektor.
4. Penentuan nilai akurasi metode menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).
5. Menggunakan MATLAB R2015a sebagai *software* pendukung komputasi

1.5 Rumusan Masalah

Rumusan masalah penelitian ini adalah bagaimana prediksi dan nilai akurasi prediksi pertumbuhan penduduk Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Utara menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton yang merujuk pada data populasi dari tahun 2013-2023?

1.6 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini untuk memperoleh hasil prediksi, serta menganalisis tingkat akurasi prediksi pertumbuhan penduduk Kabupaten/Kota di Provinsi Sumatera Utara menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton dengan menggunakan data-data dari tahun sebelumnya yaitu tahun 2013-2023.

1.7 Manfaat Penelitian

1. Bagi penulis

Cara untuk menerapkan pengetahuan yang diperoleh selama perkuliahan tentang persamaan diferensial biasa.

2. Bagi Jurusan

Dapat dijadikan sebagai referensi atau sumber belajar pada mata kuliah Persamaan Diferensial Biasa (PDB) dan bagi mahasiswa yang tertarik untuk mempelajari berbagai topik yang berkaitan dengan masalah persamaan diferensial..

3. Bagi Kabupaten/Kota di Sumatera Utara

Sebagai bahan persiapan untuk membantu dalam perencanaan pembangunan ekonomi, pendidikan, sumber daya alam, dan sektor lainnya, serta untuk mengelola pertumbuhan penduduk.

