

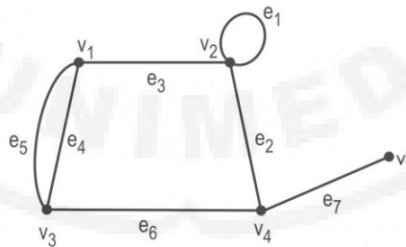
BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Sebuah graf G terdiri dari suatu himpunan V yang merupakan *vertex-vertex* (simpul-simpul) dan suatu himpunan E dari sisi-sisi sedemikian rupa sehingga setiap sisi dikaitkan dengan pasangan simpul yang tak terurut. Jika terdapat sebuah sisi e yang menghubungkan simpul v dan w , dapat dinyatakan dengan $e = (v, w)$ atau $e = (w, v)$. Dalam konteks ini, (v, w) menyatakan sebuah sisi antara simpul v dan simpul w dalam sebuah graf dan bukan sebuah pasangan terurut (Heny 2014).

Cara merepresentasikan sebuah graf yang paling umum adalah berupa diagram. Dalam graf yang telah direpresentasikan ke dalam bentuk diagram tersebut, titik-titik dinyatakan sebagai *noktah* dan sisi-sisi sebagai *segmen garis* yang menghubungkan tiap dua titik. Dapat dilihat pada gambar dibawah ini.



Gambar 1.1: Graf dengan lima titik dan tujuh sisi.

Pada suatu graf memungkinkan adanya suatu sisi yang dikaitkan dengan pasangan (v_1, v_2) . Suatu sisi yang memiliki simpul awal dan akhir yang sama disebut sebagai *loop*. Selain itu, pada graf juga memungkinkan adanya lebih dari satu sisi yang dikaitkan dengan sepasang simpul. Sisi-sisi yang berada pada sepasang simpul yang sama disebut sebagai sisi-sisi *paralel* atau *sejajar* (Didi 2008).

Dua buah graf dapat dioperasikan dengan berbagai macam operasi, antara lain operasi *joint* $(G+H)$, darab Cartesius $(G \times H)$, darab korona $(G \odot H)$, darab tensor $(G \otimes H)$, komposisi $(G[F])$ dan *Amalgamation*.

Operasi Korona pada dua buah graf G dan H , didefinisikan sebagai graf yang diperoleh dari salinan p -simpul dari graf G dan p salinan H_1, H_2, \dots, H_p dari H , yang kemudian bergabung dengan i -simpul dari G untuk setiap simpul dari H (Maya 2017). Beberapa jenis graf yang telah dioperasikan dengan operasi korona, seperti Graf Lingkaran, Graf Lintasan, Graf Kubik, Graf Bintang, Graf Prisma, Graf Lengkap dan sebagainya.

Pada pembahasan graf, topik yang sering muncul adalah tentang pewarnaan graf. Dalam teori graf, pewarnaan graf merupakan suatu bentuk pelabelan graf, yaitu dengan memberikan warna pada elemen graf yang akan dijadikan subjek dalam memahami constraint permasalahan. Ada tiga macam persoalan pewarnaan graf (*graph colouring*), yaitu pewarnaan simpul, pewarnaan sisi, dan pewarnaan wilayah (region) (Astuti 2011). Suatu pewarnaan- k (pewarnaan simpul) untuk graf G adalah penggunaan sebagian atau semua k warna berbeda untuk mewarnai semua simpul di G sehingga setiap dua simpul yang terhubung langsung diberi warna yang berbeda (Saif 2015).

Bilangan Kromatik graf G adalah jumlah warna minimum yang dapat digunakan untuk mewarnai simpul (verteks/ V) (Astuti 2011). Bilangan Kromatik yang dinotasikan sebagai $\chi(G)$, adalah bilangan bulat terkecil k sehingga graf G mempunyai pewarnaan titik sejati dengan k -warna. Sedangkan *pewarnaan titik sejati* dari graf $G = (V, E)$ dengan k warna adalah suatu pemetaan $c : V(G) \rightarrow 1, 2, \dots, k$ sedemikian sehingga $c(u) \neq c(v)$ untuk setiap u dan v yang bertetangga di G . Penerapan bilangan kromatik untuk suatu graf sangat beragam. Diantaranya adalah masalah pengaturan jadwal, masalah penempatan bahan kimia dan penempatan barang dari beberapa objek yang berbeda (Welyyanti 2018). Untuk melakukan pewarnaan graf, ada beberapa algoritma yang dapat digunakan, seperti Algoritma Welch Powell, Algoritma Genetika, Algoritma Greedy, dan sebagainya.

Pada tahun 2019 telah dilakukan penelitian dengan judul Bilangan Kromatik Graf Hasil Operasi dan Aplikasinya pada Permainan Pewarnaan Graf, yang membahas tentang bilangan kromatik dari hasil operasi graf lintasan dan graf lingkaran. Pada penelitian tersebut, operasi yang digunakan adalah operasi darab tensor, dan operasi korona. Setelah melakukan operasi darab tensor dan korona, dilakukan pewarnaan graf untuk mendapatkan nilai bilangan kromatik dari graf yang telah dioperasikan.

Selain itu, Silviana Maya dan Syarifuddin N. juga telah melakukan penelitian yang berjudul "Dimensi Metrik pada Hasil Operasi Korona Dua Buah Graf" pada tahun 2017. Dua buah graf dioperasikan menggunakan operasi korona dan kemudian dicari nilai dimensi metrik dari dua buah graf yang sudah dioperasikan. Graf yang dioperasikan adalah Graf Lintasan (P_n) dengan Graf Lingkaran (C_m) dan Graf Lintasan dengan Graf Bintang ($K_{1,m}$). (Maya 2017)

Sabita Ellania Rahmah dan I Ketut Budayasa pada penelitiannya yang berjudul "Bilangan Kromatik Total Hasil Kali Korona Dua Graf" pada tahun 2020, telah mendapatkan model bilangan kromatik-total hasil kali korona dua graf dengan menggunakan sebarang graf yang dioperasikan dengan graf sikel/lingkaran, graf komplit, graf roda, graf bipartit, graf pohon dan graf bipartit komplit. Pada penelitian ini diperoleh bilangan kromatik-total hasil kali korona dua graf. Untuk setiap graf G dan sikel C_n dengan $n \geq 3$ diperoleh $\chi_T(G \odot C_n) = \Delta(G) + n + 1 = \Delta(G \odot C_n) + 1$. Dari penelitian tersebut diperoleh 8 bilangan kromatik-total hasil operasi korona dari sebarang graf dengan 8 jenis graf yang berbeda. (Ellania 2020)

Pada tahun 2022, Riduan Yusuf, Fitria Puspa Dewi, Firmansyah dan Abdul Mujib melakukan penelitian dengan judul "Generalisasi Bilangan Kromatik Pada Beberapa Kelas Graf Korona". Graf yang digunakan adalah Graf Lingkaran, Graf Bintang dan Graf Lengkap. Berdasarkan penelitian tersebut, diperoleh 3 teorema bilangan kromatik dari dua buah graf yang telah dioperasikan dengan operasi korona. (Yusuf 2022)

Landerius Maro dan Cornelis Banabera juga melakukan penelitian dengan judul "Pewarnaan Titik Pada Korona Graf Kipas Dengan Graf Kipas Dan Graf Buku Segitiga Dengan Graf Buku Segitiga Berorder Sama". Graf yang digunakan adalah Graf Kipas dengan Graf Buku Segitiga. Kedua graf dioperasikan dengan operasi korona dengan sesamanya dan dengan orde yang sama juga. Dari penelitian tersebut diperoleh hasil bilangan kromatik dari graf hasil operasi korona antara graf kipas dengan graf kipas dan graf buku segitiga dengan graf buku segitiga. (Maro 2020)

Yayuk Wahyuni, Muhammad Iman Utayono dan Slamun juga telah melakukan penelitian dengan judul "Bilangan Dominasi Graf Hasil Operasi Korona Sisi" pada tahun 2019. Pada penelitian tersebut, ada banyak jenis graf yang digunakan, seperti Graf Lintasan, Graf Sikel, Graf Lengkap, Graf Bipartit Lengkap, Graf Multipartit Lengkap, Graf Tangga, Graf Kembang Api dan masih banyak lagi.

Dari penelitian tersebut juga diketahui bahwa bilangan dominasi graf hasil operasi korona sisi mempunyai nilai yang tidak kurang dari bilangan dominasi induknya. (Wahyuni 2019)

Selain itu, pada tahun 2021, Septinauli Simanjuntak dan Mulyono telah melakukan penelitian yang berjudul "Bilangan Kromatik Hasil Operasi Korona Graf Lingkaran dan Graf Kubik". Penelitian tersebut menggunakan 2 jenis graf yaitu, Graf Lingkaran dan Graf Kubik. Kedua graf tersebut dioperasikan dengan operasi korona. setelah itu dilakukan pewarnaan graf dan kemudian diperoleh nilai bilangan kromatik dari dua buah graf yang telah dioperasikan. (Simanjuntak 2021)

Oleh karena itu, peneliti ingin melakukan penelitian lebih lanjut dengan mengangkat judul penelitian "Bilangan Kromatik dari Graf Hasil Operasi Korona pada Graf Bintang dan Graf Lingkaran". Pada penelitian ini akan dibahas mengenai bilangan kromatik pada hasil operasi korona dari graf bintang dan graf lingkaran. Adapun untuk melakukan pewarnaan grafnya, algoritma yang digunakan adalah Algoritma Greedy.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah dikemukakan, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah Berapakah bilangan kromatik yang dimiliki oleh graf yang telah dioperasikan korona antara graf bintang dengan graf lingkaran?

1.3 Batasan Masalah

Dalam penyusunan penelitian ini akan dibahas tentang Bilangan Kromatik dari hasil Operasi Korona pada graf Bintang dan graf Lingkaran diperlukan beberapa batasan masalah, yaitu :

1. Graf yang digunakan adalah jenis graf Bintang (S_m) dan graf Lingkaran (C_n) dengan $m, n \geq 3, \{m, n \in R\}$
2. Operasi yang digunakan adalah operasi Korona

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dilakukannya penelitian ini adalah :

1. Mendapatkan hasil operasi korona dari graf Bintang dan graf Lingkaran.
2. Mendapatkan bilangan kromatik dari graf hasil operasi korona pada graf Bintang dan graf Lingkaran.

1.5 Manfaat Penelitian

Dengan diadakannya penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat sebagai berikut :

1. Untuk meningkatkan pemahaman dan memperluas wawasan mengenai operasi pada graf dan menemukan bilangan kromatik dari graf yang telah dioperasikan.
2. Untuk mengetahui graf yang terbentuk dari hasil operasi korona pada graf bintang dan graf lingkaran.
3. Sebagai referensi untuk penelitian selanjutnya.