

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf terus mengalami perkembangan, salah satu topik yang menarik untuk dikembangkan dalam teori graf adalah mengenai bilangan dominasi sisi. Bilangan dominasi sisi diperkenalkan pertama kali pada tahun 1977 oleh Mitchell dan Hedetniemi yang merupakan perluasan dari topik titik dominasi pada graf (Arumugam dan Velammal 1998).

Sejarah himpunan dominasi dimulai pada tahun 1850, penggemar catur Eropa mempelajari masalah dominasi ratu. Masalah ini melibatkan penempatan beberapa ratu pada papan catur, di mana setiap ratu dapat mendominasi baris, kolom dan diagonal tempat mereka berada. Untuk memodelkan masalah ini dalam graf, setiap kotak pada papan catur direpresentasikan sebagai simpul dalam graf. Sedangkan sisi dalam graf direpresentasikan sebagai sisi yang menghubungkan dua simpul jika kotak-kotak yang sesuai dapat dijangkau oleh ratu yang sama. Tujuan dari masalah dominasi ratu adalah untuk menemukan penempatan ratu yang efektif sehingga setiap simpul (kotak) dalam graf tersebut dapat dijangkau oleh minimal satu ratu.

Himpunan pendominasi (*Dominating set*) merupakan salah satu cabang ilmu yang mempelajari tentang dominasi dalam graf. Misalkan  $G$  graf terhubung tak berarah. Himpunan dominasi dalam konteks graf didefinisikan sebagai himpunan  $D$  dari simpul maupun sisi dalam graf  $G$ , di mana setiap simpul maupun sisi yang tidak termasuk dalam  $D$  atau disebut  $D'$  memiliki setidaknya satu simpul atau satu sisi tetangga dalam  $D$ . Dengan kata lain, setiap simpul maupun sisi di  $D'$  harus memiliki satu simpul atau satu sisi tetangga di dalam  $D$ . Bilangan dominasi simpul dinotasikan dengan  $\gamma(G)$ , sedangkan bilangan dominasi sisi dinotasikan dengan  $\gamma'(G)$  dari  $G$ . Bilangan dominasi adalah kardinalitas minimum dari semua himpunan pendominasi baik itu simpul ataupun sisi tergantung dari apa aspek yang diamati (Vaidya dan Pandit 2014).

Penelitian mengenai topik bilangan dominasi pada graf terus berkembang, beberapa diantaranya yaitu pada penelitian (Adawiyah 2018) pada tahun 2018 dengan menghasilkan bilangan dominasi sisi pada Graf Helm  $H_n$  dengan rumus  $\gamma'(H_n) = n$  untuk  $n \geq 4$ , Graf Gear  $G_n$  dengan rumus  $\gamma'(G_n) = n$  untuk  $n \geq 4$ , Graf Kipas  $F_n$  dengan rumus

$$\gamma'(F_n) = \begin{cases} n, & \text{, untuk } n = 2 \\ n - 1, & \text{, untuk } 3 \leq n \leq 5 \\ \frac{2n}{3}, & \text{, jika } n \equiv 0(\text{mod}3) \text{ dan } n \leq 6 \\ \frac{2n+1}{3}, & \text{, jika } n \equiv 1(\text{mod}3) \text{ dan } n \leq 6 \\ \frac{2n+2}{3}, & \text{, jika } n \equiv 2(\text{mod}3) \text{ dan } n \leq 6 \end{cases}$$

Bilangan dominasi sisi pada graf antiprisma juga telah dikaji oleh (Qomariyah 2019) dengan hasil teorema sebagai berikut

$$\gamma'(AP_n) = \begin{cases} \frac{2n}{3}, & \text{, jika } n \equiv 1(\text{mod}3) \\ \frac{2n+1}{3}, & \text{, jika } n \equiv 0(\text{mod}3) \\ \frac{2n+2}{3}, & \text{, jika } n \equiv 2(\text{mod}3) \end{cases}$$

Selanjutnya (Anggraini n.d.) dengan judul penelitian Bilangan Dominasi Sisi pada Graf Buku dengan hasil teorema

$$\gamma'(B_n) = \begin{cases} 2, & \text{, untuk } n = 1 \\ n, & \text{, jika } n \geq 2 \end{cases}$$

Serta penelitian (Irene dkk. n.d.) dengan judul Batas Atas Bilangan Dominasi Sisi pada Graf Bunga Matahari dengan hasil teorema

$$\gamma'(SF_n) = \left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil$$

Banyak manfaat dari bilangan dan himpunan dominasi dalam kehidupan sehari-hari, seperti disebutkan dalam (Arumugam dan Velammal 1998) yaitu diantaranya penempatan halte bus sekolah agar setiap anak tidak jauh berjalan dari tiap sekolah menuju halte, penempatan CCTV pada suatu titik tertentu agar dapat menjangkau area di sekitarnya pada jarak tertentu, penempatan SPBU, penempatan Puskesmas dan sebagainya.

Pemerintah telah berupaya meningkatkan pemerataan puskesmas, namun nyatanya pemerataan pembangunan puskesmas belum optimal, salah satunya adalah pada Kecamatan Bilah Hulu Kabupaten Labuhanbatu. Per tahun 2020 jumlah puskesmas yang ada di Kabupaten Labuhanbatu berjumlah 15 buah puskesmas, 3 diantaranya berada di Kecamatan Bilah Hulu (Kesehatan 2020). Penempatan pembangunan puskesmas jika dilihat dari titik *google maps* akan terlihat sebarang dan tidak menjangkau keseluruhan kelurahan secara optimal. Berdasarkan permasalahan tersebut, pengaplikasian penempatan puskesmas dengan menggunakan bilangan dominasi dapat memastikan pelayanan kesehatan yang merata dan efektif bagi masyarakat. Dengan menentukan himpunan pendominasi yang optimal, maka akan di dapat lokasi yang strategis untuk penempatan Puskesmas sehingga wilayah yang terlayani lebih luas, jumlah penduduk yang terjangkau meningkat, dan akses terhadap pelayanan kesehatan menjadi lebih mudah.

Sehingga pada penelitian ini akan ditentukan dahulu bilangan dominasi simpul dan dominasi sisi pada graf pot bunga yang diperumum  $(C_m S_n)$ . Kemudian akan diaplikasikan bilangan dominasi pada penempatan puskesmas di Kecamatan Bilah Hulu Kabupaten Labuhanbatu yang direpresentasikan pada graf.

## 1.2 Identifikasi Masalah

Permasalahan utama yang di bahas pada penelitian ini adalah mengenai topik bilangan dominasi simpul dan dominasi sisi. Aplikasi terkait topik dominasi dalam teori graf semakin berkembang dilihat dari banyaknya penelitian mengenai kasus ini yang *up to date* dan menarik untuk dipelajari.

Penempatan Puskesmas yang kurang optimal di Kecamatan Bilah Hulu Kabupaten Labuhanbatu juga menjadi alasan penelitian ini. Oleh karenanya, peneliti akan mengkaji bilangan dominasi simpul dan dominasi sisi pada salah satu graf khusus yaitu graf pot bunga X serta pengaplikasian bilangan dominasi pada penempatan puskesmas di Kecamatan Bilah Hulu yang direpresentasikan dalam graf .

## 1.3 Batasan Masalah

Agar pembahasan yang di teliti tidak meluas maka peneliti membatasi objek kajian yaitu graf khusus yang digunakan adalah graf pot bunga  $(C_m S_n)$  dengan  $m$  dan  $n \geq 3$ .

## 1.4 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan diteliti dalam penelitian ini adalah:

1. Bagaimana pola yang terbentuk dari bilangan dominasi simpul graf pot bunga  $(C_m S_n)$  ?
2. Bagaimana pola yang terbentuk dari bilangan dominasi sisi graf pot bunga  $(C_m S_n)$  ?
3. Bagaimana aplikasi bilangan dominasi pada penempatan puskesmas yang ada di Kecamatan Bilah Hulu yang direpresentasikan dalam graf ?

## 1.5 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah diuraikan sebelumnya, maka tujuan penelitian ini adalah:

1. Untuk mengetahui dan menentukan pola bilangan dominasi simpul pada graf pot bunga  $(C_m S_n)$
2. Untuk mengetahui dan menentukan pola bilangan dominasi sisi pada graf pot bunga  $(C_m S_n)$
3. Untuk mengetahui aplikasi bilangan dominasi pada penempatan puskesmas yang ada di Kecamatan Bilah Hulu yang direpresentasikan dalam graf

## 1.6 Manfaat Penelitian

Dengan dilakukannya penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat sebagai berikut:

1. Dapat menentukan pola bilangan dominasi simpul pada graf pot bunga  $(C_m S_n)$
2. Dapat menentukan pola bilangan dominasi sisi pada graf pot bunga  $(C_m S_n)$
3. Hasil penelitian ini diharapkan dapat dijadikan sebagai pengembangan peneliti lain yang ingin mengkaji permasalahan atau topik yang sama dan juga dapat mengaplikasikan bilangan dominasi pada contoh kasus lainnya.