

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan teori graf saat ini berkembang pesat setelah di tahun 1736 Leonhard Euler, seorang matematikawan Swiss menyelesaikan permasalahan teka-teki jembatan Konigsberg. Sejak saat itu mulai bermunculan konsep-konsep lain dalam teori graf untuk mengatasi permasalahan dalam kehidupan nyata. Teori graf adalah pokok bahasan dalam matematika diskrit yang merepresentasikan mengenai objek-objek diskrit dan bagaimana hubungan antara objek-objek tersebut. Representasi visual dari graf menyatakan himpunan dari objek yang dinamakan titik atau simpul dan hubungan antara objek tersebut dinamakan sebagai garis atau sisi. Permasalahan yang terdapat di dunia nyata merupakan representasi visual dari sebuah graf (Slamin, 2019).

Masalah optimasi jaringan transportasi merupakan salah satu permasalahan yang sering diselesaikan dengan melibatkan peranan teori graf. Jika diberikan himpunan rute atau jalur, maka akan muncul pertanyaan bagaimana rute-rute atau jalur-jalur tersebut dihubungkan agar tercapai perjalanan yang paling tercepat dan efisien sehingga mendapatkan rute atau jalur seoptimal mungkin?. Topologi dari jaringan transportasi ini lebih mudah jika dipelajari dengan menggunakan pendekatan teori graf, yaitu setiap rute-rute perjalanan bus yang menghubungkan antar kota dan jalur kereta api yang menghubungkan antar stasiun. Masalah lainnya adalah optimasi jaringan komputer dimana simpul merepresentasikan setiap komputer yang terhubung dalam jaringan dan sisi merepresentasikan koneksi antar komputer. Masih terdapat banyak lagi peranan teori graf yang digunakan dalam mengatasi permasalahan kehidupan manusia maupun mengatasi permasalahan dalam bidang lainnya (Wamiliana, 2022).

Graf dinotasikan G merupakan pasangan himpunan $G = (V, E)$ dimana V disebut *vertex*, himpunan tidak kosong dari simpul-simpul dan terhingga,

dinotasikan dengan $V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. E disebut *edge*, himpunan sisi yang menghubungkan sepasang simpul, dinotasikan dengan $E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ (Daniel dan Taneo, 2019).

Pada materi teori graf terdapat pembahasan jenis-jenis graf seperti graf sederhana, graf tidak sederhana, graf berarah dan graf tidak berarah. Graf dapat dimodifikasi dengan cara menggabungkan dua atau lebih graf. Graf kipas merupakan hasil penggabungan antara graf lintasan P_n dan graf lengkap K_n yaitu dengan menghubungkan semua simpul dari graf lintasan ke semua simpul pada graf lengkap. Selanjutnya, masing-masing simpul dihubungkan oleh sebuah sisi (Rohmawati dan Lukito, 2013).

Selain mempelajari mengenai terminologi, jenis dan sifat-sifat graf. Graf juga mempelajari mengenai dimensi metrik dan dimensi partisi. Dimensi-dimensi hadir seiring perkembangan ilmu pengetahuan dimana tahun 1975 ditemukan oleh Slater dan juga oleh Harary dan Melter. Dimensi metrik dinotasikan $\dim(G)$ merupakan kardinalitas minimum dari himpunan pembeda sedangkan dimensi partisi dinotasikan $Pd(G)$ merupakan kardinalitas minimum dari partisi pembeda (Prasetyo dkk., 2013).

Perkembangan ilmu pengetahuan mengenai dimensi metrik dan dimensi partisi telah banyak dikaji oleh peneliti sebelumnya. Penelitian mengenai dimensi metrik dan dimensi partisi dari graf tangga segitiga Tr_n untuk $n = 2, 3$ dalam penelitian ini diperoleh dimensi metrik adalah $\dim(Tr_n) = 2$ dan dimensi partisi adalah $pd(Tr_n) = 3$ (Angraini dkk., 2018). Penelitian selanjutnya mengenai dimensi metrik pada graf buku ganda $2B_n$ dan $2B_{n,m}$ hasil yang diperoleh adalah $2(n-1)$ untuk graf buku ganda $2B_n$ dan $(n-1) + (m-1)$ untuk graf buku ganda $2B_{n,m}$ (Ilmayasinta, 2019). Selanjutnya, penelitian mengenai dimensi partisi dari graf persahabatan f_n , hasil yang diperoleh adalah k , dimana k adalah bilangan bulat terkecil sedemikian hingga $\binom{k}{2} \geq n$ (Liza, 2018).

Perkembangan ilmu pengetahuan mengenai dimensi metrik dan dimensi partisi tidak hanya dalam teori saja namun mampu menciptakan aplikasi yang bermanfaat bagi kehidupan manusia. Pengaplikasian dimensi metrik ditemukan dalam pemasangan sensor kebakaran sebuah gedung untuk mengurangi jumlah sensor kebakaran, Saat ini telah ditemukan sensor kebakaran dengan memberikan petunjuk berupa area sumber kebakaran kepada petugas. Penentuan area sumber api dilakukan dengan menerapkan dimensi metrik. Pembentukan graf terhubung dimana simpul merepresentasikan ruangan-ruangan dalam gedung dan sisi merepresentasikan hubungan antar ruangan dalam gedung. Sehingga dapat dicari dimensi metrik dan himpunan pembeda minimum dari graf terhubung tersebut. Ruangan-ruangan dalam gedung ditandai sebagai koordinat. Koordinat-koordinat yang ada dapat membantu mengenali sumber api sehingga dapat dilakukan pencegahan dari perluasan area kebakaran. Dimensi metrik dari graf terhubung tersebut menyatakan jumlah minimum sensor kebakaran yang harus dipasang dan himpunan pembeda minimum menyatakan area-area pemasangan sensor kebakaran untuk mendeteksi sumber api (Wahyudi, 2018).

Python merupakan bahasa pemrograman yang sangat terkenal diantara para pengembang *Machine Learning*, *Data Mining* maupun *Data Scientists*. Alasannya karena mudah dipelajari, mendukung multi-paradigma, memiliki banyak *package manager* dan *library*, komunitas yang kuat serta gratis (Id, 2021).

Graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf kipas ganda $(2K_1 + P_n)$ yang merupakan pengembangan dari graf kipas $(K_1 + P_n)$. Graf kipas ganda dibentuk dari hasil operasi *join* atau penggabungan antara dua buah graf lengkap $2K_1$ dan graf lintasan P_n . Dalam penelitian ini, graf kipas ganda akan dibentuk menggunakan *software python*.

Berdasarkan uraian tersebut, penulis akan melakukan penelitian tentang dimensi metrik dan dimensi partisi dengan judul **“Dimensi Metrik dan Dimensi Partisi dari Graf Kipas Ganda”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, dapat dirumuskan bahwa permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana menentukan dimensi metrik dan dimensi partisi dari graf kipas ganda $2K_1 + P_n$ untuk $n \geq 2$.

1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini akan dibatasi ruang lingkup permasalahan dimana graf yang digunakan adalah graf kipas ganda $2K_1 + P_n$ untuk $n \geq 2$.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, adapun tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan dimensi metrik dan dimensi partisi dari graf kipas ganda $2K_1 + P_n$ untuk $n \geq 2$.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diperoleh yaitu:

1. Menambah wawasan pengetahuan mengenai dimensi metrik dan dimensi partisi dari sebuah graf.
2. Sebagai bahan masukan dan referensi peneliti selanjutnya mengenai dimensi metrik dan dimensi partisi.