

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Matematika merupakan salah satu ilmu yang digunakan dalam menyelesaikan berbagai persoalan masalah. Peranan penting Matematika didukung dengan berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi. Salah satu teori yang memiliki peranan penting dalam matematika adalah teori graf. Teori graf bermula pada tahun 1736 ketika L.Euler mempertimbangkan masalah jembatan Konigsberg. L.Euler menemukan jawaban dari masalah tersebut dengan memodelkan masalah tersebut ke dalam graf. Teori graf merupakan salah satu cabang dari matematika yang mempelajari konsep terkait himpunan titik dan himpunan sisi. Selain masalah jembatan Konigsberg, masalah teori graf banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari, antara lain bagan alir pengambilan mata kuliah, peta, rangkaian listrik, dan struktur organisasi (Harju 2011).

Graf merupakan pasangan himpunan  $(V, E)$ , dengan  $V$  adalah himpunan tidak kosong dari titik-titik, ditulis dengan  $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$  dan  $E$  adalah himpunan sisi yang menghubungkan satu atau dua titik pada graf tersebut, ditulis  $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_n\}$ . Graf memiliki bermacam-macam jenis yaitu Graf Lengkap, Graf Lingkaran, Graf Kubik, Graf Planar dan lain sebagainya (Gunnar 2011).

Terdapat beberapa cara untuk mengoperasikan graf sehingga menghasilkan graf yang baru. Operasi graf merupakan gabungan dari dua graf yang dioperasikan menggunakan jenis operasi tertentu yang nantinya akan menghasilkan graf yang berbeda dari graf asalnya. Pada penelitian ini, operasi graf yang digunakan yaitu operasi korona yang dinotasikan dengan  $G \odot H$ . Operasi korona didefinisikan sebagai graf yang diperoleh dengan mengambil duplikat dari graf pertama dan duplikat dari graf kedua, kemudian titik yang ada pada graf pertama dihubungkan ke setiap titik yang ada pada graf kedua dan graf kedua dioperasikan sebanyak titik yang ada pada graf pertama.

Beberapa objek penelitian yang terdapat pada teori graf yaitu pewarnaan titik

dan bilangan kromatik. Pewarnaan titik pada suatu graf adalah pemberian sebanyak  $n$  warna pada titik sehingga dua titik yang saling terhubung langsung tidak mendapatkan warna yang sama. Bilangan kromatik dari graf  $G$  adalah minimum banyaknya warna yang diperlukan untuk mewarnai semua titik atau sisi graf  $G$  sedemikian hingga setiap dua titik yang berhubungan langsung mendapatkan warna yang berbeda. Bilangan kromatik dari graf  $G$ , dilambangkan dengan  $\chi(G)$  (Frisda n.d.). Penerapan bilangan kromatik sudah banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari seperti dalam pengaturan lampu lalu lintas di persimpangan dengan menggunakan algoritma pewarnaan Welch Powel. Selanjutnya bilangan kromatik juga diterapkan dalam masalah penjadwalan. Bilangan kromatik juga digunakan dalam menentukan penempatan barang dari beberapa objek yang berbeda.

Penelitian yang berkaitan dengan Bilangan Kromatik antara lain dengan judul “Bilangan Kromatik Graf Hasil Operasi dan Aplikasinya Pada Permainan Pewarnaan Graf”. Hasil penelitian tersebut diperoleh graf hasil tensor, yaitu  $(P_n \otimes C_m), (C_n \otimes C_m)$  dan  $(P_n \otimes P_m)$ . graf hasil operasi korona yang diperoleh yaitu  $(P_n \circ C_m), (C_n \circ P_m), (C_n \circ C_m)$  dan  $(P_n \circ P_m)$  (Utari, 2019). Penelitian selanjutnya yang berkaitan dengan Bilangan Kromatik yaitu “Bilangan kromatik graf hasil Amalgamasi dua buah graf” pada penelitian tersebut diperoleh hasil dari hasil Amalgamasi yaitu bilangan kromatik graf hasil amalgamasi  $K_m * C_n$  adalah  $m$ . Sedangkan bilangan kromatik graf hasil amalgamasi  $W_m^k * W_n^l$  adalah  $\max\{\chi(W_m^k), \chi(W_n^l)\}$  (Ridwan, 2013). Penelitian berikutnya juga berkaitan dengan bilangan kromatik yaitu dengan judul “Bilangan Kromatik Graf Commuting dan Noncommuting Grup Dihedral”. Pada penelitian tersebut diperoleh hasil bilangan kromatik dari pewarnaan titik graf commuting grup dihedral yaitu  $\chi(C(D_{2n})) = n$ , untuk  $n$  ganjil dan genap. Bilangan kromatik dari pewarnaan sisi graf commuting grup dihedral ialah  $\chi'(C(D_{2n})) = 2n - 1$ , untuk  $n$  ganjil dan genap. Bilangan kromatik dari pewarnaan titik graf noncommuting grup dihedral yaitu:

$\chi(\Gamma(D_{2n})) = \left\{ \begin{array}{ll} n+1, & n \text{ ganjil} \\ \frac{n}{2}+1, & n \text{ genap} \end{array} \right\}$ . Selanjutnya diperoleh hasil dari bilangan

kromatik dari pewarnaan sisi graf noncommuting grup dihedral ialah:

$$\chi'(\Gamma(D_{2n})) = \left\{ \begin{array}{ll} 2n-1, & n \text{ ganjil} \\ 2n-1, & n \text{ genap} \end{array} \right\} \text{ (Handrini, 2015)}.$$

Dalam persoalan yang ada pada teori graf telah banyak para ahli matematika menelitinya, tetapi topik mengenai bilangan kromatik dalam suatu graf merupakan bahasan yang jarang diteliti, terutama mencari bilangan kromatik dari graf yang diperoleh dari hasil Operasi Korona. Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk mengetahui kajian lebih jauh mengenai bilangan kromatik dari hasil operasi korona, sehingga judul skripsi penelitian ini adalah BILANGAN KROMATIK HASIL OPERASI KORONA GRAF LINGKARAN DAN GRAF KUBIK.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan diatas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana menentukan pola bilangan kromatik dari suatu graf yang diperoleh dari hasil operasi korona graf lingkaran ( $C_n$ ) dan graf kubik ( $Q_m$ ) dengan  $n \in N$  dan  $m$  bilangan bulat genap.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah untuk menentukan pola bilangan kromatik dari suatu graf yang diperoleh dari hasil operasi korona graf lingkaran ( $C_n$ ) dan graf kubik ( $Q_m$ ) dengan  $n \in N$  dan  $m$  bilangan bulat genap.

#### 1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat, yaitu :

- a. Bagi penulis, penelitian ini memberikan manfaat menambah pengetahuan penulis tentang penentuan bilangan kromatik dari graf hasil operasi korona dari graf lingkaran ( $C_n$ ) dan graf kubik ( $Q_m$ ). Skripsi ini juga untuk memenuhi syarat kelulusan program studi Matematika S1 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Negeri Medan.
- b. Bagi pembaca, penelitian ini diharapkan bermanfaat bagi pembaca untuk menambah pengetahuan tentang langkah-langkah menentukan bilangan kromatik baik itu pada graf yang sudah dipaparkan dalam skripsi ini maupun pada graf lainnya.

