

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Dalam kehidupan sehari-hari, matematika merupakan salah satu ilmu yang banyak manfaatnya, karena banyak sekali permasalahan dalam kehidupan yang dapat diselesaikan dengan menggunakan konsep-konsep matematika. Salah satu cabang dari ilmu matematika yang banyak bermanfaat untuk kehidupan sehari-hari adalah teori graf. Pada tahun 1736 seorang ahli matematika Leonhard Euler yang berasal dari Swiss, memperkenalkan teori tersebut untuk menyelesaikan masalah jembatan Königsberg di kota Kaliningrad, Rusia. Ia memodelkan masalah ini kedalam graf. Daratan sebagai titik dan jembatan sebagai sisi.

Saat ini teori graf berkembang dengan sangat pesat dan banyak sekali penerapannya didalam ilmu matematika dan ilmu komputer. Salah satu masalah utama dalam teori graf adalah bagaimana cara memberikan label atau menandai sebuah simpul (*vertex*) dan sisi (*edge*), sehingga setiap simpul dan sisi saling bertetangga (*adjacent*) memiliki tanda yang berbeda. Pelabelan graf merupakan kajian yang terdapat dalam teori graf yang berkembang dan banyak diteliti. Pelabelan graf pertama kali diperkenalkan oleh Sedlack pada tahun 1963. Kemudian dikembangkan oleh Steward (1960) dan Kotzig dan Rosa (1970). Hingga saat ini teori pelabelan graf sangat dirasakan manfaatnya, seperti sistem komunikasi dan transportasi, navigasi geografis, radar astronomi, penyimpanan data komputer, *x-ray*, kriptografi dan desain sirkuit dan jaringan komunikasi. Salah satu contoh dari kriptografi adalah penggunaan mesin enigma untuk merubah sebuah pesan menjadi sebuah pesan acak (enkripsi) dan merubah pesan acak tersebut menjadi sebuah pesan yang sesungguhnya (dekripsi) melalui algoritma tertentu.

Pelabelan graf merupakan pemberian label atau nilai pada elemen-elemen tertentu dari graf tersebut dengan menggunakan bilangan positif. Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli pelabelan dibagi kedalam tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total. Pelabelan titik adalah pelabelan dengan himpunan asalnya berupa titik, pelabelan sisi adalah pelabelan dengan himpunan

asalnya berupa sisi, dan pelabelan total adalah pelabelan yang himpunan asalnya berupa titik dan sisi.

Jika pelabelan yang memenuhi suatu nilai tertentu, maka pelabelan dapat dibedakan menjadi dua yaitu pelabelan ajaib (*magic labelling*) dan pelabelan tidak ajaib (*antimagic labelling*). Dalam pelabelan ajaib, bobot elemen graf yang dievaluasi memenuhi suatu nilai tertentu, nilai ini akan selalu tetap untuk semua elemen yang dievaluasi dan disebut dengan konstanta ajaib. Sedangkan dalam pelabelan tidak ajaib, nilai bobot elemen graf yang dievaluasi berbeda satu dengan yang lainnya.

Bobot yang dievaluasi dalam penerapan pelabelan dapat berupa titik atau sisi. Pelabelan total sisi ajaib pada graf adalah pelabelan yang memetakan setiap himpunan titik dan sisi ke himpunan bilangan asli  $\{1,2,3,4,\dots, v+e\}$  dengan  $v$  adalah titik dan  $e$  adalah sisi, sehingga jumlah dari label titik dan sisi yang bersisian sama konstan.

Dalam penelitiannya, Jaenudin membuktikan bahwa pelabelan total titik ajaib berlaku pada graf cycle dengan batas titiknya sebanyak bilangan asli ganjil saja. Jaenudin memberi label pada graf cycle sederhana yang banyak simpulnya ganjil yaitu 3 dan 5 sehingga diperoleh graf titik ajaib. Jaenudin juga mencari nilai konstanta ajaib maksimum dan minimum dari suatu graf titik ajaib (S 2007). Bahrin juga membuktikan dalam penelitiannya, bahwa Pelabelan total sisi ajaib pada graf sikel lintasan dan star. Bahrin Nada hanya mebukitkan pelabelan total sisi ajaib pada graf sikel dengan  $n$  ganjil. Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Jaenudin dan Bahrin Nada, peneliti tertarik untuk meneliti pelabelan total sisi ajaib pada graf cycle yang banyak simpulnya sebanyak bilangan asli ganjil dan genap (Nada 2008) Sumber utama dalam penelitian ini adalah artikel yang berjudul "All Cycles Edge-Magic" yang ditulis Michael Parnas pada tahun 2001 dan juga artikel yang berjudul "Edge Magic Total Labelling" yang ditulis oleh W.D Wallis dkk. Michael Parnas menjelaskan bagaimana aturan pemberian label simpul pada graf cycle  $C_n$  dimana  $n$  ganjil dan  $n$  genap (Omer Berkman 2016). Sedangkan kan W.D Wallis menjelaskan perhitungan dasar pelabelan total sisi ajaib (W.D Wallis 2000). Berdasarkan latar belakang tersebut maka penulis tertarik mengambil judul pada skripsi ini "Pelabelan Total Sisi Ajaib Pada Graf Cycle".

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, permasalahan-permasalahan yang akan diangkat dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apakah pelabelan total sisi ajaib berlaku pada graf cycle  $C_n$ ?
2. Bagaimana rentang nilai konstanta ajaib yang terbentuk dalam pelabelan total sisi ajaib pada graf cycle  $C_n$ ?
3. Bagaimana cara memberikan label sisi dan titik pada graf cycle  $C_n$  untuk nilai konstanta ajaib  $k$ ?

## 1.3 Batasan Masalah

Dalam penelitian ini akan dibahas graf cycle  $C_n$  dengan  $n$  bilangan asli genap dan ganjil dimana  $n = 3,4,5,6,7,8, dan 10 dan pelabelan total sisi ajaibnya pada suatu nilai konstanta ajaib  $k$  tertentu.$

## 1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan yang diharapkan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengetahui apakah pelabelan total sisi ajaib berlaku pada graf cycle.
2. Mengetahui bagaimana rentang nilai konstanta ajaib yang terbentuk dalam pelabelan total sisi ajaib pada graf cycle.
3. Memberikan label sisi dan titik pada graf cycle untuk nilai konstanta ajaib  $k$ .

## 1.5 Manfaat Penelitian

Dalam penelitian ini, diharapkan mempunyai manfaat antara lain:

1. Bagi Peneliti :

Manfaat yang dapat diambil bagi peneliti adalah sebagai tambahan informasi dan wawasan tentang teori graf, khususnya tentang pelabelan total sisi ajaib pada graf cycle.

2. Bagi Pembaca :

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi tambahan keustakaan sebagai

sarana dalam pengembangan ilmu pengetahuan khususnya di jurusan matematika dalam kajian teori graf.

3. Bagi pengembangan ilmu pengetahuan:

Penelitian ini dapat dijadikan tambahan pengetahuan tentang pelabelan total sisi ajaib dan menstimulus untuk melakukan penelitian lebih lanjut dalam masalah aplikasi pelabelan total sisi ajaib.



THE  
*Character Building*  
UNIVERSITY