



# Buletin Utama Teknik

VOLUME 6 NO. 3

SEPTEMBER 2002

## DAFTAR ISI

	Hal
• Perbaikan Faktor Daya Yang Optimal Untuk Penghematan Biaya <i>Sudaryanto</i> .....	88
• The Influence Of Draft Tube On Backmixing Mangnitude During Oscillatory Flow In a Baffled Column <i>Zuhrina Masyithah, ST, Msc</i> .....	92
• Analisa Push Over Statis Nonliner Pada Gedung Bertingkat <i>Ir. Armein Arifin Siregar</i> .....	97
• Sistem Pembangkit Listrik Tenaga Angin <i>Ruslan R.</i> .....	103
• Pengaruh Struktur Lapisan Chromized Pada Baja 42 CrMo4 Terhadap Kelakuan Fatik <i>Amru Siregar</i> .....	107
• Klarifikasi Distribusi Tegangan dan Defleksi Metode Double Integral Pada Beam Ditumpu Sederhana Metode Elemen Hingga Menggunakan Software MSC/Nastran <i>Riski Elpari Siregar Dan Muslih Nasution</i> .....	111
• Surface Topography Of Tool Steel Machined Surface <i>Armansyah Ginting</i> .....	115
• Minimisasi Limbah <i>Tri Hernawati</i> .....	120
• Kajian Leleh Termoplastik Pada Screw Extruder Tunggal <i>Alfian Hamsi, Dan Iqbal Nasution</i> .....	124
• Penggunaan Modem Kecepatan Rendah Sebagai Penghubung Komputer Dengan Pesawat Radio Komunikasi <i>Yusmartato</i> .....	129
• Kajian Pembangunan Perumahan Pada Bantaran Sungai <i>Buchari Adelis, Risna Lydia</i> .....	132
• Developing Critical State Model For Unsaturated Soil Dr. Ir. Moh. Sofian Asmirza MSc. ....	137
• Pedoman Penulisan Naskah .....	141



# Buletin Utama Teknik

VOLUME 6 NO. 3 - SEPTEMBER 2002

- A. Pelindung** : Rektor UISU
- B. Pimpinan / Penanggung Jawab** : Dekan FT. UISU
- C. Koordinator Dewan Redaksi** : Ir.M. Udin, MT
- D. Dewan Redaksi** :
1. DR. Ir. Bustami Syam, MSME
  2. DR. Ir. H. Bachrian Lubis, MSc
  3. DR. Ir. A. Rahim Matondang, MSIE
  4. Ir. Raja Harahap, MT
  5. Ir. Penerangan, MT
  6. Ir. Anisah Lukman
  7. Ir. H.A Jabbar M.Rambe, M.Eng
  8. Ir. Tri Hernawaty, MSI
  9. Ir. Suliawaty, MT
  10. Ir. Batu Mahadi Siregar
  11. Ir. Muslih Nasution
  12. Ir. Sorinaik Batubara, MT
  13. Ir. Sudaryanto
- E. Sekretariat** :
1. Ir. Suhaimi Batubara
  2. Ir. Hj. Muthia Bintang
  3. Ir. Marwan Lubis
  4. Syamsuddin Asmad
  5. Khairuddin Nasution
- F. Alamat Redaksi** : Fakultas Teknik UISU  
Jl. S.M. Raja Teladan Barat Medan  
Telp. 7868049 Fax. 7868049  
e-mail : teknik@uisu.ac.id
- G. Penerbit** : Fakultas Teknik UISU

**FAKULTAS TEKNIK  
UNIVERSITAS ISLAM SUMATERA UTARA**



# KLARIFIKASI DISTRIBUSI TEGANGAN DAN DEFLEKSI METODE DOUBLE INTEGRAL PADA BEAM DITUMPU SEDERHANA METODE ELEMEN HINGGA MENGUNAKAN SOFTWARE MSC/NASTRAN

Riski Elpari Siregar\*) dan Muslih Nasution\*\*)

## ABSTRAK

Dalam menyelesaikan persoalan beam dengan menggunakan metode double integral dengan metode analisa singular dibandingkan dengan perinterval untuk menentukan konstanta integrasi, memberikan grafik hasil perhitungan defleksi yang lebih mendekati bentuk grafik metode elemen hingga. Hal ini terbukti dengan perbandingan hasil antara metode double integral dan Metode Elemen Hingga menggunakan Software MSC-Nastran. Untuk beam statis tertentu diperoleh hasil yang sama antara perhitungan matematik dan metode numerik untuk reaksi tumpuan diperoleh  $R_A=2750$  N dan  $2750,3$  N; dan  $R_B=2250$  N dan  $2249,87$  N, depleksi  $Y_A=0$  dan  $0$ ;  $Y_B=0,000017813$  dan  $-0,00032570$ ;  $Y_C=0$  dan  $0$ ;  $Y_D=0,0000100$  dan  $0,000017759$ . Reaksi pada tumpuan menunjukkan tidak ada perbedaan sedangkan untuk depleksi terjadi perbedaan yang cukup besar

## 1. PENDAHULUAN

Dalam analisa defleksi pada beam dapat dilakukan dengan cara penyelesaian matematik maupun dengan metode elemen hingga. Dimana metode elemen hingga muncul karena keterbatasan matematik dalam penyelesaian persoalan –persoalan analisa teknik. Sehubungan dengan itu dicoba untuk membandingkan hasil perhitungan defleksi beam dengan model pembebanan seperti pada gambar 1 dan 2. Dimensi dan sifat mekanis beam adalah sebagai berikut:  $E = 200 \cdot 10^9$  Pa, Poisson rasio  $\nu = 0,3$ , dan panjang  $1,5$  m, tinggi  $0,08$  m dan lebar  $0,05$  m.

Setelah dianalisa depleksi, tegangan normal, dan tegangan geser pada beam dengan kondisi pembebanan dan tumpuan seperti gambar 1 dan 2 menggunakan double integral metode analisa singular dan perinterval baru dibandingkan dengan metode Metode Elemen Hingga. Perbandingan hasil dipilih pada tumpuan, lokasi pemberian beban terpusat dan ujung beam meliputi reaksi tumpuan, tegangan lentur, tegangan geser dan depleksi.

## 2. ANALISIS DEFLEKSI PADA BALOK

Depleksi yang terjadi pada sejumlah titik pada beam [1], [5], [6] dicari dengan metoda double integral dengan persamaan:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M}{E.I} \quad (1)$$

Slope pada beam

$$\frac{dy}{dx} = \theta = \int \frac{M}{E.I} dx + C_3 \quad (2)$$

Gaya lintang pada beam

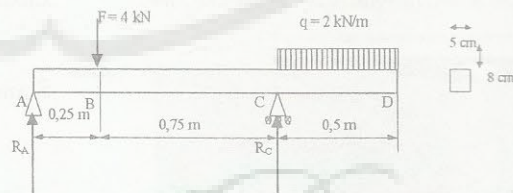
$$V = \int q \cdot dx + C_1 \quad (3)$$

Momen lentur pada beam

$$M = \int V \cdot dx + C_2 \quad (4)$$

## 3. ANALISIS TEGANGAN LENTUR

Pada daerah elastis sebuah beam, tegangan normal pada sebuah titik bervariasi secara linear



Gambar 1: Tumpuan sederhana dengan beban terpusat dan terbagi rata

dengan jarak titik tersebut ke sumbu netral [3] dengan persamaan:

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_z} \quad (5)$$

Tegangan geser maksimum pada beam berpenampang segi empat ditulis dengan persamaan:

\*)Riski Elpari Siregar, Dosen Tetap Fakultas Teknik UNIMED

\*\*\*)Muslih Nasution, Dosen Tetap Fakultas Teknik UISU



$$\tau_{xy} = \frac{3}{2} \frac{V}{bh} \quad (6)$$

#### 4. SOLUSI NUMERIK DAN APLIKASI MSC-NASTRAN

Hubungan antara tegangan dan regangan diberikan oleh persamaan:

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_0) + \sigma_0$$

$$D = \text{matrik kekakuan elemen}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = D \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} - \epsilon_0 \quad (7)$$

Komponen perpindahan node

$$a_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} \quad (8)$$

Komponen perpindahan elemen dalam bentuk persamaan vektor seperti:

$$a^e = \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_m \\ v_m \end{bmatrix} \quad (9)$$

Persamaan perpindahan yang dihubungkan dengan perpindahan nodal dari persamaan (8 dan 9.)

$$u_i = a_1 + a_2 x_i + a_3 y_i$$

$$u_j = a_1 + a_2 x_j + a_3 y_j$$

$$u_m = a_1 + a_2 x_m + a_3 y_m$$

$$u = \frac{1}{2\Delta} [a_1 + b_1 x + c_1 y + (b_2 x + c_2 y) u_2 + (b_3 x + c_3 y) u_3 + (b_4 x + c_4 y) u_m] \quad (10)$$

$$v = \frac{1}{2\Delta} [a_4 + b_4 x + c_4 y + (b_5 x + c_5 y) u_2 + (b_6 x + c_6 y) u_3 + (b_7 x + c_7 y) u_m] \quad (11)$$

#### 5. HASIL PERHITUNGAN SECARA MATEMATIK

Beam ditumpu sederhana dengan sebuah beban terpusat sebesar  $F=4$  kN dan beban terbagi rata  $q=2$  kN/m, pada gambar 1.

Penyelesaian  
Reaksi pada tumpuan ditentukan dengan persamaan momen dengan sumbu momen pada tumpuan A sama dengan nol.

$$\Sigma M_A = 0, F(0,25) + R_C(1) - (q)(0,5)(1,25) = 0$$

$$R_C = 2,25 \text{ kN}$$

$$\Sigma F_y = 0, R_A + R_C - F - q(0,5) = 0$$

$$R_A = 2,25 \text{ kN}$$

Persamaan momen lentur pada selang

$$0 \leq x \leq 0,25, M_x = -M_1(x)^0 + R_A(x)^1 \quad (12)$$

$$0,25 \leq x \leq 1, M_x = R_A(x)^0 - F(x-0,25)^1 \quad (13)$$

$$1 \leq x \leq 1,5, M_x = R_A(x)^0 - F(x-0,25)^1 + R_C(x-1)^1 - (q/2)(x-1)^2 \quad (14)$$

Defleksi diperoleh dengan menggunakan

persamaan

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M \quad (15)$$

dan konstanta integral dicari dengan analisa [5][1]:

$$0 \leq x \leq 0,25, y = [(R_A/6)(x)^3 + C_1 x + C_2]/(EI) \quad (16)$$

$$0,25 \leq x \leq 1, y = [(R_A/6)(x)^3 - (F/6)(x-0,25)^3 + C_1 x + C_2]/(EI) \quad (17)$$

$$1 \leq x \leq 1,5, y = [(R_A/6)(x)^3 - (F/6)(x-0,25)^3 + (R_C/6)(x-1)^3 - (q/24)(x-1)^4 + C_1 x + C_2]/(EI) \quad (18)$$

untuk memperoleh konstanta  $C_1$  dan  $C_2$  untuk analisa kondisi batas perinterval diperoleh:

$$C_1 = -1062,5/6 \text{ dan } C_2 = 0,$$

Untuk kondisi batas analisa keseluruhan batang diperoleh:

$$C_1 = -3750/6 \text{ dan } C_2 = 2687,5/6$$

Tegangan lentur diperoleh dari persamaan

$$\sigma = \frac{M_x(y)}{I_z} \quad (19)$$

Penyelesaian Untuk Cantilever

Gaya-gaya reaksi pada tumpuan dan momen ( $M_1$ ) dicari dengan persamaan statis:

$$\Sigma M_A = M_1 - F(0,25) + R_C(1) - (q)(0,5)(1,25) = 0$$

$$M_1 = 2,25 - R_C$$

$$\Sigma F_y = R_A + R_C - F - q(0,5)$$

$$R_A + R_C = 5 \text{ kN}$$

Momen lentur untuk masing-masing selang:

$$0 \leq x \leq 0,25, M_x = -M_1(x)^0 + R_A(x)^1 \quad (20)$$

$$0,25 \leq x \leq 1, M_x = -M_1(x)^0 + R_A(x)^1 - F(x-0,25)^1 \quad (21)$$

$$1 \leq x \leq 1,5, M_x = -M_1(x)^0 + R_A(x)^1 - F(x-0,25)^1 + R_C(x-1)^1 - (q/2)(x-1)^2 \quad (22)$$

untuk memperoleh harga  $M_1$  dan harga konstanta  $C_1$  dan  $C_2$  untuk analisa kondisi batas perinterval diperoleh

$$\text{Dimana } C_1 = C_3 = C_5 = 0,$$

$$C_2 = C_4 = 0 = \frac{R_A}{6} - \frac{M_1}{2} - \frac{F(0,75)^3}{6} = C_6 \text{ dan diperoleh}$$

$$M_1 = 531,25 \text{ Nm}$$

$$R_A = 3281,25 \text{ N}$$

$$R_C = 1718,75 \text{ N dan}$$

$$C_1 = 0, C_2 = 0,$$

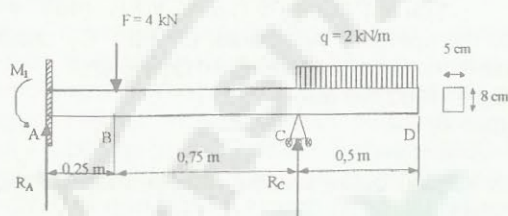
Untuk kondisi batas analisa keseluruhan batang

diperoleh:

$$\begin{aligned} M_1 &= 1958,3333 \text{ Nm} \\ R_A &= 4708,3333 \text{ N} \\ R_C &= 291,66667 \text{ N} \\ C_1 &= 354,16667, C_2 = 121,5278 \end{aligned}$$

Depleksi diperoleh dari persamaan:

$$EI \frac{d^2y}{dx^2} = M_x \quad (23)$$



Gambar 2: Cantilever dan tumpuan sederhana dan diberi beban terpusat dan Beban terbagi rata

Dan persamaan depleksi pada masing-masing selang

$$0 \leq x \leq 0,25, \quad [-M_1/2(x)^2 + (R_A/6)(x)^3 + C_1x + C_2]/EI \quad (24)$$

$$0,25 \leq x \leq 1, [-M_1/2(x)^2 + (R_A/6)(x)^3 - (F/6)(x - 0,25)^3 + C_1x + C_2]/EI \quad (25)$$

$$1 \leq x \leq 1,5 \quad [-M_1/2(x)^2 + (R_A/6)(x)^3 - (F/6)(x - 0,25)^3 + (R_B/6)(x - 1)^3 - (q/24)(x - 1)^4 + C_1x + C_2]/EI \quad (26)$$

## 6. HASIL PERHITUNGAN.

Hasil perhitungan dengan menggunakan persamaan integral biasa dan metoda numeric menggunakan software MSC-Nastran terhadap beam yang ditumpu sederhana dan cantilever ditampilkan langsung dalam bentuk tabel 1 dan 2 dan gambar 3 dan 4 pada lampiran.

## 7. PEMBAHASAN

Dengan perhitungan matematik pada tumpuan sederhana diperoleh:

- Depleksi maksimum pada koordinat
- $x = 0,4 \text{ m.}$   $Y_{\text{maks}} = 0,000021 \text{ m}$
- Momen lentur terjadi pada titik 0,25 m dari titik A.  $M_1 = 687,5 \text{ Nm}$
- Tegangan lentur maksimum terjadi pada titik 0,25 m dari titik B.  $\sigma_{\text{maks}} = 1650000 \text{ N/m}^2$
- Tegangan geser maksimum terjadi pada selang  $0 \leq x \leq 0,25$ ,
- $\tau_{\text{maks}} = 1650000 \text{ N/m}^2$

Untuk Cantilever ditumpu sederhana diperoleh:

- Depleksi maksimum terjadi pada koordinat  $x =$

$$0,4 \text{ m. } y_{\text{maks}} = -0,0000975$$

- Momen lentur terjadi pada titik 0,25 m dari titik A.  $M_1 = -1957,33333 \text{ Nm}$
- Tegangan lentur maksimum terjadi pada titik 0,25 m dari titik B  $\sigma_{\text{maks}} = -3287593,91 \text{ kN/m}^2$
- Tegangan geser maksimum terjadi pada selang  $0 \leq x \leq 0,25$ ,  $\tau_{\text{maks}} = -2825000,306 \text{ N/m}^2$

Untuk depleksi diperoleh rata-rata hasil perhitungan yang besarnya sama yaitu 0,03.

Terjadi perbedaan hasil perhitungan pada tegangan normal, tegangan tarik, hal ini disebabkan oleh pendekatan perhitungan yang berbeda yaitu pada metode double integral pada prinsipnya merupakan perhitungan satu dimensi, dan Metode Elemen Hingga merupakan perhitungan dua dimensi.

## 8. KESIMPULAN

Dalam melakukan analisa depleksi pada beam dengan kondisi pembebanan seperti gambar 1 dan 2 yang paling baik adalah dengan menggunakan analisa metode singular dibandingkan dengan kondisi batas pada interval

Perhitungan yang dilakukan terhadap tumpuan sederhana dan tumpuan cantilever menggunakan analisis matematis dan analisis metode numeric dengan software MSC-Nastran pada reaksi tumpuan tidak ada perbedaan hasil perhitungan. Namun pada depleksi maksimum tidak terjadi pada tempat yang sama dan mempunyai rata-rata hasil perhitungan yang sama, demikian juga dengan tegangan tarik pada beam tidak sama besarnya.

Yaitu untuk perhitungan tegangan geser mengalami perbedaan sebesar 2,67%, tegangan normal 22,21% dan depleksi mempunyai beda hasil 37,07%.

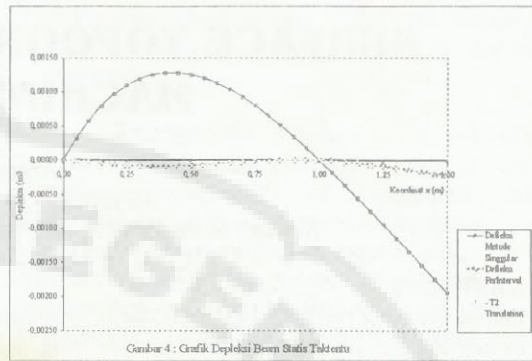
Perbedaan ini disebabkan oleh karena pada analisa double integral pada prinsipnya yang digunakan adalah analisa satu dimensi, sedangkan pada fem Metode Elemen Hingga adalah analisa dua dimensi.

## REFERENSI

- [1] Timoshenko, S., Strength of Material, Part I Elementary, 3<sup>rd</sup> Huntington, New York: Robert E. Krieger Publishing Co., Inc., 1976
- [2] Timoshenko, S., Young, D. H., Elements of Strength of Materials, 5<sup>th</sup> Edition, New York: Litton Education Publishing, Inc, 1968.
- [3] Segerlind, Larry, Applied Finite Element Analysis, 2<sup>nd</sup> New York, John Wiley and Sons, 1984.
- [4] Logan, Daryl., A First Course in The Finite Element Method, Boston, PWS\_KENT



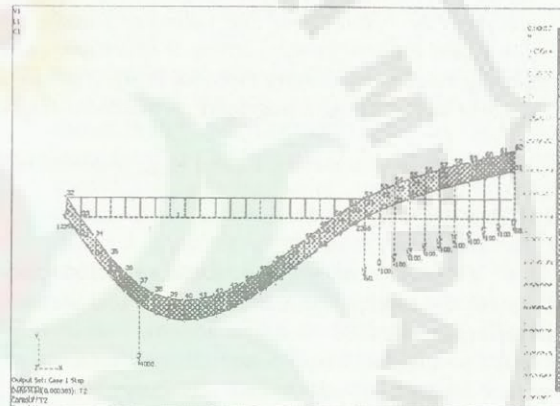
- Publishing Company, 1992.
- [5] Merriam, J.L., Kraige, L.G., Engineering Mechanics, Static, Volume 1, 2<sup>nd</sup> Edition, Trans Mulia, Toni, Jakarta: Erlangga, 1991
- [6] G.E Dieter, Mechanical Metallurgy, McGraw Hill Book Company, New York, 1986
- [7] William A. Nash, Strength of Material 2<sup>nd</sup> Schaum's Outline Series, Theory and Problem Of McGraw-Hill Book Company, Singapore



Gambar 4 : Grafik Defleksi Beam Statis Tertentu

Tabel 1. Lampiran Data hasil perhitungan beam tertentu.

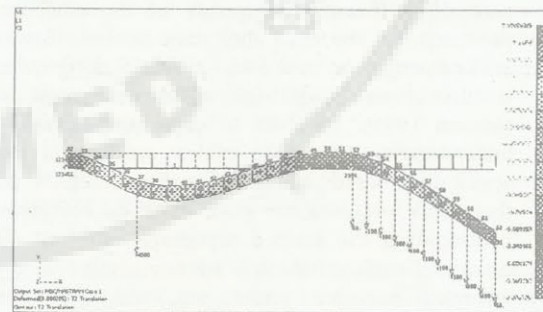
Perhitungan	Tipe	a	c	D
Reaksi	Dasar kiri	228	-	
	Reaksi	228.97	-	
Defleksi	Dasar kiri	0	0.000010000	
	Reaksi	0	0.000017759	
Tegangan Normal	Dasar kiri	120000	120000	120000
	Reaksi	-148942	-148942	-148942
Tegangan Geser	Dasar kiri	0	0	0
	Reaksi	-19997.9	-19997.9	-19997.9



Gambar 5: Plot Contour Beam Statis Tertentu

Tabel 2. Lampiran Data hasil perhitungan beam tak tentu.

Perhitungan	Tipe	a	c	D
Reaksi	Dasar kiri	171.75	-	
	Reaksi	171.98	-	
Defleksi	Dasar kiri	0	-0.000011250	
	Reaksi	0	-0.000250518	
Tegangan Normal	Dasar kiri	-489780	-489780	-489780
	Reaksi	-19997.9	-19997.9	-19997.9
Tegangan Geser	Dasar kiri	0	0	0
	Reaksi	-19997.9	-19997.9	-19997.9



Gambar 6: Plot Contour Beam Statis Tak Tertentu

