

BAB I

Pendahuluan

1.1 Latar Belakang

Peranan matematika telah memberikan pengaruh yang sangat besar terhadap kemajuan pengetahuan dan teknologi. Model matematika termasuk salah satu bagian dari perkembangan tersebut. Pemodelan matematika merupakan salah satu cabang dari matematika terapan yang cukup penting dan bermanfaat. Salah satu bentuk pemodelan yang dapat diterapkan yaitu masalah ekologi.

Ekologi merupakan cabang ilmu biologi yang mempelajari tentang hubungan makhluk hidup dengan habitatnya. Di dalam lingkungan hidup, interaksi (hubungan timbal balik atau saling mempengaruhi) terjadi baik antara makhluk hidup dengan sesamanya maupun dengan lingkungannya.

Pemodelan matematika berperan penting dalam mempelajari masalah ekologi. Untuk mempelajari interaksi antar spesies diperlukan suatu model matematika. Walaupun model matematika yang melibatkan interaksi dua spesies tidak dapat menggambarkan hubungan yang kompleks antar spesies sebagaimana kejadian nyata di alam, tetapi dari model sederhana tersebut merupakan langkah awal untuk mengetahui perilaku hubungan antar spesies Murray (1989). Model matematika interaksi antar dua individu ini adalah sistem persamaan diferensial (Sistem dinamik).

Model dinamik merupakan suatu metode pendekatan eksperimental yang mendasari kenyataan-kenyataan yang ada dalam suatu sistem untuk mengamati tingkah laku sistem tersebut. Model dinamik interaksi dua individu mengasumsikan bahwa kehadiran populasi spesies tertentu dapat meningkatkan laju pertumbuhan populasi dari spesies yang lain. Penjelasan mengenai interaksi antar dua individu ditunjukkan dengan menggunakan model matematika yang dikembangkan oleh beberapa peneliti. Salah satu model yang paling sederhana dan banyak digunakan untuk menggambarkan dua spesies simbiosis mutualisme adalah model Lotka-Volterra. Kedua populasi yang berinteraksi dari sistem persamaan Lotka

Volterra ternyata juga merupakan interaksi antar dua individu, karena dalam suatu populasi tidak ada spesies yang dapat hidup bertahan lama tanpa kehadiran spesies lain (Boyce 2008).

Dengan mempertimbangkan ekosistem dua populasi dimana kedua populasi berinteraksi satu sama lain dengan cara saling menguntungkan dan sumber makanan terbatas, maka model pertumbuhan logistik diusulkan untuk setiap populasi tanpa adanya spesies yang lain. Model interaksi antara dua populasi didasarkan pada model Lotka-Volterra. Efek dari interaksi dari kedua populasi ini akan meningkatkan jumlah dua populasi. Model yang menggambarkan keadaan mutualisme ini pernah dibahas oleh (Reddy 2011) dengan judul "On Global Stability of Two Mutually Interacting Species with Limited Resources for both the Species" dan berdasarkan (Murray 1989), model interaksi antar dua individu yang saling menguntungkan adalah

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= r_1 N_1 \left(1 - \frac{N_1}{K_1} + b_1 \frac{N_2}{K_1} \right) \\ \frac{dN_2}{dt} &= r_2 N_2 \left(1 - \frac{N_2}{K_2} + b_2 \frac{N_1}{K_2} \right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

dimana r_1, r_2, K_1, K_2 merupakan bilangan positif, $b_1, b_2 \in \mathbb{R}$. Simbol N_1 dan N_2 menunjukkan ukuran populasi pada waktu t , konstanta K_1 dan K_2 menunjukkan batas kapasitas populasi N_1 dan N_2 . Parameter r_1 dan r_2 adalah tingkat pertumbuhan instrinsik populasi N_1 dan N_2 . Konstanta b_1 dan b_2 menunjukkan koefisien interaksi antara dua populasi yang meningkatkan ukuran populasi masing-masing dari N_1 dan N_2 .

Model ini mengasumsikan bahwa interaksi setiap spesies mendapat keuntungan karena berinteraksi dengan spesies yang lain, tetapi kelangsungan hidup suatu populasi tidak bergantung pada interaksi itu (mutualisme fakultatif). Interaksi antar spesies yang sama di dalam populasi berkompetisi untuk mendapatkan keuntungan dari spesies lain yang berbeda. Apabila kedua populasi yang memiliki interaksi interspesifiknya (interaksi dengan spesies yang lain) lebih dominan dibandingkan interaksi intraspesifiknya (interaksi antar spesies itu sendiri), maka kedua populasi tersebut tidak dapat hidup bersama, begitu juga sebaliknya.

Interaksi dua individu yang menyebabkan salah satu individu yang mendapat keuntungan sedangkan individu yang lain mendapat kerugian disebut dengan mangsa-pemangsa (*prey-predator*). Interaksi predator-prey dapat didefinisikan sebagai konsumsi predator terhadap prey. Hubungan ini sangat erat sebab tanpa adanya *prey*, *predator* tidak dapat hidup. Secara matematis model interaksi *predator-prey* adalah:

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= r_1 N_1 - b_1 N_2 \\ \frac{dN_2}{dt} &= -r_2 N_2 + b_2 N_1\end{aligned}\quad (1.2)$$

dengan N_1 banyaknya populasi *prey* dan N_2 banyaknya populasi *predator*.

Model yang mengasumsikan bahwa kedua individu bersaing untuk mendapatkan mangsa disebut dengan model kompetisi dua individu. Kompetisi dalam suatu ekosistem merupakan salah satu bentuk interaksi antar individu yang bersaing memperebutkan kebutuhan hidup yang sama. Menurut (Muttay 1989), model kompetisi antara dua individu adalah:

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= r_1 N_1 \left(1 - \frac{N_1}{K_1} + b_1 \frac{N_2}{K_1}\right) \\ \frac{dN_2}{dt} &= r_2 N_2 \left(1 - \frac{N_2}{K_2} + b_2 \frac{N_1}{K_2}\right)\end{aligned}\quad (1.3)$$

Perilaku solusi sistem sering dilihat dengan mendeteksi titik-titik atau keadaan kesetimbangan sistem tersebut. Juga melihat perilaku solusi di sekitar titik kesetimbangan. Sistem persamaan (1.1) mempunyai beberapa titik kesetimbangan yang salah satunya adalah (0,0). Titik kesetimbangan yang lain nilainya bergantung pada nilai parameter b_1 dan b_2 dimana sifat yang dimiliki dari masing-masing titik kesetimbangan dari nilai parameter b_1 dan b_2 mungkin sama mungkin juga berbeda.

Berdasarkan uraian di atas penulisan tertarik ingin melakukan penelitian dengan judul ”**Analisis Dinamik Model Interaksi Dua Individu**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas, maka dirumuskan pokokpermasalahan dari penelitian ini adalah melihat dinamik model interaksi dua individu yang ditinjau dari:

1. Ada berapa titik kesetimbangannya dan dimana posisinya?
2. Bagaimana perilaku solusi di sekitar titik kesetimbangan?
3. Bagaimana posisi dan sifat kesetimbangan untuk nilai parameter interaksi b_1, b_2 yang berbeda-beda?
4. Bagaimana pendekatan numerik solusi sistem dinamik interaksi antar dua individu dengan menggunakan metode forward euler?

1.3 Batasan Masalah

Agar permasalahan tidak melebar, maka penulis membatasi masalah yang akan diteliti dengan rincian sebagai berikut:

1. Skema numerik yang digunakan dalam penelitian ini tidak dibahas masalah kestabilan dan kekonsistennannya
2. Pada penelitian ini hanya membahas jenis kestabilan suatu titik kesetimbangan.

1.4 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini bertujuan untuk melihat berapa banyak titik kesetimbangannya dan dimana posisinya.
2. Untuk melihat perilaku solusi di sekitar titik kesetimbangan.
3. Untuk melihat posisi dan sifat kesetimbangan model, jika nilai yang dimiliki parameter interaksi b_1, b_2 berbeda-beda.
4. Untuk menjelaskan pendekatan numerik solusi sistem dinamik interaksi antar dua individu dengan menggunakan metode forward euler.

1.5 Manfaat Penelitian

Penulisan tugas akhir ini diharapkan dapat memberikan manfaat sebagai berikut:

1. Bagi penulis untuk memperdalam dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji permasalahan model dinamik interaksi dua individu.

2. Bagi pembaca sebagai tambahan wawasan dan informasi mengenai sistim dinamik simbiosis mutualisme dan sebagai acuan dalam pengembangan karya tulis ilmiah.

