

**OPTIMASI CUTTING STOCK SATU DIMENSI PADA INDUSTRI PEMOTONGAN BALOK
KAYU DENGAN MENGGUNAKAN METODE COLUMN
GENERATION TECHNIQUE**

Nerli Khairani^[1], Ramlah Hidayat^[1]

FMIPA, UNIMED
nerlinst@yahoo.co.id

ABSTRACT

One Dimensional Cutting Stock Problems (1D-CSP) is a problem which managing timber cutting in order to minimize the residue result from the cuts and can form an optimal pattern cuts. This research will examine one case of 1D-CSP timber cutting issues in PT. Bukit Intan Abadi Medan to minimize cut logs as the company's order in North Sumatera region. This research used the Column Generation Technique. Problem in this research is finishing the optimal cutting pattern which reduce residual unused cutting of log using Column Generation Technique in PT. Bukit Intan Abadi Medan. From the analysis, it is expected that the PT. Bukit Intan Abadi Medan can apply the method of calculation of minimum cutting patterns using Column Generation Technique and with the help of LINDO application to speed up the calculation in order to determine the pattern of minimum cuts that reduce the residual cuts.

Keyword : Linear Programming, Cutting Stock, Column Generation Technique, LINDO.

ABSTRAK

Permasalahan Cutting Stock satu dimensi (CSP-1D) adalah suatu permasalahan yang memajemen pemotongan balok kayu supaya dapat meminimumkan sisa pemotongan yang dihasilkan dan dapat membentuk pola pemotongan yang optimal. Skripsi ini akan meneliti salah satu kasus CSP-1D pada masalah pemotongan balok kayu di PT. Bukit Intan Abadi Medan dengan tujuan mengoptimalkan pola kombinasi untuk meminimumkan sisa pemotongan balok kayu sesuai pesanan perusahaan di wilayah Sumatera Utara. Pada penelitian ini, digunakan Column Generation Technique di PT. Bukit Intan Abadi Medan. Dari hasil analisis, diharapkan bahwa PT. Bukit Intan Abadi Medan dapat menerapkan metode perhitungan pola pemotongan minimum dengan menggunakan Column Generation Technique dan dengan menggunakan bantuan aplikasi LINDO untuk mempercepat perhitungan agar dapat mengetahui pola pemotongan minimum sehingga dapat menekan sisa pemotongan.

Kata Kunci : Linear Programming, Cutting Stock, Column Generation Technique, LINDO.

1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan salah satu negara yang mempunyai wilayah hutan yang cukup luas dan merupakan negara terpenting penghasil berbagai kayu bulat tropis, kayu gergajian, kayu lapis dan hasil kayu lainnya. Hasil produksi hutan Indonesia mempunyai keunggulan komparatif (*comparative advantage*) jika dibandingkan dengan negara-negara lain dan sebagian dari produksi hasil hutan diekspor ke negara lain. Selain itu produk

kayu juga merupakan penghasil devisa utama dari sektor non migas. (Supriyono, 2014)

Kayu merupakan salah satu hasil hutan yang dalam proses pembaharuannya membutuhkan waktu yang cukup lama, sehingga perlu pengelolaan yang baik, yaitu dengan memperhatikan sistem tebang pilih serta menindak para penebang liar, agar pemenuhan kayu dalam proses pembangunan, baik bagi perumahan dan infrastruktur lain tidak terhambat. Perusahaan kayu biasanya

mengkonversikan kayu bulat menjadi kayu berbentuk balok, maupun papan atau bentuk-bentuk yang sesuai dengan tujuan penggunaannya. Selanjutnya kayu-kayu yang telah berbentuk balok, maupun papan diolah kembali menjadi ukuran-ukuran tertentu sesuai dengan pesanan dari para pemilik usaha dagang kayu. (Supriyono, 2014)

Salah satu permasalahan optimasi pemrograman linier bilangan bulat yang banyak muncul dalam bidang perindustrian seperti industri kayu adalah permasalahan *Cutting Stock* Satu Dimensi (1D-CSP). Persoalan pemotongan stok satu dimensi merupakan persoalan dimana pola pemotongan yang digunakan hanya menggunakan satu macam pemotongan, yaitu panjang atau lebar. Dalam perindustrian kayu bahan-bahan yang biasa sering diproduksi dalam bentuk gelondongan yang panjang, misalnya disesuaikan dengan panjang truk pengangkut. Untuk selanjutnya, tidak selalu produk yang masih dalam bentuk gelondongan itu akan langsung dipakai, tetapi akan dipotong sesuai dengan permintaan konsumen. Panjang potongan yang diminta akan berbeda dengan banyaknya hasil potongan yang berbeda. Untuk mengurangi jumlah gelondongan yang terpakai, maka perusahaan harus bisa mengkombinasikan panjang potongan untuk satu gelondongan yang akan dipakai. Sangat penting untuk mengetahui kombinasi ukuran potongan yang dikehendaki, dan selayaknya perusahaan mencari pola ukuran pemotongan yang optimal yang bisa meminimumkan sisa potongan dan banyaknya gelondongan yang terpakai. (Sitohang, 2009)

PT. Bukit Intan Abadi Medan merupakan salah satu perusahaan yang bergerak dalam bidang industri kayu balok di Indonesia. PT. Bukit Intan Abadi Medan sendiri memiliki konsumen dengan permintaan yang berbeda di setiap kota di Wilayah Sumatera Utara. Dalam memenuhi permintaan panjang gelondong kayu konsumen di berbagai tempat dan di banyak kota di wilayah Sumatera Utara, perlu adanya suatu sistem yang mampu

meminimalisasikan stok pemotongan sehingga akan didapatkan keuntungan yang paling maksimal. Permasalahan seperti ini merupakan permasalahan *cutting stock* dan akan diselesaikan dengan menggunakan suatu teknik yang ada pada program linier.

Program linier adalah suatu metode yang dapat digunakan dalam mencari solusi persoalan optimasi dengan merencanakan langkah-langkah yang perlu diambil dengan tujuan memperoleh hasil yang optimal, yaitu hasil yang mencapai tujuan terbaik diantara seluruh hasil yang mungkin. Banyak persoalan yang penyelesaiannya menggunakan program linier, diantaranya persoalan transportasi, persoalan penugasan, program dinamis serta program bilangan bulat. (Saptadi, 2012). Linier programming adalah model yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan pengalokasian sumber daya yang terbatas secara optimal. Namun solusi yang dihasilkan sering kali tidak berupa bilangan bulat, sedangkan beberapa permasalahan membutuhkan hasil berupa bilangan bulat. Integer programming adalah linier programming yang menghasilkan solusi berupa bilangan bulat. Model Integer programming dapat diselesaikan dengan metode cabang dan batas (*branch and bound*). Dalam mencari penyelesaian persoalan program linier, metode yang sering digunakan yaitu metode simpleks. Terdapat teknik lain untuk menyelesaikan persoalan program linier yaitu teknik pembangkit kolom (*column generation technique*). Salah satu aplikasi dari teknik ini yaitu untuk menyelesaikan persoalan pemotongan stok atau *cutting stock problem (CSP)*. ((Triyanti, 2012)

Langkah pertama dalam menyelesaikan persoalan optimasi pemotongan yaitu menentukan pola pemotongan yang mungkin kemudian menentukan kombinasi-kombinasi pola pemotongan yang layak. Meskipun menentukan semua pola yang mungkin tidak begitu sulit, namun menentukan kombinasi yang layak merupakan pekerjaan yang berat.

Disinilah model program linier memainkan peranan dan tehnik pendekatan yang sistematis diperlukan.(Gilmore dan Gomori, 1961)

Langkah selanjutnya yaitu persoalan dibentuk kedalam bentuk program linier baku, bentuk ini kemudian diselesaikan dengan tehnik pembangkit kolom. Tehnik pembangkit kolom digunakan untuk mengefisiensi metode simpleks direvisi. Sehingga langkah-langkah pengerjaannya banyak mengacu kepada metode simpleks direvisi, mulai dari perhitungan B^{-1} (matriks yang diperoleh dari koefisien variabel-variabel slack untuk baris ke- i , $i=1,2,\dots,m$ dari tabel akhir simpleks), harga akhir (*price out*), penggunaan test rasio untuk menentukan variabel basis, sampai diperoleh penyelesaian optimal. Perbedaan mendasar antara tehnik pembangkit kolom dan metode simpleks direvisi terletak pada perhitungan harga akhir ($Z_j - C_j$) variabel non basis yang akan masuk menjadi variabel basis. Perhitungan harga akhir untuk tiap-tiap variabel non basis menjadi variabel basis dalam skala besar pemotongan balok kayu dengan menggunakan metode simpleks direvisi adalah suatu pekerjaan yang tidak efektif dan juga tidak efisien. Untuk mengatasi hal ini maka tehnik pembangkit kolom dapat digunakan untuk mencari penyelesaiannya. Ide dasar dari tehnik pembangkit kolom adalah untuk mengefisiensi suatu kolom dengan harga akhir yang efisien (positif dalam persoalan minimum).(Hartono, 2014)

Dalam optimasi pemotongan balok kayu, yang diinginkan adalah sisa pemotongan dan produksi surplus semimumimum mungkin. Untuk mendapatkan hasil ini dilakukan dengan mengkombinasi pola-pola pemotongan berdasarkan panjang pesanan yang diinginkan dengan menerapkan tehnik pembangkit kolom. Pola-pola yang paling baik di antara pola-pola yang mungkin dapat diperoleh dengan menggunakan tehnik pembangkit kolom.

Penyelesaian persoalan program linier dapat diselesaikan dengan cara menghitung secara manual maupun dengan menggunakan bantuan software aplikasi. Jika dalam persoalan program linier telah melibatkan banyak variabel dan kendala (pembatas), maka menyelesaikannya dengan cara manual tentunya akan memerlukan waktu yang lama. Maka disinilah peran software aplikasi untuk menyelesaikannya secara cepat.(Haessler, 1992). Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana implementasi dari tehnik pembangkit kolom untuk mendapatkan pola pemotongan yang optimal yang akan mengurangi sisa pemotongan balok kayu yang terpakai di PT. Bukit Intan Abadi Medan. Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan pola pemotongan yang optimal yang akan mengurangi sisa pemotongan balok kayu yang terpakai dengan menggunakan *Column Generation Technique* di PT. Bukit Intan Abadi Medan.

2. METODE PENELITIAN

Metode penelitian yang digunakan adalah metode studi kasus, yaitu dengan melakukan penelitian di suatu perusahaan. Tehnik pengumpulan data dalam penelitian ini adalah dokumentasi, yaitu pengumpulan data yang dilakukan dengan mengambil data sekunder yang sudah ada di PT. Bukit Intan Abadi Medan yang berupa data panjang stok standart dan data permintaan panjang stok.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam penelitian ini, yang akan dicari adalah sisa panjang minimum untuk pemotongan stok pada balok kayu di PT. Bukit Intan Abadi Medan sesuai permintaan pada bulan Juni 2016 dengan panjang balok standar 2,5 meter dengan harga satuan balok kayu Balken Albasia sebesar Rp. 470.000 per m^3 .

Langkah-langkah tehnik pembangkit kolom menurut Gamal dan Bahri (2003) adalah sebagai berikut:

1. Perumusan persoalan ke bentuk program linear

Meminimumkan z

$$= x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + \dots + x_{20}$$

Terhadap kendala :

$$x_3 + 2x_5 + 2x_6 + 3x_7 + 3x_8 + 6x_9 + 8x_{10} + 4x_{11} + 4x_{12} + 6x_{13} + 4x_{14} + 9x_{15} + x_{17} + x_{20} \geq 244$$

$$2x_1 + 4x_3 + 8x_4 + 3x_5 + 2x_6 + x_7 + 4x_8 + x_{10} + 3x_{11} + 2x_{12} + 3x_{16} + 5x_{17} + 5x_{18} + 2x_{19} + x_{20} \geq 415$$

$$4x_1 + 5x_3 + 2x_3 + 2x_5 + 3x_6 + 3x_7 + x_8 + 2x_9 + x_{11} + 2x_{12} + 3x_{16} + x_{17} + 2x_{18} + 4x_{19} + 4x_{20} \geq 4674$$

$x_j \geq 0 ; j = 1, 2, \dots, 20$ dan bilangan bulat.

Dari persamaan diatas bentuk kanonik diperoleh $VB = \{x_2, x_4, x_{15}\}$ dan $VNB = \{x_1, x_3, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, \dots, x_{20}\}$.

2. Menghitung B_0^{-1} dan $c_{VB}B_0^{-1}$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}, \quad B_0^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

Maka

$$c_{VB}B_0^{-1} = [1 \ 1 \ 1] \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

Untuk basis tertentu, suatu pola dinyatakan oleh y_1, y_2 dan y_3 akan ditentukan nilai $z_j - c_j$ nya sebagai:

$$z_j - c_j = c_{VB}B^{-1} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} - 1 = \frac{1}{5}y_1 + \frac{1}{8}y_2 + \frac{1}{9}y_3 - 1$$

3. Mencari harga akhir pola efisien.

Memaksimumkan $w(y_1, y_2, y_3)$

$$= \frac{1}{5}y_1 + \frac{1}{8}y_2 + \frac{1}{9}y_3 - 1$$

Terhadap kendala

$$44y_1 + 31y_2 + 26y_3 \leq 250$$

$y_1, y_2, y_3 \geq 0$ dan bilangan bulat.

Dengan metode branch and bound dan menggunakan aplikasi LINDO diperoleh hasil $y_1 = 5, y_2 = 0$ dan $y_3 = 1$

4. Nilai optimal untuk persoalan knapsack diatas membentuk pola baru dinamakan pola21. Jadi nilai $z_{21} - c_{21}$ adalah 0,11, dan dengan memasukkan x_{21} ke dalam basis akan mengurangi sisa pemotongan balok kayu.

5. Menentukan variabel nonbasis yang akan menjadi variabel basis:

$$B_0^{-1} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{9} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{1}{9} \end{bmatrix}$$

$$B_1^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$c_{VB}B^{-1} = [1 \ 1 \ 1] \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{8} & 1 \end{bmatrix}$$

$$z_j - c_j = \frac{1}{5}y_1 + \frac{1}{8}y_2 - 1$$

Menghasilkan persoalan knapsack:

Memaksimumkan $w(y_1, y_2) = \frac{1}{5}y_1 + \frac{1}{8}y_2 - 1$

Terhadap kendala

$$44y_1 + 31y_2 \leq 250$$

$$y_1, y_2 \geq 0 \text{ dan bilangan bulat.}$$

Dengan metode branch and bound diperoleh:

$$y_1 = 5, \quad y_2 = 0 \text{ dan } y_3 = 0$$

Untuk mendapatkan nilai-nilai variabel basis VB(1) pada solusi optimal dicari nilai ruasan sebagai berikut:

$$B_1^{-1}b = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4674 \\ 415 \\ 244 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 690,8 \\ 51,875 \\ 244 \end{bmatrix}$$

Jadi solusi optimal untuk persoalan pemotongan balok kayu diberikan sebagai berikut:

$$x_2 = 690,8, \quad x_4 = 51,875 \text{ dan } x_{21} = 244$$

Untuk mendapatkan suatu solusi fisibel bilangan bulat maka dilakukan dengan cara pembulatan ke atas nilai-nilai x_2 dan x_{15} , sehingga akan menghasilkan solusi bilangan bulat.

$$x_2 = 691, \quad x_4 = 52 \text{ dan } x_{21} = 244$$

Jadi pesanan konsumen yaitu sebanyak 691 batang dengan panjang 44cm, 51 batang dengan panjang 31 cm dan 244 batang dengan panjang 44 cm dan 26 cm dapat dipenuhi oleh perusahaan kayu dengan memotong balok kayu panjang 2,5 meter sebanyak 691 batang dipotong menggunakan Pola 2, 52 batang dipotong menggunakan Pola 4 dan 244 batang dipotong menggunakan Pola 21. Dengan teknik pembangkit kolom, jumlah potongan yang dihasilkan oleh perusahaan untuk memenuhi pesanan yaitu:

- Pola 2 menghasilkan 5 potong balok kayu dengan panjang 44 cm.
- Pola 4 menghasilkan 8 potong balok kayu dengan panjang 26 cm
- Pola 21 menghasilkan 1 potong balok kayu dengan panjang 26 cm dan 5 potong balok kayu dengan panjang 44 cm.

4. KESIMPULAN

Dari hasil yang diperoleh diatas, dengan menggunakan *Column Generation Technique* disimpulkan bahwa untuk meminimumkan sisa pemotongan, PT. Bukit Intan Abadi Medan dapat memotong 2,5 meter panjang balok kayu sebanyak 987 batang yang dihasilkan sebanyak 5335, dengan produksi surplus panjang 31cm sebanyak 1 batang dan panjang 44cm sebanyak 1 batang.

5. REFERENSI

- Gilmore, P. C., dan Gomori, P. E., (1961): A linear Programming to the Cutting Stock Problem, *Mathematic and Application*, 849–869.
- Haessler, R. W., (1992): One Dimensional Cutting Stock Problems and Solution Procedures, *Math I*, 16(1), 1–8.
- Hartono, W., (2014): Integer Programming dengan Pendekatan Metode Branch and Bound untuk Optimasi Sisa Material Besi (Waste), *e-Jurnal Matriks Teknik Sipil*, 2(2).
- Hillier, F., dan Lieberman, G., (2001): *Pengantar Riset Operasi, 5th Edition*, Erlangga, Jakarta.
- Saptadi, S., (2012): Optimasi Cutting Stock Pada Industri Pemotongan Kertas dengan Menggunakan Metode Integer Linear Programming, *Mathematics*, (7).
- Schrage, L., (1981): *LINDO. Text and Software*, Scientific Press, San Francisco.
- Sitohang, V., (2009): *Analisis Permasalahan Cutting Stock Satu Dimensi Dengan Metode Branch and bound, Mathematics and application*, Semarang.
- Winston, W. L., (2004): *Operations Research. Applications and Algorithm. Fourth Edition*, Brooks/Cole Thomson Learning, California.

[1] : Jurusan Matematika UNIMED