ISBN:978-602-17980-9-6

MODEL VALUASI PREMI ASURANSI JIWA ENDOWMEN BERBASIS SUKU BUNGA STOKASTIK

Oleh
Sudianto Manullang, S.Si., M.Sc

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mendapatkan model premi asuransi jiwa endowmen dengan menggunakan suku bunga stokastik Vasicek Faktor suku bunga dan mortalitas merupakan komponen utama pembentuk premi asuransi jiwa endowmen. Model suku bunga Vasicek adalah salah satu model suku bunga stokastik yang digunakan pada derivatif yang menjadi faktor diskon dari harga zero coupon bond untuk mendapatkan nilai anuitas, asuransi sehingga menghasilkan nilai premi bersih tahunan asuransi jiwa endowmen.

1. PENDAHULUAN

Hidup manusia merupakan sebuah aset yang dapat mendatangkan pendapatan. Aset ini juga menghadapi risiko seperti kematian, sakit, dan cacat yang membuat seseorang tidak mampu memperoleh penghasilan. Hal ini mengakibatkan pihak-pihak yang bergantung seperti keluarga mengalami kesulitan. Dan asuransi menyediakan perlindungan terhadap risiko-risiko tersebut. Pada asuransi tradisional nilai aset (hidup manusia) dianggap sama disetiap waktu padahal nilai hidup manusia tidak sama sepanjang waktu (dimanis). Jika karir seseorang makin meningkat maka nilai ekomonis dari hidupnya pun akan naik atau sebaliknya

Sedangkan hukum pasar dari industri asuransi adalah menciptakan premi dan benefit yang seoptimal mungkin. Jika premi yang ditawarkan terlalu mahal maka kemungkinan besar produk tersebut tidak akan laku dijual sedangkan apabila premi terlalu murah maka perusahaan akan mendapatkan resiko yang besar dan profit yang kecil pula.

Pada dasarnya premi asuransi jiwa dipengaruhi oleh tiga faktor yaitu: peluang seseorang usia tertentu akan meninggal dalam jangka waktu tertentu (mortalitas), suku bunga yaitu tingkat suku bunga yang diperoleh oleh dana yang diinvestasikan, dan biaya untuk memasarkan polis dan biaya administrasi lainnya untuk pengelolaan polis tersebut.

Model bunga stokastik yang dipakai adalah model bunga yang mengikuti suatu persamaan diferensial stokastik, model ini dianggap dapat menyempurnakan model konvensional, yaitu model bunga deterministik. Selain itu model bunga stokastik juga merupakan bentuk umum dari model bunga deterministik, dimana

ISBN:978-602-17980-9-6

model bunga deterministik merupakan kasus khusus dari model bunga stokastik Unsur stokastik dalam penentuan besaran aktuaria pada suku bunga stokastik dapat dilakukan dengan menggunakan model tingkat suku bunga derivatif yang ada dalam dunia pasar modal. Model yang paling popular dalam struktur waktu suku bunga (*term structure of interest rate*) adalah model kesetimbangan karena memuat unsur deterministik dan stokastik didalamnya. Salah satu model yang berkembang tersebut adalah model Vasicek (1977), model ini merupakan pengembangan dari model Orstein-Uhlenbeck (1931). Salah satu instrumen pasar yakni obligasi yang menggunakan tingkat bunga derivatif sering diaplikasikan dalam perhitungan aktuaria pada asuransi jiwa. Bentuk obligasi tanpa bunga (*zero coupon bond*) yang memuat faktor diskon pada nilai premi dapat dirumuskan dengan menggunakan model ini, yang pada akhirnya juga dapat menggambarkan perubahan-perubahan tingkat suku bunga dari perhitungan aktuaria.

2. TEORI DASAR

2.1 Proses Stokastik

Defenisi 2.1 Suatu proses stokastik dengan waktu kontinu $\{X(t), t \in T\}$ disebut memiliki inkremen independen (*independent increment*) jika semua $t_0 < t_1 < t_2 < ... < t_n$, variabel random $X(t_1) - X(t_0)$, $X(t_2) - X(t_1)$,....., $X(t_n) - X(t_{n-1})$ adalah saling independen.

2.2 Gerak Brown

Defenisi 2.2 (Ross, 1996) Gerak brown sering juga disebut sebagai proses Wiener. Suatu proses stokastik $\{W_t : t \geq 0\}$ disebut gerak Brown jika proses tersebut memenuhi beberapa kriteria berikut ini :

i) $W_0 = 0$ dan W_t adalah kontinu saat $t \geq 0$
ii) W_t yang berarti W_t berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi *t*.
iii) $W_t - W_s$ $s)$ dan akan independen selama proses sampai waktu ke-*s*

2.3 Asuransi Jiwa Endowmen

Diberikan b_{k+1} adalah fungsi manfaat (*benefit*) asuransi dan v_{k+1} menunjukkan fungsi diskonto. Nilai waktu sekarang (*present value*) dari pembayaran manfaat pada saat dikeluarkannya polis dinotasikan dengan z_{k+1}

$$z_{k+1} = b_{k+1} v_{k+1} \qquad (2.2.1)$$

Untuk asuransi jiwa endowmen *n* tahun yang memberikan manfaat sebesar 1 satuaan di akhir tahun kematian dipunyai,

ISBN:978-602-17980-9-6

$$b_{k+1} = \begin{cases} 1 & k = 0,1,\ldots,n-1 \\ 0 & k \text{ lainnya} \end{cases}$$

$$v_{k+1} = v^{k+1},$$

$$Z = \begin{cases} v^{K+1} & K = 0,1,\ldots,n-1 \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases}$$

Premi tunggal bersih untuk asuransi ini dengan menggunakan *equivalence premium principle* diberikan sebagai :

$$A^1_{x:\overline{n}|} = E\left[Z\right] = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k} \qquad (2.2.2)$$

dengan ${}_k p_x$ menunjukkan probabilitas seseorang yang sekarang berusia x tahun akan hidup sampai k tahun ke depan, dan q_{x+k} menunjukkan probabilitas seseorang yang sekarang berusia (x +k) tahun akan meninggal 1 tahun yang akan datang. Diketahui hubungan,

$${}_k p_x = p_x p_{x+1} \ldots p_{x+k-1} = (1-q_x)(1-q_{x+1})\ldots(1-q_{x+k-1}) \text{ atau } {}_k p_x = \frac{l_{x+k}}{l_x}$$

dimana l_x adalah jumlah yang hidup berusia x. Dalam hal ini $A^1_{x:\overline{n}|}$ menotasikan premi tunggal bersih asuransi jiwa endowmen n tahun.

Asuransi jiwa endowmen murni n tahun adalah salah jenis asuransi yang membayar sebesar 1 kepada tertanggung (*insured*) pada akhir n tahun kemudian jika tertanggung masih hidup pada waktu tersebut. Jadi, fungsi untuk jenis asuransi ini adalah :

$$b_{k+1} = \begin{cases} 0 & k = 0,1,\ldots,n-1 \\ 1 & k = n, n+1, \ldots \end{cases}$$

$$v_{k+1} = \begin{cases} 0 & k = 0,1,\ldots,n-1 \\ v^n & k = n, n+1, \ldots \end{cases}$$

$$Z = \begin{cases} 0 & K = 0,1,\ldots,n-1 \\ v^n & K = n, n+1, \ldots \end{cases}$$

Premi tunggal bersih untuk jenis asuransi ini dengan menggunakan *equivalence premium principle* diberikan sebagai :

$$A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} = {}_n E_x = v^n \, {}_n p_x \qquad (2.2.3)$$

Sebagaiamana penotasian pada asuransi jiwa endowmenn n tahun, $A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} = {}_n E_x$ menunjukkan notasi untuk premi tunggal bersih untuk asuransi jiwa endowmen murni n tahun untuk seseorang yang berusia x tahun.

Asuransi jiwa endowmen (dwiguna) adalah penggabungan antara asuransi jiwa endowmen dan asuransi jiwa endowmen murni. Asuransi jiwa endowmen yang akan membayar sebesar 1 kepada ahli waris jika tertanggung pada selang waktu n atau akan membayar sebesar 1 pada akhir n tahun kemudian jika tertanggung masih hidup pada waktu tersebut. Sehingga premi tunggal bersih untuk jenis asuransi jiwa endowmen diberikan sebagai : $A_{x:\overline{n}|} = A^1_{x:\overline{n}|} + A_{x:\overline{n}|}^{\;\;1} = \sum_{k=0}^{n-1} v^{k+1} {}_k p_x q_{x+k} + v^n \, {}_n p_x$

2.4 Anuitas Hidup

Anuitas hidup merupakan serangkaian pembayaran dikaitkan dengan mati

ISBN:978-602-17980-9-6
hidupnya sesorang secara terus-menerus atau pada selang waktu yang sama,

ISBN:978-602-17980-9-6

seperti bulan, triwulan, atau tahunan, selama seseorang yang menjadi tertanggung masih hidup. Dengan kata lain Anuitas hidup merupakan anuitas yang pembayarannya dikaitkan dengan mati hidupnya sesorang. Interval pembayaran dapat dilakukan pada awal (*annuities-due*), atau anuitas akhir (*annuities-ammediate*) yang dapat dilakukan pada akhir waktu pembayaran.

Nilai anuitas hidup endowmen waktu n tahun dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n v^t \, {}_t p_x \, dt \qquad (2.4.1)$$

2.5 Premi

Premi dalam asuransi jiwa endowmen dibayarkan secara berkala selama jangka waktu kontraknya, yang biasanya dibayarkan pada awal periode. Semakin panjang rentang jangka waktu pembayaran premi maka harga premi yang dibayarkan akan semakin kecil.

Perhitungan premi secara berkala dengan periode pembayaran n tahun serta memberikan manfaat sebesar 1 satuan pada saat tahun kematian adalah :

$$P\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \bar{A}^1_{x:\overline{n}|} \qquad (2.6.1)$$

dengan $\bar{a}_{x:\overline{n}|}$ adalah nilai tunai anuitas awal dan $\bar{A}^1_{x:\overline{n}|}$ adalah asuransi atau nilai santunan.

3.1 Penentuan Premi Bersih Asuransi Jiwa Endowmen

3.1.1 Persamaan model VASICEK

Model Vacisek diperkenalkan pertama kali tahun 1977 oleh Oldrich Vasicek (Vasicek, 1977). Model ini merupakan salah satu model matematika yang menjelaskan evolusi tingkat bunga. Model Vacisek termasuk dalam persamaan diferensial stokastik yang mampu menggambarkan fluktuasi pergerakan *short-rate* (tingkat suku bunga sesaat) dari *yield* obligasi selama masa obligasi. Selain dapat memodelkan fluktuasi tingkat suku bunga, model Vacisek juga dapat digunakan untuk memprediksi besarnya tingkat bunga pada periode kedepan.

Model Vasicek berbentuk sebagai berikut :

$$dr_t = \kappa\left(\theta - r_t\right)dt + \sigma\, dW_t\,, \qquad \kappa > 0 \qquad (3.1.1)$$

Dalam model ini ditunjukkan adanya *mean reversion* yaitu suatu kecendrungan nilai r_t berada disekitar rata-rata *long run* atau dapat dikatakan bahwa tingkat suku bunga bergerak dalam range terbatas. Sebagai ilustrasi jika tingkat bunga berada diatas rata-rata long run $r > \theta$ maka faktor *drift* akan bernilai negatif sehingga suku bunga akan ditekan sampai pada nilai rata-rata θ. Jika $r < \theta$ maka faktor *drift* akan bernilai positif sehingga bunga juga harus ditekan karena faktor *drift* bernilai positif akan menaikkan suku bunga. Naiknya suku bunga pada akhirnya akan menghambat percepatan pertumbuhan ekonomi.

ISBN:978-602-17980-9-6

Dengan menggunakan proses Ornstein-Unhlenbeck solusi persamaan $(3.1.1)$ menjadi :

$$r_t - \theta = (r_0 - \theta)e^{-\kappa t} + \sigma\int_0^t e^{\kappa s}dW_s$$

$$r_t = r_0 e^{-\kappa t} + \theta\left(1 - e^{-\kappa t}\right) + \sigma e^{-\kappa s}\int_0^t e^{\kappa s}dW_s \qquad (3.1.2)$$

3.1.2 ZCB (*Zero Coupon Bond*)/ Obligasi berkupon nol

Yield dari ZCB, yaitu hasil yang akan diperoleh investor apabila menempatkan dananya untuk dibelikan obligasi, sepenuhnya sama dengan suku bunga. Misalkan r_t mewakili suku bunga pada waktu yang bersifat kontinu diperoleh nilai ZCB sebesar :

$$P(t,T) = e^{-r_t(T-t)} \qquad (3.1.3)$$

dan diperoleh yield

$$R(t,T) = -\frac{\log P^*(t,T)}{T-t} \qquad (3.1.4)$$

Solusi untuk masalah harga ZCB pada dapat ditentukan dengan menggunakan model Affine. Diasumsikan drift dan volatilitas spot rate pada model *mean reversion* masing-masing berbentuk

$$\delta(r_t,t) = \alpha_1(t) + \alpha_2(t)r_t \text{ dan } \sigma(r_t,t)^2 = \beta_1(t) + \beta_2(t)r_t \qquad (3.1.5)$$

untuk $\alpha_i(t)$ dan $\beta_i(t),\ i = 1,2,$ adalah fungsi deterministik dalam t.

Sebuah ZCB endowmen waktu T dengan harga pada waktu t adalah $P(t,T,r) = P(\tau,r),$ misalkan penentuan harga mengikuti formula

$$P(\tau,r) = \exp\left[A(\tau) - B(\tau)r_t\right] \qquad (3.1.6)$$

Solusi untuk $A(\tau)$ dan $B(\tau)$ untuk penentuan nilai ZCB dapat dicari dengan mereduksi unsur r_t pada persamaan (3.5.5) sehingga diperoleh persamaan diferensial simultan

ISBN:978-602-17980-9-6

$$B'(\tau)\frac{1}{2}\beta_2(t)r_tB^2(\tau)-\alpha_2(t)r_tB(\tau)-1=0 \quad (3.1.7)$$

$$-A'(\tau)+\frac{1}{2}\beta_1(t)B^2(\tau)-\alpha_1(t)B(\tau)=0 \quad (3.1.8)$$

dengan :

$$B(\tau)=\frac{1-e^{-\kappa\tau}}{\kappa} \quad (3.1.9)$$

$$A(\tau)=\bar{r}\left[\tau-B(\tau)\right]+\frac{\sigma^2}{2\kappa^2}\left[\tau-B(\tau)-\frac{1}{2\kappa}\left(B(\tau)\right)^2\right]$$

$$=\left(\bar{r}+\frac{\sigma^2}{2\kappa^2}\right)\left[\tau-B(\tau)\right]-\frac{1}{4\kappa}\left(B(\tau)\right)^2 \quad (3.1.10)$$

Premi tahunan untuk asuransi jiwa dengan 1 unit pembayaran pada saat kematian (x) berdasarkan model suku bunga Vasicek dinyatakan dengan $A^1_{x:\overline{n}|}$

$$A^1_{x:\overline{n}|}=E\left(E\left(v(t)\right)\right) \quad (3.1.11)$$

$$=\int_0^n E\left(v(t)\right)f_{TX}(t)\,dt$$

$$=\int_0^n P\left(\tau,r_t\right)f_{TX}(t)\,dt$$

$$=\int_0^n \exp\left[A(\tau)-B(\tau)r_t\right]f_{TX}(t)\,dt$$

$$A^1_{x:\overline{n}|}=\int_0^n \exp\left(\tau\left(\bar{r}+\frac{\sigma^2}{2\kappa^2}\right)-B(\tau)\left(r_t+\bar{r}+\frac{\sigma^2}{2\kappa^2}\right)\frac{\sigma^2}{4\kappa}\left(B(\tau)\right)^2\right)\mu_{x+t}\left(\exp-\int_0^n\mu_{x+s}\,ds\right)dt$$

dan untuk anuitas hidup kontinu pembayaran 1 unit setiap periode berdasarkan model suku bunga Vasicek dinyatakan dengan $\bar{a}_{x:\overline{n}|}$

ISBN:978-602-17980-9-6

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n P(\tau)\, {}_t p_x \, dt \qquad (3.1.12)$$

$$= A(\tau)\exp^{-B(\tau)} r_t \, {}_t p_x \, dt$$

$$= \int_0^n \left[\left(\left(\bar{r} + \frac{\sigma^2}{2\kappa^2}\right)\left[\tau - B(\tau)\right] - \frac{\sigma^2}{4\kappa}\left(B(\tau)\right)^2\right)\exp\left(-B(\tau) r_t\right)\right] {}_t p_x \, dt$$

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} = \int_0^n \left[\left(\left(\bar{r} + \frac{\sigma^2}{2\kappa^2}\right)\left[\tau - B(\tau)\right] - \frac{\sigma^2}{4\kappa}\left(B(\tau)\right)^2\right)\exp\left(-B(\tau) r_t\right)\right]\left(\exp - \int_0^n \mu_{x+s}\, ds\right) dt$$

Berdasarkan persamaan (2.1.11) dan (3.1.12) maka premi asuransi jiwa seumur hidup dengan suku bunga Vasicek adalah

$$P\bar{a}_{x:\overline{n}|} = BA^1_{x:\overline{n}|}$$

$$P = B\text{-}\frac{A^1_{x:\overline{n}|}}{\bar{a}_{x:\overline{n}|}} \qquad (3.6.10)$$

4.1 Studi kasus

Dengan menggunakan bahasa pemograman R diperoleh hasil nilai asuransi, anuitas, dan harga premi bersih asuransi jiwa endowmennya sebagai berikut :

1. **Premi Vasicek masa kontrak**

Anuitas berfungsi sebagai pembagi nilai dari asuransi maka jika semakin besar nilai anuitas maka pembagi akan semakin besar yang menyebabkan harga premi akan semakin rendah. Untuk melihat asumsi tersebut akan ditunjukkan dalm simulasi berikut. Dengan menggunakan data berikut akan diperoleh perubahan harga premi asuransi jiwa endowmen.

Berusia 40 tahun membeli kontrak asuransi jiwa endowmen dengan jangka waktu kontrak selama 1-50 tahun dan uang pertanggungan/benefit yang ditawarkan sebesar Rp. 50.000.000,00 dan suku bunga instan yang berlaku adalah 6.75% per tahun.

Dengan menggunakan pemograman yang sama dan fungsi perulangan terhadap masa asuransi pada perhitungan harga premi maka akan diperoleh hasil sebagai berikut :

Tabel 4.5 Harga premi dengan suku bunga Model Vasicek berdasarkan perubahan masa kontrak asuransi

bunga	asuransi	anuitas	premi
0.051	0.1324671	13.45725	487333.7
0.052	0.1333127	13.39112	488016.3
0.053	0.1341652	13.32547	488699.3

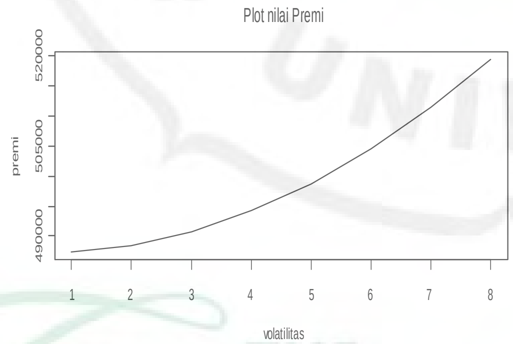
ISBN:978-602-17980-9-6

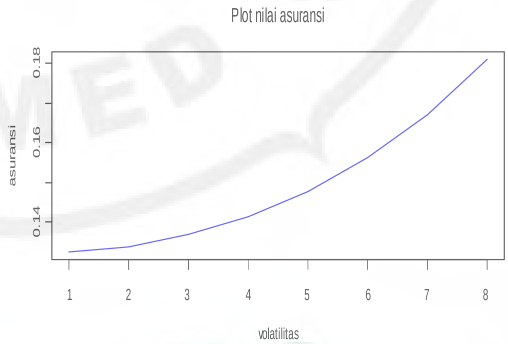
bunga	asuransi	anuitas	premi
0.03	0.1162034	14.96679	473119.3
0.031	0.1169171	14.88936	473790.2
0.032	0.1176365	14.81252	474461.8

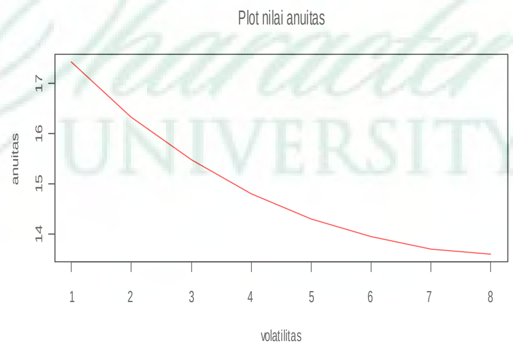
ISBN:978-602-17980-9-6

0.033	0.1183617	14.73625	475134.1
0.034	0.1190927	14.66057	475807
0.035	0.1198297	14.58545	476480.5
0.036	0.1205725	14.51089	477154.6
0.037	0.1213214	14.4369	477829.4
0.038	0.1220764	14.36346	478504.7
0.039	0.1228375	14.29058	479180.7
0.04	0.1236047	14.21824	479857.2
0.041	0.1243782	14.14644	480534.2
0.042	0.1251579	14.07518	481211.9
0.043	0.1259439	14.00445	481890
0.044	0.1267364	13.93424	482568.7
0.045	0.1275353	13.86457	483248
0.046	0.1283406	13.79541	483927.7
0.047	0.1291526	13.72676	484608
0.048	0.1299711	13.65863	485288.7
0.049	0.1307964	13.591	485969.9
0.05	0.1316283	13.52388	486651.6

0.054	0.1350247	13.26031	489382.8
0.055	0.1358912	13.19563	490066.6
0.056	0.1367649	13.13143	490750.9
0.057	0.1376457	13.06771	491435.6
0.058	0.1385337	13.00445	492120.6
0.059	0.139429	12.94165	492806
0.06	0.1403317	12.87932	493491.8
0.061	0.1412418	12.81745	494177.9
0.062	0.1421593	12.75603	494864.4
0.063	0.1430845	12.69506	495551.2
0.064	0.1440172	12.63454	496238.3
0.065	0.1449577	12.57445	496925.7
0.066	0.1459059	12.51481	497613.4
0.067	0.1468619	12.45561	498301.4
0.068	0.1478258	12.39683	498989.6
0.069	0.1487977	12.33848	499678.1
0.07	0.1497777	12.28056	500366.9







ISBN:978-602-17980-9-6

Gambar 4.1 Grafik harga premi, asuransi dan anuitas asuransi jiwa endowmen model Vasicek berdasarkan masa kontrak asuransi

5.1 Kesimpulan

Dalam tesis ini dibahas tentang pembentukan nilai premi asuransi jiwa endowmen dengan menggunakan suku bunga deterninistik dan suku bunga stokastik model Vasicek dan dalam implementasinya dalam perhitungan nilai asuransi, aniutas, serta premi, dengan hasil sebagai berikut :

1. Nilai asuransi, anuitas serta premi dengan suku bunga deterministik yang selalu konstan pada asuransi jiwa endowmen lebih tinggi nilainya dibandingkan dengan menggunakan suku bunga stokastik model Vasicek.
2. Dalam simulasi data dengan menggunakan model Vasicek yang diperoleh bahwa terdapat pengaruh jika nilai benefit, usia, suku bunga instan, suku bunga jangka panjang volatilitas dan asumsi gompertz yakni akan meningkat nilai anuitas, asuransi serta premi yang naik pula. Namun jangka waktu yang panjang akan relatif menurunkan nilai anuitas, asuransi serta premi.

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L.J and Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics 2nd Editon* . Belmont. California : Duxbury Press.

Bowers, N.L, et al. 1997. *Actuarial Mathematics 2nd Editon.* Schaumburg, Illinois : The Society of Actuaries.

Jordan, C.W. 1991. *Life Contingencies 2nd Editon.* Chicago, Illinois : The Society of Actuaries.

Lin, X.S. 2006. *Introductory Stochastic Analysis for Finance and Insurance* Hoboken, New Jersey : Willey & Sons, Inc.

Noviyanti, L. And Syamsuddin, M. 2005. Life Insurance with Sthochastic Interest Rate, *Proceedings 13th East Asian Actuarial Conference The Actuary at Risk*, The Society of Actuaries of Indonesia.

Kellison, S.G., 1991. *The Theory of Interest 2nd Editon*, Irwin Homewood, Boston.

Ross, S. M., 1983. *Stochastic Processes*, John Wiley & Sons, New York.

Seydel, R.U., 2006. *Tools for Computational Finance third edition*. Netherland. Springer-Verlag.

SEMNASTIKAUNIMED
ISBN:978-602-17980-9-6

Sula, M.S. **2004.** *Asuransi Syariah (Life and General) : Konsep dan Sistem Operasional.* Jakarta: Gema Insani.

Vasicek, O. 1977. An Equilibrium Characterization of Term Structure. *Jounal of Economics*.