

BAB 1

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika adalah salah satu ilmu yang banyak memberikan alternatif dalam mempermudah menyelesaikan suatu permasalahan di segala bidang. Salah satu cabang ilmu matematika yang bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari adalah teori graf. Teori graf merupakan salah satu bidang matematika yang diperkenalkan pertama kali oleh ahli matematika asal Swiss, Leonhard Euler pada tahun 1736. Ide besarnya muncul sebagai upaya menyelesaikan masalah jembatan Königsberg. Di Königsberg (sebelah timur Prussia, Jerman) sekarang bernama Kaliningrad terdapat sungai Pregal yang mengitari pulau Kneiphof lalu bercabang menjadi dua anak sungai tersebut.

Saat ini teori graf semakin berkembang dan menarik karena keunikan dan banyak sekali penerapannya. Keunikan teori graf adalah kesederhanaan pokok bahasan yang dipelajarinya, karena dapat disajikan sebagai titik (*vertex*) dan jalur (*edge*). Misalnya menyelesaikan permasalahan pencarian lintasan terpendek, permasalahan pengiriman surat (*The Postman Problem*), penentuan frekuensi pemancar radio dan lain-lain dapat diselesaikan dengan teori graf. Permasalahan seperti inilah yang dapat dimodelkan dalam bentuk graf dengan verteks-verteks pada graf berkorespondensi dengan tempat-tempat yang berbeda dan dua verteks pada graf dihubungkan dengan satu sisi atau jalur jika dan hanya jika dua tempat yang berkorespondensi dengan dua verteks tersebut dihubungkan dengan sebuah jalur.

Permasalahan yang muncul pada penentuan frekuensi pemancar radio adalah menentukan frekuensi pada setiap pemancar radio sehingga jika ada dua pemancar yang berdekatan, maka pemancar tersebut diberikan frekuensi yang berbeda. Tentu saja, pemancar yang berdekatan harus menerima frekuensi dengan selisih yang cukup untuk menghindari pelayangan. Permasalahan ini bermula dari pembicaraan Fred Roberts dengan Jerrold Griggs, yang berencana menggunakan bilangan non-negatif untuk mewakili saluran radio untuk mempelajari permasalahan penentuan

saluran radio secara optimal pada pemancar pada lokasi tertentu. Hasilnya, Griggs dan Yeh (1992) memperkenalkan pelabelan $L(h, k)$, yaitu pelabelan yang diberikan pada verteks suatu graf yang bergantung tidak hanya pada dua verteks bertetangga (berjarak satu), tetapi juga berjarak dua. Permasalahan yang lain adalah bagaimana meminimumkan rentang pelabelan pada suatu graf yang diberikan, Hale (1980).

Pada penelitian ini, penulis menunjukkan pelabelan $L(2,1)$ pada graf Sierpiński. Graf Sierpiński $S(n, k)$ diperluas dari $S(n, 3)$ oleh Klavžar dan Milutinović (1997) untuk $k \geq 3$. Motivasi untuk perluasan ini muncul dari studi topologi ruang Lipscomb, dan ditunjukkan bahwa ruang ini adalah perluasan dari segitiga Sierpiński. Kemudian, graf ini banyak dipelajari dari berbagai sudut pandang (Fu dan Xie (2010), Gravier dan Parreau (2009), Gravier dan Mollard (2005)). Graf Sierpiński $S(n, k)$ diperluas dengan proses: $S(1, k)$ isomorfik dengan graf lengkap dengan k verteks (K_k). $S(n + 1, k)$ dibuat dari $S(n, k)$ dengan menggandakan n kali graf $S(n, k)$ dan menambahkan tepatnya satu jalur pada setiap hasil penggandaannya. Contoh graf Sierpiński ditunjukkan pada gambar Gambar 2.16 dan gambar Gambar 2.17.

Dengan demikian, penulis merumuskan judul yakni : **PELABELAN $L(2, 1)$ PADA GRAF SIERPIŃSKI $S(n, k)$.**

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah maka rumusan masalah dari penelitian ini adalah:

- a. Untuk setiap nilai n dan k yang diberikan pada sebuah graf Sierpiński $S(n, k)$, bagaimana memberikan labelnya?
- b. Berapakah nilai maksimum terkecil pelabelan $L(2,1)$ pada graf Sierpiński?

1.3 Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah menentukan pelabelan $L(2, 1)$ pada graf Sierpiński $S(n, k)$ dengan $n \geq 2$ dan $k = 2, 3$.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah diatas, maka yang menjadi tujuan penelitian ini adalah:

- a. Mengetahui cara memberikan label pada sebuah graf Sierpiński $S(n, k)$ dengan $n \geq 2$ dan $k = 2, 3$.
- b. Menentukan nilai maksimum terkecil pelabelan $L(2, 1)$ pada graf Sierpiński.
- c. Membuat program sesuai algoritma pada tujuan (a).

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat, yaitu:

- a. Sebagai bahan studi dan referensi bagi mahasiswa yang berminat untuk mengadakan penelitian lebih lanjut tentang matematika terapan salah satunya teori graf pada pelabelan graf.
- b. Untuk menambah pengalaman bagi penulis dalam penelitian model matematika tentang graf pada pelabelan graf yakni mengetahui bagaimana penggunaan konsep pelabelan $L(2, 1)$.
- c. Secara umum, sebagai sumbangan pemikiran dan bahan kajian yang dapat dipakai dalam penelitian lebih lanjut mengenai pelabelan pada graf.