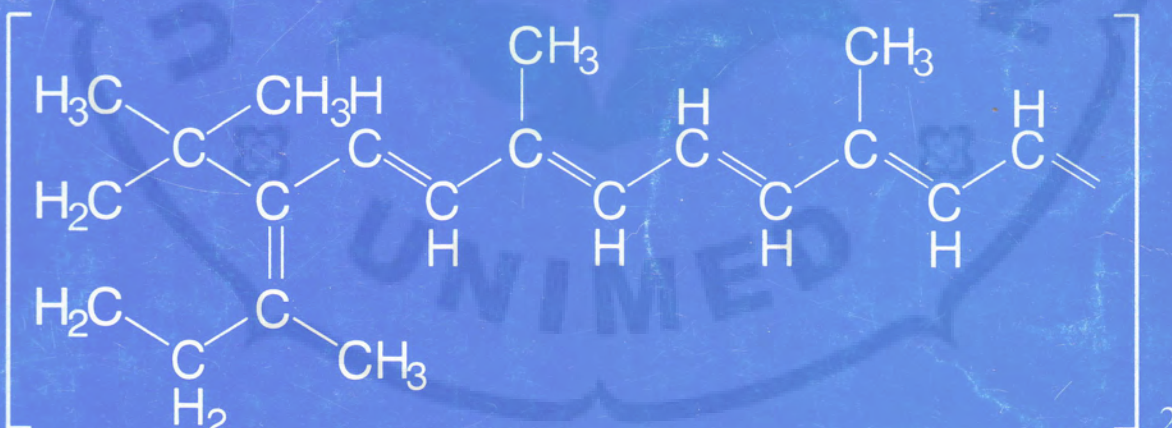
Volume 33| Nomor 1 | Januari - Juni 2009 ISSN 1978-3841

ZA

Jurnal Sains Indonesia

Media Komunikasi Hasil Penelitian Sains dan Matematika



THE Character Building UNIVERSITY

Diterbitkan Oleh
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Medan

ISSN 1978-3841

Jurnal Sains Indonesia

Media Komunikasi Hasil Penelitian Sains dan Matematika

Jurnal Sains Indonesia *(dahulu bernama Majalah Pendidikan Science) diterbitkan sejak tahun 1976, dengan SK Menteri Penerangan Republik Indonesia STT Penerbit Khusus tanggal 9 Desember 1976, No. 276/SK/Ditjen PPG/STT/1976. Jurnal ini diterbitkan untuk dapat digunakan sebagai media komunikasi bagi dosen, peneliti, mahasiwa semua strata bidang sains dan matematika. Pengelola menerima artikel hasil penelitian, catatan penelitian dan/atau telaah pustaka dalam bidang ilmu yang relevan. Petunjuk penulisan naskah dapat dilihat pada kulit belakang bagian dalam dari jurnal ini. Naskah dikirimkan ke alamat redaksi untuk dievaluasi dan disunting. Naskah yang tidak memenuhi persyaratan akan dikembalikan kepada penulis.*

Diterbitkan oleh:

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Negeri Medan

Alamat Redaksi:

Jurnal Sains Indonesia
Jl. Willem Iskandar Pasar V, Medan 20221
Telp. 061-6625970

Dari Pengelola

Volume 33 Nomor 1 Jurnal Sains Indonesia ini hadir di hadapan rekan sejawat dengan jumlah halaman yang semakin banyak. Nomor ini terbit dengan dominasi artikel hasil penelitian dari bidang kimia dan hanya sebagian kecil dari bidang biologi dan matematika. Masing-masing artikel sangat menarik untuk ditelaah dan dirujuk dalam upaya pengembangan sains dan matematika.

Pengelola menanti artikel-artikel orisinal yang bermutu dari kita semuanya. Namun demikian, sebelum menulis artikel, sangat diharapkan para penulis mempelajari terlebih dahulu, dan selanjutnya mengikuti, petunjuk penulisan artikel yang tertera pada sampul belakang bagian dalam dari jurnal ini. Pengelola juga mengharapkan agar gambar, foto, atau diagram yang akan dimuat dalam artikel dibuat dalam lembaran terpisah dan sudah dalam bentuk *camera ready*. Kepatuhan penulis mengikuti tata cara penulisan yang telah ditetapkan dalam halaman dalam kulit belakang jurnal ini akan sangat membantu pengelola untuk dapat menerbitkan secara teratur sesuai dengan jadwal. Untuk nomor berikutnya, artikel yang tidak memenuhi petunjuk penulisan tersebut tidak akan dimuat tetapi akan dikembalikan kepada penulis untuk diperbaiki.

Selamat berkarya.

Medan, Juni 2009

Pengelola

Volume 33 | Nomor 1 | Januari—Juni2009
Jurnal
Sains
Indonesia
Media Komunikasi Hasil Penelitian Sains dan Matematika

Daftar Isi

Manihar Situmorang, Boxsa Joserizal Singa, Indah Friani Situmorang, dan Fernando M.T. Marpaung	Rancang Bangun Strip Biosensor untuk Penentuan Asam Urat dalam Daging dan Ikan Kaleng	1—7
Anna Juniar	Pengembangan Teknik Pemisahan dan Pemurnian Ion Logam Melalui Modifikasi Pelarut	8—12
Herlinawati	Kajian Pendahuluan Teknik Tandem Kromatografi Pasangan Ion Fasa Terbalik-HG-FAAS untuk Spesiasi Senyawa Organotin	13—17
Jasmidi	Penggunaan Berulang Biomassa *Saccharomyces cerevisiae* Terimobilisasi Sebagai Penyerap Ion Timbal(II)	18—21
Marudut Sinaga, Jamalum Purba, dan Manihar Situmorang	Pembuatan Elektroda Ion Selektif (ISE-Pb) untuk Penentuan Timbal dalam Limbah Cair	22—29
Ida Duma Riris dan Martina Nadapdap	Pengaruh Konsentrasi Gula dan Lama Fermentasi terhadap Kadar Tanin pada Minuman Teh Kombucha	30—35
July Fitriana Nst dan Ayi Darmana	Optimasi Pemucatan *Crude Glycerol* Hasil Samping Pembuatan Biodiesel dengan Tanah Pemucat (*Bleaching Earth*)	36—40
Nurmalis dan Asep Wahyu Nugraha	Sintesis dan Karakterisasi Senyawa Kompleks antara Logam Perak dengan Ligan NH3, Cl-, *en, difos, glim, acac, py, bpy,* dan *dien* Melalui Pendekatan Komputasi Kimia dan Eksperimen	41—46
Ratna Sari Dewi	Reaksi Aminasi Sorbitol dengan Gas NH3 Bertekanan Menggunakan Katalis Nikel	47—50
M. Sitorus, S. Ibrahim, H. Nurdin, dan D. Darwis	Optimasi Dehidrator pada Pembuatan Minyak Jarak Terdehidrasi (*Dehydrated Castor Oil = DCO*)	51—56
Zul Amry	Aplikasi Model Linier dengan Rank Tak Penuh	57—60
Panal M. Siahaan	Pengaruh Pemberian Sari Buah Mengkudu (*Morinda citrifolia*) terhadap Gambaran Leukosit pada Mencit (*Mus musculus*) Jantan	61—66
Khairiza Lubis	Pengaruh Jenis dan Lama Penjemuran terhadap Kadar Vitamin C Sale Pisang	67—70

Aplikasi Model Linier dengan Rank Tak Penuh

Zul Amry
Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Negeri Medan
Jl. Willem Iskandar Pasar V, Medan 20221

Diterima 20 Januari 2009, disetujui untuk publikasi 15 Mei 2009

Abstract *Linear model in the form of $Y=\beta X+e$ is called linear model not of full rank when inverse of matrices [XTX] does not exist, so that parameter of β can be estimated by where G is generalized inverse matrices of [XTX] and this model to represent of statistics models have been extensively used many fields. This paper explains an analysis of linear model not of full rank which applied for problem of plant product. The analysis begin with the estimation of toward parameter of model which is assumed, afterward to be continued test of model up to and including fix on confidence interval for conclude.* [APPLICATION OF LINEAR MODEL OF NON FULL RANK] ***(J. Sains Indon., 33(1): 57 - 60, 2008)***

Kata kunci: Estimable function, generalized inverse matrices, linear model.

Pendahuluan

Seringkali, variabel random hasil observasi pada suatu eksprimen mempunyai hubungan dengan satu atau lebih variabel random yang lain, sehingga nilai satu variabel dapat diramal hasilnya berdasarkan nilai-nilai pada variabel yang lain. Salah satu metode statistik yang paling umum untuk menganalisis hubungan semacam ini adalah model linier. Bentuk umum dari model linier adalah $Y = X\beta + e$, dimana :

$$Y=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, X=\begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix},$$

$$\beta=\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \text{ dan } e=\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}, \text{ dengan syarat:}$$

$$E(Y_i) = \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij}, \ Var(Y_i)=\sigma^2 \text{ dan } Cov(Y_i,Y_j)=0.$$

Persyaratan ini menyatakan bahwa mean dari suku galat e adalah 0, variansi yi tidak tergantung pada x dan y1, y2,...,yn saling independen.

Salah satu masalah penting dalam menganalisis model linier adalah bagaimana cara mengestimasi parameter yang terdapat dalam model tersebut berdasarkan sample, cara yang lazim dilakukan untuk mengestimasi paameter β pada model $Y=X\beta + e$ adalah dengan metode kuadrat terkecil yang menghasilkan asalkan $\hat{\beta}=[X^TX]^{-1}X^TY$ menghasilkan matriks XTX merupakan matriks dengan rank penuh atau $[XTX]^{-1}$ ada. Tetapi, pada kenyataannya bahwa data dilapangan tidak dapat menjamin $[XTX]^{-1}$ selalu ada, dalam kasus seperti ini dikatakan bahwa matriks XTX merupakan matriks dengan rank tak penuh. Sehubungan dengan itu, dalam tulisan ini akan dipaparkan suatu inferensi statistika dalam model linier dengan rank tak penuh yang difokuskan pada masalah produksi tanaman yang mencakup asumsi model. estimasi parameter model, pengujian model sampai penentuan interval konfidensi untuk keperluan inferensi.

Matriks Invers Tergeneralisir

Definisi 1. Matriks invers tergeneralisir dari suatu matriks A didefinisikan sebagai matriks G yang memenuhi AGA=A.

Eksistensi G ini tidaklah tunggal, karena ada sejumlah tak hingga G yang dapat memenuhi AGA=A dan G dapat dihitung dengan rumus $G = Q\Delta^{-1}P$, dimana:

$$\Delta^{-1}=\begin{bmatrix} D_{r\times r}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

P dan Q adalah hasil operasi baris elementer yang memenuhi:

$$\Delta_{p\times q} = P_{p\times p}\, A_{p\times q}\, Q_{q\times q} = \begin{bmatrix} D_{r\times r} & 0_{r\times(q-r)} \\ 0_{(p-r)\times q} & 0_{(p-r)\times(q-r)} \end{bmatrix}$$

atau

$$\Delta = PAQ = \begin{bmatrix} D_{r\times r} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dapat ditunjukkan bahwa untuk $PAQ=\Delta$, diperoleh:

$$P\,AGA\,Q=\Delta$$
$$\Leftrightarrow P\,P^{-1}\Delta\,Q^{-1}\,G\,P^{-1}\Delta\,Q^{-1}\,Q=\Delta$$
$$\Leftrightarrow \Delta\,Q^{-1}\,G\,P^{-1}\Delta=\Delta$$
$$\Leftrightarrow Q^{-1}\,G\,P^{-1}=\Delta^{-1}\Delta\,\Delta^{-1}$$
$$\Leftrightarrow Q^{-1}\,G\,P^{-1}=\Delta^{-1} \Rightarrow G=Q\Delta^{-1}$$

Analisis Model

Langkah awal dalam analisis model linier adalah membuat asumsi model dan mengestimasi parameter model berdasar data sampel. Kemudian melakukan pengujian terhadap model yang diasumsikan, pengujian hipotesis, sampai pada penentuan interval konfidensi

Asumsi model. Model linier yang diasumsikan lazimnya berbentuk $Y = X\beta + e$; dimana $e \sim N(0,\sigma^2)$ dan $Y \sim N(X\beta, \sigma^2 I)$

Fungsi estimable. Fungsi *estimable* merupakan syarat agar hipotesis terhadap pemilihan model yang disumsikan dapat diuji dan didefinisikan sebagai berikut:

Definisi 2. Suatu fungsi linier dari parameter $q^T\beta$ dikatakan estimable, jika untuk vektor observasi y terdapat vektor v^T sehingga $q^T\beta = v^T E(y)$

Teorema 1. Untuk model $Y = X\beta + e$, $q^T\beta$ estimable $\Leftrightarrow q^T = v^T X$ untuk suatu v^T.

Bukti. ($\Rightarrow$) $q^T\beta$ estimable $\Rightarrow q^T\beta = v^T E(Y)$ untuk suatu v^T karena $E(Y) = X\beta$, maka $q^T\beta = v^T X\beta$ atau $q^T = v^T X$. ($\Leftarrow$) $q^T = v^T X \Rightarrow q^T\beta = v^T X\beta \Rightarrow q^T\beta = v^T E(Y) \Rightarrow q^T\beta$ estimable.

Estimasi Parameter

Jika nilai $[X^TX]^{-1}$ pada model $Y = X\beta + e$ tidak ada dan G adalah invers tergeneralisir dari X^TX, maka $\hat{\beta}$ dihitung dengan rumus $\hat{\beta} = GX^TY$, sedang mean dan variansinya dihitung dengan:

$$E[\hat{\beta}] = E[GX^TY] = E[GX^T X\beta] = GX^T X\beta$$
$$Var[\hat{\beta}] = Var[GX^TY] = GX^T Var[Y]\, G^TX$$
$$= GX^T \sigma^2 I\, G^TX = GX^T XG^T\sigma^2$$

Pengujian Model

Untuk menguji model $Y = X\beta + e$ yang telah diasumsikan dimana $e \sim N(0, \sigma^2 I)$, $Y \sim N(X\beta, \sigma^2 I)$ dan $\hat{\beta} \sim N(GX^T X\beta,\ GX^T XG^T\sigma^2)$ digunakan hipotesis:

$$H_0: X\beta=0 \quad vs \quad H_1: X\beta\neq 0$$

yang dapat diuji apabila $X\beta$ merupakan fungsi estimable dan diuji dengan menggunakan statistik:

$$F(R)=\frac{JKR/r}{JKS/n-r}$$

(*JKR = jumlah kuadrat regresi, JKS = jumlah kuadrat sesatan, N = jumlah semua sampel, r = jumlah kelompok sampel*)

JKR dan JKS dapat dihitung dengan rumus:

$$JKR = [X\,]TY$$

$$JKS = YT\,Y - JKR.$$

Selanjutnya jika H0 ditolak, maka model yang diasumsikan tersebut sudah sesuai, namun untuk menentukan apakah model tersebut adalah model yang terbaik, perlu dilakukan uji berikutnya dengan uji hipotesis:

$$H0: =0 \quad vs \quad H1: \neq 0$$

dan statistik yang digunakan adalah :

$$F(M)=\frac{JKM}{JKS/n-r}$$

JKM adalah jumlah kuadrat rata-rata yang dapat dihitung dengan rumus:

$$JKM = n\ \overline{Y}^2$$

Interval konfidensi

Untuk suatu vektor v^T, dapat diperoleh $Var[v^T\beta]$

$$= v^T\, Var[\beta\,]\, v$$
$$= v^T\, Var[GX^TY]\, v$$
$$= v^T\, Var[GX^TY]\, v$$
$$= v^T\, GX^T\, Var[Y]\, X\, G^T\, v$$
$$= v^T\, GX^T\, X\, G^T\, v$$
$$= v^T\, G\, v$$

Selanjutnya berdasarkan asumsi kenormalan, interval konfidens 100(1-α)% untuk $vT\alpha$ adalah:

$$v^T\hat{\beta} \pm t_{n-r,\frac{\alpha}{2}}\sqrt{Var[v^T\hat{\beta}]}$$

$$\Leftrightarrow v^T\hat{\beta} \pm t_{n-r,\frac{\alpha}{2}}\sqrt{v^T G v\hat{\sigma}^2}$$

$$\Leftrightarrow v^T\hat{\beta} \pm \hat{\sigma}\, t_{n-r,\frac{\alpha}{2}}\sqrt{v^T G v}$$

v sebarang vector, G matriks invers tegeneralisir dari (X^TX), β nilai estimasi untuk β dan $\hat{\sigma}$ nilai estimasi untuk σ yang masing-masing dapat dihitung dengan:

$$\hat{\beta} = GX^TY$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{JKS}{n-r}}.$$

Hasil dan Pembahasan

Untuk menganalisis hasil produksi 50 tanaman kopi yang berasal dari tiga jenis tanaman berbeda, diambil sampel 2 tanaman dari jenis I, 3 tanaman dari jenis II dan 2 tanaman dari jenis III dengan hasil seperti pada Tabel 1.

Tabel 1. *Produksi tanaman kopi jenis I, II dan III.*

Sampel	Produksi (dalam kg)		
	Jenis I	Jenis II	Jenis III
1	98	82	40
2	90	88	50
3	-	85	-

Analisis dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Asumsi model. Model yang diasumsikan adalah $Y = X\beta + e$; $e \sim N(0, \sigma^2)$ dan $Y \sim N(X\beta, \sigma^2 I)$, dimana:

$$Y = \begin{bmatrix} 98 \\ 90 \\ 82 \\ 88 \\ 85 \\ 40 \\ 50 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix}$$

dalam hal ini

$$X^TX = \begin{bmatrix} 7 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

dan $[X^TX]^{-1}$ tidak ada, maka untuk mengestimasi parameter β digunakan invers tergeneralisir dari X^TX.

Estimasi terhadap parameter β. Invers tergeneralisir dari X^TX adalah

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}$$

maka diperoleh:

$$\hat{\beta} = GX^TY = \begin{bmatrix} 0 \\ 94 \\ 85 \\ 45 \end{bmatrix}$$

Pengujian model. Apakah model yang telah dipilih berdasarkan asumsi sudah tepat, dilakukan pengujian hipotesis $H0 : X\beta = 0$ vs $H1 : X\beta \neq 0$. Dalam hal ini $X\beta$ dapat dinyatakan dengan $v^T\beta$ dimana $v^T = X$. kemudian dengan mengambil $H = GX^TX$, diperoleh XH

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= X$$

berarti $X\beta$ estimable, jadi hipotesis [illegible] diuji. Dengan menghitung $KR = [X\hat{\beta}$ [illegible] $JKT = Y^T Y = 43497$ dan $JKS = Y^T Y -$ [illegible] diperoleh:

$$F(R) = \frac{JKR/r}{JKS/n-r} = \frac{43497/3}{100/7-3} = 578,$$ [illegible]

Karena $> F_{3,4}; 0.01 = 16,69$ (daerah [illegible] $\alpha = 0,01$), maka tolak. H_0, artinya [illegible] diasumsikan sudah sesuai. Untuk [illegible] apakah model yang sesuai tersebut ada[illegible] yang terbaik, uji berikutnya adalah:

$$H0 : E[\overline{Y}] = 0 \quad vs \quad H_1 : E[\overline{Y}] \neq 0$$

Dari perhitungan $JKM = n\ \overline{Y}^2 = 40581,10$, diperoleh statistik :

$$F(M) = \frac{JKM}{JKS/n-r} = \frac{40581,10}{100/7-3} = 1623,40.$$

Karena $F(M) > F_{1,4}; 0.01 = 21,20$ (daerah kritis untuk $\alpha = 0,01$), maka tolak H_0, artinya model yang diasumsikan tersebut, disamping merupakan model yang sesuai juga merupakan model yang terbaik.

Interval konfidensi. Dengan menggunakan interval konfidensi:

$$v^T\hat{\beta} \pm \hat{\sigma}\, t_{n-r,\frac{\alpha}{2}} \sqrt{v^T G v}$$

beserta nilai-nilai

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} 0 \\ 94 \\ 85 \\ 45 \end{bmatrix},\ \hat{\sigma} = 22.03$$

dan

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix},$$

diperoleh interval konfidensi hasil taraf signifikansi α =0.05 untuk tiap tanaman sebagai berikut:

Tanaman jenis I:

$94 \pm \hat{\sigma}\, t_{4,\ 0.025}\sqrt{v^T G v}$; v^T=[0 1 0 0]

$\Leftrightarrow$ 94 $\pm$ (22,03)(2,776) (1/4)

$\Leftrightarrow$ 94 $\pm$ 15,29

$\Leftrightarrow$ [78.71 , 109.29]

tanaman jenis ini, pada taraf signifikansi 5%, memberi interval konfidensi hasil antara 78,71 kg hingga 109,29 kg.

Tanaman jenis II:

$85 \pm \hat{\sigma}\, t_{4,\ 0.025}\sqrt{v^T G v}$; v^T=[0 0 1 0]

$\Leftrightarrow$ 85 $\pm$ (22,03)(2,776) (1/9)

$\Leftrightarrow$ 85 $\pm$ 6,80

$\Leftrightarrow$ [78.20 , 91.80]

tanaman jenis ini, pada taraf signifikansi 5%, memberikan interval konfidensi hasil antara 78,20 kg hingga 91,80 kg.

Tanaman jenis III:

$45 \pm \hat{\sigma}\, t_{4,\ 0.025}\sqrt{v^T G v}$; v^T=[0 0 0 1]

$\Leftrightarrow$ 45 $\pm$ (22,03)(2,776) (1/4)

$\Leftrightarrow$ 45 $\pm$ 15,29

$\Leftrightarrow$ [29,71 , 60,29]

tanaman jenis ini, pada taraf signifikansi 5%, memeberikan interval konfidensi hasil antara 29,71 kg hingga 60,29 kg.

Dari analisis di atas disimpulkan bahwa tanaman jenis I memberi interval konfidensi hasil yang lebih baik.

Penutup

Model linier yang mencakup analisis regresi, analisis varians dan rancangan percobaan merupakan model statistik yang banyak digunakan para ilmuwan di berbagai bidang. Oleh karenanya untuk memperluas penerapan model linier diperlukan penguasaan teori-teori lain yang terkait. Khusus untuk model linier dengan rank tak penuh, sangat diperlukan teori tentang matriks invers tergeneralisir. Perbedaan yang sangat nyata antara model linier penuh dengan model linier dengan rank tak penuh terletak pada cara mengestimasi perameter β. Pada model linier dengan rank penuh digunakan:

$$\beta = [\, X^T X\,]^{-1} X^T Y$$

sedangkan pada model linier dengan rank tak penuh digunakan

$$\beta = G X^T Y$$

dimana G adalah invers tergeneralisir dari [$X^T X$].

Daftar Pustaka

Bain, L.J., Engelhardt, M. (1992) *Introduction to Probability and Mathematical-Statistics.* (2nd edition). Duxbury Press, Belmont, California

Neter, J., Wasserman, W. (1990) *Applied Linear Statistical Models.* R.D Irwin,Homewod

Rao, C.R., Rao M.B. (1998) *Matrix Algebra and Its Applications to Statistics and Econometrics.* Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

Searle, S.R. (1971) *Linear Models.* New York: Jhon Wiley & Sons

Searle, S. (1982) *Matrix Algebra Useful for Statistics.* New York: Jhon Wiley & Sons

Searle, S.R., Casella G, McCulloch, C.E. (1992), *Variance Components.* New York: Jhon Wiley & Sons

Pangesti, S., Zanzawi, S. (1987) *Model Linear Terapan I.* Jakarta: Karunika.

Volume 33 Nomor I Januari - Juni 2009

Jurnal Sains Indonesia

Media Komunikasi Hasil Penelitian Sains dan Matematika

Gambar sampul depan:
Senyawa b-karoten. (lihat halaman 39)

ISSN 1978-3841

THE Character Building UNIVERSITY