

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf adalah cabang ilmu matematika yang pertama sekali diperkenalkan oleh matematikawan Swiss yang bernama Leonard Euler pada tahun 1736, yaitu saat penyelesaian masalah jembatan Königsberg. Teori graf telah mengalami perkembangan yang begitu bagus. Saat ini banyak masalah yang berkaitan dengan graf yang telah dikaji. Salah satunya adalah dekomposisi graf.

Penerapan dekomposisi graf bukan hanya dalam matematika tetapi telah banyak diterapkan pada berbagai cabang ilmu lainnya yakni biologi, fisika, dan kimia. Banyaknya permasalahan yang menggunakan penerapan dekomposisi graf seperti jaringan listrik, siklus suatu makhluk hidup dan berbagai permasalahan lainnya. (Douglas B. West, 2002).

Ada berbagai macam graf yang telah ditemukan salah satunya adalah graf lobster. Jenis graf yang jarang dibahas adalah graf lobster. Istilah graf lobster digunakan untuk salah satu particular polyamond atau sekelas graf pohon. Graf lobster adalah sejenis graf pohon yang jika semua simpul berderajat 1 dihapus akan menjadi graf caterpillar. Adapun graf caterpillar adalah graf yang diperoleh dengan menambahkan sejumlah simpul luar berderajat satu pada simpul-simpul dari graf lintasan.

Misalkan $G = (V, E)$ sebuah graf terhubung dengan n titik dan m sisi. Jika $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 \dots G_p$ adalah bagian terhubung dari G yang saling lepas, sisi $E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup E(G_3) \cup \dots \cup E(G_p)$ maka dengan itu diperoleh $G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 \dots G_p$ dikatakan dekomposisi dari graf G .

Dekomposisi di bagi menjadi 3 jenis yaitu Dekomposisi Monoton Kontinu (DMK), Dekomposisi Linier (DL) dan Dekomposisi Bintang Linier (DBL).

Sebuah dekomposisi $(G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 \dots G_p)$ dari G dikatakan dekomposisi monoton kontinu (DMK) jika $|E(G_i)| = i$, untuk setiap $i = 1, 2, 3, 4, \dots, p$. Dengan kata lain bahwa jika graf G memiliki dekomposisi G_1 , maka banyak sisi graf G hanya ada 1, jika graf G memiliki dekomposisi (G_1, G_2) maka banyak sisi graf G ada sebanyak 3, yakni berasal dari banyak sisi di $G_1 + G_2 = 1 + 2 = 3$, sehingga diperoleh banyak sisi dari graf G dapat dinotasikan dengan $m = \frac{p(p+1)}{2}$. Dengan m adalah banyaknya sisi graf G .

Sebuah dekomposisi $(G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 \dots G_p)$ dari G dikatakan Dekomposisi Linear (DL) atau Dekomposisi Aritmatika jika $|E(G_i)| = a + (i - 1)d$ untuk setiap $i = 1, 2, 3, \dots, p$ dan $a, d \in \mathbb{Z}$. Dengan aturan baris aritmatika bahwa a sebagai suku pertama dan d sebagai beda maka jumlah titik untuk graf G dapat dinotasikan menjadi $m = \frac{p}{2}[2a + (p - 1)d]$. Dalam dekomposisi linier suatu graf G , a merupakan suatu graf bagian dari graf G yang pertama, konstanta d adalah selisih atau beda dari graf bagian yang berurutan. Sedangkan m adalah banyak sisi dari graf bagian G . Sebuah dekomposisi linier $(G_1, G_3, G_5 \dots, G_{(2p-1)})$ dimana setiap $G_{(2i-1)}$ adalah sebuah graf bintang dikatakan Dekomposisi Bintang Linier (DBL) (Mulaikah, 2014)

Jurnal tentang dekomposisi pertama sekali dibahas oleh Jacobson, M.s., Truscynski, M. and Tuza, Zs., dalam jurnal yang berjudul "*Decompositions of regular bipartite graphs*" (1991) yang membahas tentang dekomposisi isomorfik graf bipartit bisa menjadi pohon dan hutan dan membuktikan bahwa sebuah graf beraturan- r didekomposisikan akan menjadikan pohon dengan banyak sisi r . Setelah itu penelitian tentang dekomposisi pun terus dilanjutkan untuk membuktikan berbagai hal yang menyangkut tentang graf.

Pada tahun 2014 jurnal tentang dekomposisi pada berbagai jenis graf dikembangkan oleh Nur Rahmawati dengan judul "Dekomposisi Graf Sikel, Graf Roda, Graf Gir, dan Graf Persahabatan" yang membahas tentang dekomposisi

pada berbagai jenis graf khusus, yang bisa menjadi berbagai jenis graf yakni dekomposisi graf roda W_n , $n \geq 3$ merupakan $2K_n$ -dekomposisi, graf gir C_n $n \geq 3$ merupakan $3K_2$ -dekomposisi dan graf persahabatan F_n , $n \geq 2$ merupakan C_3 dekomposisi.

Sehingga setiap graf didekomposisikan akan menghasilkan graf baru dan tidak semua graf dapat didekomposisi bintang linierkan oleh karena itu penulis tertarik ingin mendekomposisikan graf lobster secara umum yang bertujuan untuk mendapatkan dan mengetahui jenis graf lobster seperti apa yang dapat di dekomposisi bintang linierkan.

Oleh karena perbedaan jenis graf yang dihasilkan maka penulis akan menunjukkan jenis graf yang akan dihasilkan jika graf lobster didekomposisikan. Sehingga penulis akan membahas Dekomposisi Bintang Linier (BDL) pada graf lobster yang dalam tulisan ini berjudul *Studi Dekomposisi Bintang Linier Graf Lobster*.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Bagaimana menentukan Dekomposisi Bintang Linier (DBL) pada graf lobster secara umum?
2. Graf Lobster seperti apakah yang dapat di dekomposisi bintang linierkan?

1.3 Batasan Masalah

Dalam tulisan ini ada beberapa batasan-batasan yang akan diteliti yakni:

1. Tulisan ini hanya membahas tentang Dekomposisi Bintang Linier (DBL).
2. Tulisan ini hanya membahas tentang graf lobster yang dibagi berdasarkan diameternya.
3. Tulisan ini hanya membahas tentang Dekomposisi Bintang Linier (DBL) pada graf lobster.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, maka tujuan penelitian dalam penulisan ini adalah:

1. Untuk mendapatkan diameter graf Lobster yang dapat di Dekomposisi Bintang Linierkan.
2. Untuk mendapatkan graf lobster seperti apa yang memenuhi Dekomposisi Bintang Linier.

1.5 Manfaat Penelitian

Penulis berharap agar tulisan ini bermanfaat untuk:

- a. Bagi penulis sebagai sarana dan latihan untuk menambah pemahaman dan penguasaan tentang materi yang diambil dalam penulisan ini. Khususnya tentang Dekomposisi Bintang Linier (DBL) pada graf lobster.
- b. Bagi pembaca sebagai bahan kajian bagi yang sedang menempuh mata kuliah yang berhubungan dengan materi ini.