MEMEDIASI ANTARA MATEMATIKA KONKRIT DAN ABSTRAK

(Membantu Siswa Memahami Matematika yang Abstrak)*)

Oleh:

Kms. Muhammad Amin Fauzi)**

Dosen FMIPA Universitas Negeri Medan (Unimed)

Alamat : Jl. Willem Iskandar Pasar 5 Medan Estate medan 20221

Email : amin_fauziupi@yahoo.com

ABSTRAK

Salah satu masalah besar dalam pengajaran matematika adalah pertanyaan mengenai bagaimana mengajar siswa pengetahuan matematika yang abstrak. Dalam pengajaran yang menerapkan pendekatan proses informasi masalah ini biasanya dijawab dengan menyajikan model konkrit untuk membantu siswa menghadapi pengetahuan abstrak. Akan tetapi ternyata kata konkrit itu sendiri sering tidak dimaksudkan atau berarti konkrit yang masuk akal. Pengertian konkrit sering hanya dianggap sebagai sebuah alat bantu belajar yang dapat diraba, .kenyataannya terkadang penggunaan benda manipulatif (alat peraga) justru sering tidak secara sertamerta membantu siswa mencapai pengertian yang mendalam tentang **matematika** itu sendiri. Lebih dari itu, sekalipun suatu penguasaan prosedur yang tertentu dicapai menggunakan alat peraga itu, ternyata aplikasinya nampak seperti meragukan. Ada pendapat bahwa pendekatan manipulatif sering gagal, mungkin walaupun model-model seperti terlihat konkrit akan tetapi konsep matematika yang menempel pada model ternyata tidak cukup konkrit untuk siswa. Atau dengan kata lain, pendekatan menggunakan benda manipulatif melewati apa yang dimaksudkan dengan pengetahuan informal siswa. Jadi sering alat peraga tidak menggambarkan sebagai bentuk pengetahuan awal siswa. Pendekatan alternative dari situasi pengetahuan informal sebagai permualaan awal pengembangan pengetahuan matematika formal.

Keywords ***: Mediating, concrete mathematical and abstract mathematical***

A. PENDAHULUAN

Salah satu karakteristik dari matematika adalah matematika itu bersifat abstrak. Dalam pengajaran yang menerapkan pendekatan proses informasi masalah ini biasanya dijawab dengan menyajikan model konkrit untuk membantu siswa dalam menghadapi pengetahuan abstrak. Akan tetapi ternyata kata konkrit itu sendiri sering tidak dimaksudkan atau berarti konkrit yang masuk akal. Pengertian konkrit sering hanya dianggap sebagai sebuah alat bantu belajar yang dapat diraba (*hand-on*), kenyataannya terkadang penggunaan benda manipulatif (alat peraga) justru sering tidak secara sertamerta membantu siswa mencapai pengertian yang mendalam tentang matematika itu sendiri. Karena tujuan dari pembelajaran adalah member makna (teori belajar Ausubel). Lebih dari itu, sekalipun suatu penguasaan prosedur yang tertentu dicapai menggunakan alat peraga itu, ternyata aplikasinya nampak seperti meragukan. Ada pendapat bahwa pendekatan manipulatif sering gagal, mungkin walaupun model-model seperti terlihat konkrit akan tetapi konsep matematika yang menempel pada model ternyata tidak cukup konkrit untuk siswa. Atau dengan kata lain, pendekatan menggunakan benda manipulatif melewati apa yang dimaksudkan dengan pengetahuan informal siswa. Jadi sering alat peraga tidak menggambarkan sebagai bentuk pengetahuan awal siswa.

Untuk menghadapi kenyataan itu, berikut akan disajikan alternatif pendekatan proses informasi yang dikenal dengan teori khusus yang disebut Pendidikan Matematika Realistik (*Realistic mathematics Education*). Pendekatan ini memediasi antara penjelasan dengan menggunakan benda konkrit dan penguasaan kemampuan abstrak matematika yang diharapkan. Pendekatan ini didasarkan pada model pengembangan diri. Pendekatan ini adalah pendekatan *bottom-up* karena inisiatifnya datang dari siswa dan dibangun oleh siswa dalam menemukan konsep matematika. Hal ini tentu sangat berbeda dengan sifat *top – down* yang ditunjukkan pendekatan belajar yang memanfaatkan benda-benda manipulatif, dimana model diturunkan dari pengetahuan matematika yang abstrak. Tentunya hasil penemuan konsepnya akan cepat lupa. Kedua pendekatan ini selanjutnya akan digambarkan dan dijelaskan pada urutan pembelajaran penyelesaian pembagian cara panjang. Hal ini akan dikontraskan dimana pendekatan realistik memulai masalah dari pengetahuan informal siswa, yang berkonteks lokal yang dapat dilihat atau dirasakan atau dapat dibayangkan oleh siswa, dimana sebaliknya pendekatan *top-down* sering mempercayakan penjelasannya pada ide dari konsep transfer pengetahuan.

B. MASALAH PEMBAGIAN DENGAN ALAT PERAGA

Ada anggapan bahwa penggunaan alat peraga dimaksudkan untuk memanipulasi keadaan nyata dan bahkan sering dianggap sebagai bentuk konkrit dari masalah sebenarnya. Tetapi sebenarnya harus disadari bahwa keadaan nyata sebenarnya lebih kompleks dan kadang keadaan nyata tidak cukup murni untuk belajar matematika (matematisasi), dalam kehidupan sehari-hari suatu keadaan terkadang terlalu banyak variabel pengacaunya. Mendasarkan pada kenyataan inilah kemudian para penganut pendekatan pembelajaran yang menggunakan benda manipulatif mengambil asumsi. Mereka meyakini bahwa penggunaan benda manipulatif telah dianggap tidak mengandung embel-embel yang mengacaukan dalam penjelasan sebuah konsep karena telah disederhanakan.

Alat peraga yang banyak digunakan dalam menjelaskan pembagian cara panjang adalah Blok Dienes. Penggunaan alat peraga blok Dienes didasarkan pada sistem basis 10 dan siswa harus mengenal bekerja dengan sistem ini dengan carap-cara yang sudah ditentukan sebagai berikut,

- Pengubahan bentuk untuk kelompok dari 10 blok untuk susunan blok yang lebih besar dari 10.
- Menulis dan menentukan bilangan blok selalu dalam urutan yang ketat, karena berhubungan dengan meningkatnya nilai (bilangan): ratusan di sebelah kiri puluhan, dan puluhan di sebelah kiri satuan.

Sebenarnya jika dikaji lebih lanjut, maka kepedulian utama dari mengajar menggunakan peraga ini adalah bukan mengenai nilai tempat, tetapi pada menulis algoritma dimana aturan-atauan yang telah ditetapkan mengikuti penulisan bilangan. Misal untuk operasi penjumlahan dan pengurangan siswa harus mulai dengan blok yang lebih kecil: pertama satuan kemudian puluhan dst. Hal ini juga meminta kerja dari kanan ke kiri yang berarti bekerja dari unit satuan, bukankah ini kerja standar prosedur ini seperti halnya bekerja untuk algoritma penjumlahan!

Selanjutnya pembagian dibangun dari ide pembagian yang adil. Selalu dimulai dengan pembagian bilangan-bilangan kecil, misal 84 : 6, peragaannya yaitu seperti membagi 84 blok pada 6 orang. Pertama 80 blok dibagikan pada 6 orang, selanjutnya sisa dari puluhan dibagi lagi digabung dengan yang blok satuan. Biasanya perhitungan dengan sisa tidak dipelajari terlebih dulu. Dan ketika melompat dari blok ke algoritma tertulis (kertas-pensil), prosedur seperti di atas biasanya langsung digantikan dengan membayangkan blok, menggunakan bentuk standar menulis algoritma. Bentuk melompat ini juga dilakukan bila siswa bekerja dengan bilangan yang besar. Pembagian bergerak dari bilangan besar dahulu, yang dibagi biasanya lebih besar dan pembaginya lebih kecil., sedangkan pembagi lebih besar diajarkan kemudian. Ketika yang dibagi adalah bilangan besar, maka penggunaan alat peraga menjadi tidak efektif dilakukan karena tidak memungkinkan lagi. Contoh 1476: 24 pembagian selalu dimaksudkan sebagai membagi sama rata. Padahal dalam nyatanya bisa saja soal ini diganti 1476 botol akan dimasukkan dalam krat (1 krat berisi 24 botol)
Dalam konteks ini baru akan terasa kejanggalan pengajaran menggunakan alat peraga manipulatif.

- Ketika melihat prosedur di atas mengapa 1476 digambarkan dengan alat peraga sedangkan 24 nya tidak? Padahal pada penjumlahan keduanya dinyatakan dengan gambar peraga.
- Dibandingkan dengan strategi lainnya (penjumlahan dan pengurangan) pekerjaan dimulai dengan bilangan kecil dahulu, mengapa pada pembagian operasi dilakukan pada bilangan besar dahulu?
- Jika blok-blok itu merupakan representasi dari keadaan sebenarnya, maka keadaan tidak konsiten akan muncul. Jika 1476 itu botol dan dibagi 24 botol setelah dioperasikan hasilnya ternyata sebagai satuan krat yaitu 61 krat dan bukan botol ?

<u>Temuan Penelitian</u>

- Pendekatan ini ternyata tidak berhasil, karena siswa tidak memperoleh keuntungan lebih mendalam dari pengunaan blok itu.
- Siswa mungkin berhasil ketika bermain dengan alat manipulatif tapi gagal pada pekerjaan algoritma tertulis (*paper-pencil*). Dan walaupun siswa belajar untuk menguasai konsep dan prosedur, akan tetapi mereka kekurangan pengalaman menggunakannya dalam soal aplikasi.
- Konsep matematika yang melekat dalam sebuah representasi didaktik (semisal alat peraga) hanya dikenali oleh anak-anak pintar yang lebih siap memiliki konsep ini yang dikenalinya dalam alat peraga. Bagi siswa umunya itu hanya terlihat sebagai alat peraga. Jadi benda kongkrit yang didalamnya terdapat konsep matematika ternyata tidak tersampaikan.

<u>Pendekatan Baru</u>

Dalam pendekatan realistik masalah kontekstual digunakan sebagai *starting point*. Masalah yang disukai adalah masalah yang memungkinkan beragam prosedur penyelesaian yang beragam dapat dilakukan. Permasalahan yang diterapkan diharapkan mendahului pengajaran pada algoritma yang justru akan dipelajari. Urutan pengajaran pada pembagian dapat dimulai. Misal dengan masalah berikut:

Malam ini 81 orang tua akan diundang ke sekolah anaknya.
Enam orang tua akan ditempatkan pada masing-masing meja
Berapa banyak meja dibutuhkan?

Guru memberikan siswa sebuah isyarat melalui gambar beberapa meja di papan tulis. Ternyata siswa memberikan beberapa alternatif bentuk penyelesaian.

- Beberapa siswa melakukan pengulangan penjumlahan sebagai langkah awal dari perkalian atau ada juga yang menuliskan barisan bilangan..
- Beberapa siswa menggunakan 10 x 6 sebagai langkah awal dan diikuti secara kontinu perkalian atau pengulangan penjumlahan
- Seorang siswa mengetahui bahwa 6 x 6 = 36 dan menggandakannya 12 x 6 = 72

Guru menstimulasi siswa untuk membandingkan penyelesaian mereka. Didapat bahwa banyak sekali siswa yang melompat pada pekerjaan 6 x 10. Dimana hal itu merupakan hal yang paling disukai dan dipahami siswa. Masalah dilanjutkan

Sebuah poci dapat menyajikan tujuh cangkir kopi, setiap orang tua akan mendapatkan secangkir kopi. Berapa poci kopi harus dibuat untuk disuguhkan kepada 81 orang tua.

Dari pelaksanaan penyelesaian soal berikut dapat dicatat bahwa guru tidak pernah meminta siswa untuk menggunakan perkalian 10 pada kedua masalah. Guru berharap bahwa siswa yang melihat keuntungan dan kepercayaannya untuk mengadopsi cara itu pada pekerjaan mereka.
Prosedur yang digunakan di sini untuk memecahkan apa yang pada prinsipnya adalah suatu masalah pembagian dapat diberi arti seperti pencampuran operasi di dalamnya seperti pengurangan dan perkalian, seperti halnya ketika seorang siswa mencoba untuk mendekati yang dibagi sedekat mungkin dengan menambahkan berkali-kali dengan pembagi. Ini adalah fakta bahwa orang sering lebih menyukai cara/strategi mental pembagian.

Contoh lain yaitu pada penggunaan bensin pada kendaraan: 34.09 liter untuk 466,8 km, biasanya orang tidak akan melakukan pembagian 466,8 : 34,09, tetapi biasanya menuliskan 467 : 34. Lalu orang mulai dengan 10 kalinya, yaitu 340 lalu dua kali lipatnya?, tentu saja tidak akan tetapi tetapi 3 kalinya yaitu 340 + 102 = 442 jadi sekitar 13 km/liter kan? Sedangkan sisanya 25 kliter akan kita lihat didekati dengan cara menentukan ½ bagian dari 34 yaitu 17 mungkin sedikit ditambahkan menjadi 0,7 x 34 = 24 jadi estimasi terdekat adalah 13,7 km/liter.
Sesungguhnya algoritma kolom pembagian cara panjang adalah tak lain hanya cara paling singkat untuk melaksanakan pembagian menggunakan perhitungan seberapa sering yang dibagi dapat dikurangi oleh pembaginya. Dalam pengajaran matematik realistik, prosedur standar yang dipikirkan adalah membiarkannya dimulai dengan kegiatan informal. Proses belajar realistik dimulai dalam sebuah situasi dimana model matematika dari pengulangan pengurangan, memberi keuntungan sebagai sebuah kebiasaan yang alami. Bagaimana untuk bilangan yang besar? Berikut contoh masalahnya

Seorang Kapten yang terdampar dengan kapalnya yang memuat 4000 biskuit. Sedangkan anggotanya ada 64. Tiap orang mendapat 3 biskuit sehari, yang berarti akan diperlukan 192 biskuit perhari untuk semua.
Hari keberapakah biskuit itu akan habis?

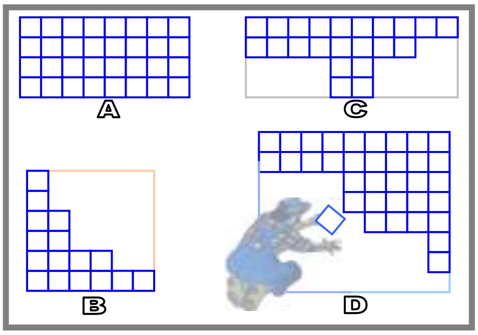
Banyak cara akan dilakukan siswa, setidaknya 3 cara yaitu mengurang terus menerus 4000 dengan 192, ada yanag melipatgandakannya setiap saat dan terakhir ada yang mengalikannya dengan 10. Dan cara terakhir ini yang paling cepat

Tahap-tahap seperti itu pada cara penyelesaian kolom algoritma memberi kesempatan siswa membuat penemuan bagi dirinya sesuai kemampuan, untuk membangun eksperimen pengalaman mereka dan membentuk langkah singkat pada langkah sendiri.

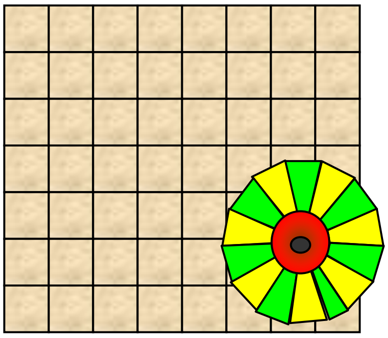
C. PROSES BELAJAR MENGAJAR

Perlu diingat bahwa ketika siswa diminta untuk menyelesaikan masalah dengan cara mereka sendiri. Harus ditekankan bahwa diskusi kelas adalah hal yang sangat penting dalam RME. Diskusi ini dimaksudkan untuk meluruskan, mencukupkan dan mengeffisiensikan pada prosedur penyelesaian dan interpretasi dari sebuah situasi masalah. Dalam konteks ini sosio-konstruktivis harus diperhitungkan tidak hanya sebagai sebuah tugas. Diskusi seluruh kelas dalam RME berbeda dengan beberapa dalam pengajaran martematika biasa. Pada pengajaran matematika, belajar biasanya dimaksudkan untuk melakukan diidentifikasi dengan konjektur dan tantangan. Walaupun hampir sama juga hal itu terjadi di RME tetapi berbeda fokus perhatiannya.

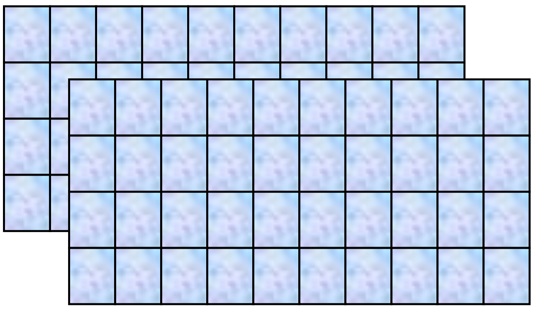
Berikut contoh memediasi matematika informal ke matematika formal, sebagai berikut. Pak Amin adalah seorang tukang ubin. Ia sedang memasang ubin di rumah Pak Imam. Sebagian pekerjaannya belum selesai. Hitunglah banyak ubin pada setiap lantai A, B, C, dan D jika pekerjaan Pak Amin telah selesai ! Bagaimana cara kamu menghitungnya ?



Dilanjutkan dengan hitunglah banyak seluruh ubin A dan ubin B ! Bagaimana cara kamu menghitungnya!



Ubin A



Ubin B

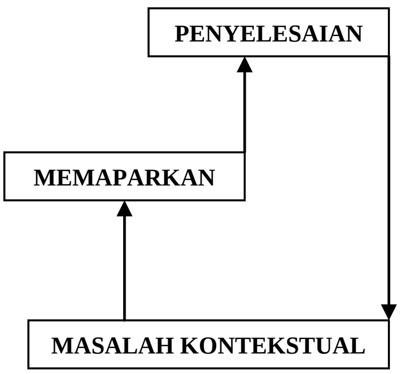
Dari 3 contoh ini siswa diarahkan menemukan konsep luas yaitu panjang kali lebar. Media-media ini tentunya membantu siswa memahami matematika informal ke matematika formal sebagai mediasinya. RME membagi proses diskusi dalam 3 bentuk. Pertama, diskusi sebagian dari seluruh kelas diarahkan pada interpretasi situasi dan mengkondisikannya pada masalah kontekstual. Kedua, bagian ini diskusi difokuskan pada kecukupan dan keefisienan beragam solusi penyelelesaian yang ditemukan siswa. Hal ini di dalamnya dapat dilibatkan perhatian ke arah refkleksi terhadap prosedur penyelesaian dari sisi pandang matematika. Ketiga, diskusi terakhir lebih mendekati atau menyerupai apa yang dipandang pada pengajaran matematika biasa.

Pada RME siswa ditempatkan pada posisi yang sangat berbeda dibandingkan pada pembelajaran biasa. Siswa diminta harus lebih percaya diri, mereka tidak boleh tergantung pada pendapat guru untuk memvalidasi temuannya atau arah dari prosedur penyelesaiannya. Jika masalah dimana siswa tidak dapat menentukan arah dan siswa mulai tidak yakin dengan temuannya, maka guru dapat menggunakan sebuah akltivitas yang disebut ”*Classroom social norms*”. Tetapi ini bukanlah suatu bentuk penegosiasian kembali secara explisit. Dalam keadaan ini siswa harus disadarkan mengenai apa yang diharapkan didalam kelas matematika RME ini, yaitu bahwa mereka tidak diminta cepat-cepat untuk menyelesaikan jawaban mengikuti prosedur yang dinyatakan. Dalam RME mereka punya kewajiban lain yaitu, menjelaskan dan justifikasi penyelesaian mereka dan mencoba memahami penyelesaian orang lain. Dalam hal ini, proses aktivitas akan berakibat pada perubahan peran guru yang asalanya sebagai validator menjadi sebagai seorang pembimbing.

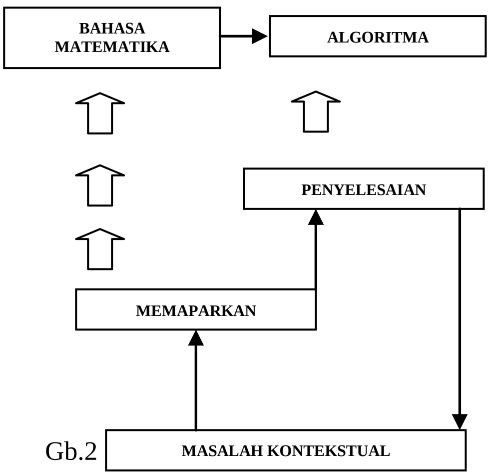
Dalam hal ini guru dalam RME harus memenuhi prinsip-prinsip dalam pengajaran RME, yaitu:

1) ***Guided reinvention*:** Matematika dengan bimbingan guru harus ditemukan sebagaimana matematika itu ditemukan. Agar diperoleh kemungkinan ragam solusi, maka harus ditemaukan masalah kontekstual yang dapat diselesaikan dengan beragam prosedur.

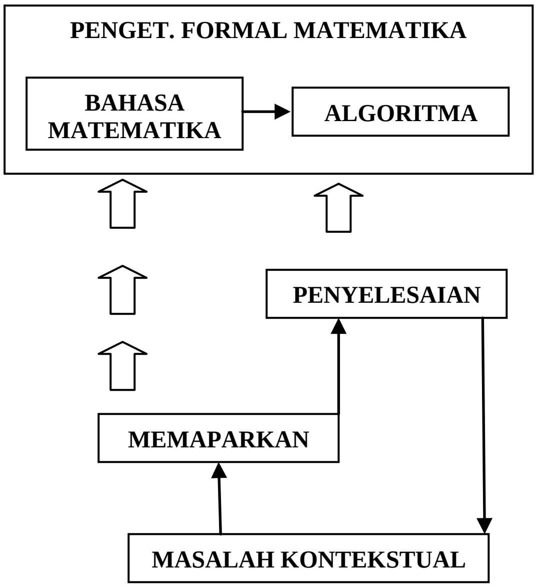
Adapun tahap reinventing mengikuti alur berikut, seperti diperlihatkan dalam urutan 3 gambar berikut.



Gb.1



Gb.2



Gb. 3

Gambar 1 memperlihatkan konsep pendekatan pembelajar RME, dimana pembelajaran dimulai dari dari masalah kontekstual, kemudian siswa diminta memaparkan penyelesainnya sendiri. Setelah itu siswa diminta mengembalikan penyelesaiannyan itu kepada konteks semula untuk dapat menyelesaikan maslah serupa dalam secara lebih formal, yaitu mampu menyelesaikan masalah serupa dengan prosedur yang diuperolehnya.

Pada gambar kedua proses memaparkan dimaksudkan melalui proses untuk menuju ke arah solusi dipertimbangkan tidak saja semata solusi tetapi juga telah menggunakan bahasa matematika yang memadai. Dalam pemaparan itu siswa telah mulai diharapkan menggunakan bahasa matematika dalam menyelesaikan masalahnya. Setelah pemaparan diharapkan mereka juga telah mulai menemukan algoritma yang diharapkan dan seharusnya diperoleh. Guru dalam hal ini berperan dalam meng-*guide* agar siswa mencapai kemampuan algoritma seformal yang dia mampu. Proses ini disebut matematisasi vertikal

Pada gambar ketiga, setelah tahap kedua atau matematisasi vertikal terjadi selanjutnya adalah proses matematika horizontal. Lewat kegiatan kelas berupa aktivitas sosio-konstruktivis diharapkan terjadi negosiasi atas bimbingan guru untuk memperoleh penyelesaian yang paling formal, efektif, dan cukup mengikuti kaidah prinsip matematika yang diharapkan.

2) ***Didactical phenomenology***: materi harus diberikan pada topik yang dapat diteliti dengan 2 alasan: a) materi dan masalah harus telah dapat diantisipasi kemungkinan jawabannya; b) mempertimbangkan pantas atau tidaknya materi sebagai sebuah titik awal menuju matematika lebih lanjut. Jadi pengambilan materi harus dapat mengarah pada penemuan situasi prosedur penyelesaian ke arah vertikal matematika.

Didactical phenomenology atau sebuat saja fenomena mendidik merupakan prinsip RME yang menekankan kepada pentingnya seorang guru memahami apa perannya dalam proses pembelajaran di dalam kelas baik makro atau pun mikro. Seperti telah diungkapkan bahwa dasar dari pengembangan pendekatan RME adalah pada tingkatan mikro didaktif hampir sama dengan Konstruktivisme. Artinya adalah bahwa para guru dituntut memahami cara kerja belajar yang mengedepankan konstruktivis dalam memahami sebuah konsep matematika. Untuk itu guru hendaklah mampu,

a) menjadi perencana (*planer*) dan perancang (*designer*) proses pembelajaran yang akan dilaksanakannya. Hal ini penting apabila para guru tahu bagaimana seorang konstruktivis mengembangkan dan menemukan pengetahuannya maka dia akan membuat perencaan proses belajar sedemikian rupa yang didalamnya terdapat rancangan pemberian pengalaman belajar yang tepat kepada siswanya sehinga peserta didiknya akan sampai pada apa yang diharapkan oleh guru.
b) Yang paling penting lagi dalam upaya agar rencana dan rancangan belajarnya baik dan tepat, adalah bahwa guru harus sudah dapat memprediksi apa yang akan terjadi ketika rencana dan rancangan belajarnya itu diterapkan (*on the table experiment*). Dugaan ini dapat prediksi yang berupa; tingkah laku anak yang mungkin timbul, waktu yang diperlukan untuk menyelesaikan kegiatan, alternatif temuan yang akan diperoleh,

kesulitan-kesulitan yang akan dihadapi anak ketika masalah disajikan, bahkan hingga cara mengevaluasinya.

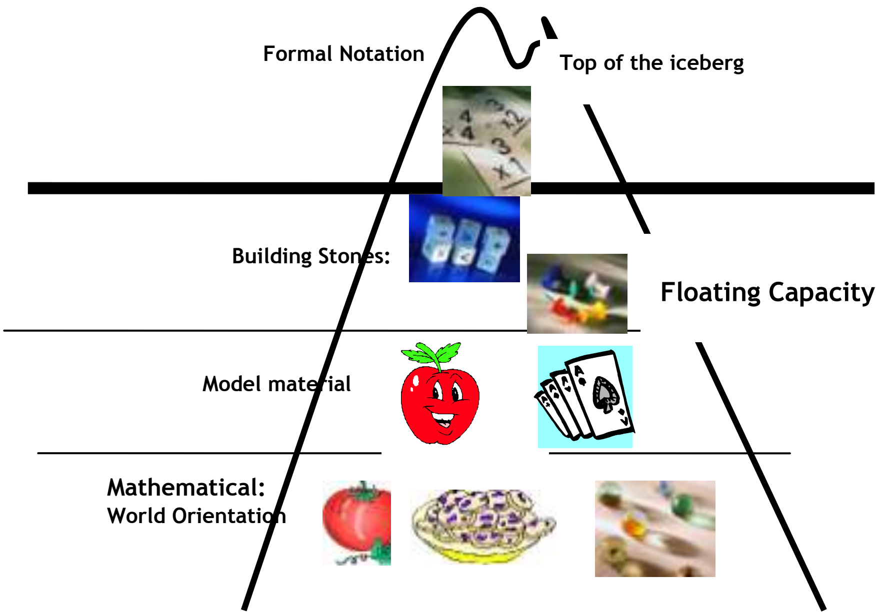
Kesemuanya itu merupakan upaya dalam rangka *learning trajectory* terhadap bagaimana siswa berpikir dalam mengembangkan dan menerima sebuah konsep matematika. Sudah barang tentu, guru juga harus bersiap terhadap beragam kemungkinan yang tidak dapat diprediksinya, atau diluar jangkauannya yang sangat mungkin muncul dari siswa dalam proses pembelajaran itu.

3) ***Self-development Model*:** Suatu prinsip yang menjembatani jurang anatara pengetahuan informal dan formal dalam matematika.

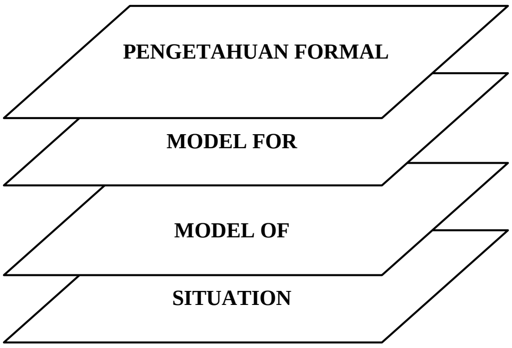
Dalam RME ada sebuah perumpamaan dalam rangka proses pembelajaran matematika di dalam kelas, perumpamaan itu berupa sebuah fenomena yang disebut *iceberg phenomenon* atau fenomena gunung es.

Gambar 4

Berikut penjelasannya. Seperti telah dijelaskan di atas bahwa setiap anak memiliki konsep dan ide matematika (informal) sebagai hasil pengalaman terdahulu, baik melalui intraksi dengan lingkungan maupun sebagai hasil pelajaran sebelumnya. Anak belajar matematika lebih mudah apabila dikaitkan dengan pangalaman dan pengetahuan sebelumnya/terdahulu. Anak sebenarnya tidak bisa dipaksa mengikuti pola pikir orang dewasa. Oleh karena itu guru harus membantu anak membangun dan mengembangkan pengetahuan (informal) matematika mereka sendiri menjadi pengetahuan matematika (formal). Menurut pandangan RME, matematika sulit apabila dipandang sebagai pengetahuan formal yang abstrak. Bagi anak sulit mempelajari matematika apabila kuantitas dalam matematika dinyatakan dengan hubungan formal yang abstrak. Alih-alih anak mengerti, yang sering terjadi adalah miskonsepsi atau miskomunikasi, terutama pada saat siswa masih berada pada level berpikir konkrit (misalnya memandang benda sebagai kumpulan objek yang bisa dihitung), sementara pengajaran di kelasnya sudah berada pada level "hubungan antar bilangan. Misal ketika ditanya: "Berapakah 4 + 4?" Walau anak tahu bahwa jika 4 permen ditambah 4 permen sama dengan 8 permen (dalam hal ini 4 dikaitkan dengan objek yang bisa dihitung), tapi yang dimaksudkan guru 4 adalah bahwa $4 = 2 + 2 = 3 + 1 = 5 – 1 = 8 : 2$ (4 ikaitkan dengan hubungan antar bilangan). Oleh ebab itu, ketika guru mengajar **tentulah akan lebih baik dimulai secara bertahap** dari engetahuan yang diketahui siswa sebagai hasil interaksinya dengan lingkungan, dan di dalam kelas pengetahuan itu secara bertahap ditingkatkan ke arah bentuk yang semi konkrit, lalu beranjak menjadi semi abstrak dan abstrak, seperti dilihat pada gambar di halaman berikut ini. Jadi adalah tidak benar apabila di dalam kelas seorang guru langsung mengajarkan konsep matematika langsung pada bentuk-bentuk angka, karena bentuk angka merupakan bentuk abstraksi dari permasalahan sehari-hari yang membutuhkan pemahaman mendalam sebelumnya mengenai apa sebenarnya konsep matematika itu. Materi matematika yang disajikan dalam bentuk angka merupakan *top of the iceberg*, belum matematika yang sesungguhnya. Matematika yang lebih luas dan besar terendam di bawah permukaan air sebagai gunung es (*floating capacity*). Perhatikan gambar 5 berikut.



Dalam realistik pemodelan dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 6

Penjelasan gambar 6 adalah bahwa RME harusnya dimulai dari situasi masalah yang kontekstual, dan kemudian pembelajaran bergerak perlahan menggunakan peraga manipulatif dan atau masalah kontekstual beragam atau pemberian masalah beragam yang mengandung konsep yang sama yang ingin dikuasai siswa. Hasil awal temuan penyelesaian masalah yang belum formal ini disebut sebagai *model of*.

Model of yang diperbaharui sehingga diperoleh bentuk penyelesaian yang lebih mendekati bentuk matematika yang sesungguhnya dan dapat diaplikasikan dalam masalah yang serupa dikatakan *model for*. Model ini kemudian dilakukan pembahasan atau negosiasi dalam sebuah aktivitas kelas "sosio-konstruktivis" untuk menyepakati bentuk paling efesien dan mencukupi sebagai sebuah bentuk formal matematika.

D. KESIMPULAN.

Demikian penjelasan mengenai pendekatan RME yang dapat memberikan mediasi antara perubahan penjelasan dari konkrit ke abstrak. Harus diakui untuk membuat sebuah pembelajaran seperti di atas diperlukan tingkat kreativitas yang tinggi dari seorang guru. Ini memang menjadikan salah satu tantangan yang paling berat bagi seorang guru ketika akan menyajikan pengajaran yang terbaik bagi siswanya. Untuk itu kerja sama yang baik seharusnya dilakukan bersama dengan dosen-dosen di perguruan tinggi dan para pengembang pendidikan untuk mengaplikasikannya, seperti halnya apa yang dilakukan oleh para ahli pendidikan di Belanda ketika menerbitkan ***Prove*** yaitu dokumen yang merekomendasikan isi matematika yang dipikirkan di SD sebagai panduan bagi proses pembelajaran matematika bagi guru, dan juga bagi pengembang pendidikan seperti pengawas dan kepasa sekolah dan bahkan pejabat dinas pendidikan.

E. DAFTAR PUSTAKA

[1] Gravemeijer, K.P.E. (1994) Developing Realistic Mathematics Education. Doctoral dissertation, Utrecht University (Utrecht: CdBeÁ ta Press).

[2] Gravemeijer, K.P.E. (1999) How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155± 177.

[3] Gravemeijer, K.P.E. and Ruinaard, M. (1995) *Expertise in leren. Over de bevordering van de vakdidactische deskundigheid van docenten in het funderend onderwijs* (Utrecht, The Netherlands: Adviesraad voor het onderwijs).

[4] Gravemeijer, K.P.E., Galen, F.H.J. van,

[5] Boswinkel, J.G.H., & Heuvel-Panhuizen,

[6] M.H.A.M. van den (2004). Semi-informatal routines as alternatives for standard algorithms in primary school. In A. McIntosh & L. Sparrow (Eds.), *Beyond written computation* (pp. 126-136). Perth, Australia: MASTEC, Edith Cowan University.

[7] M. Beishuizen, K.P.E. Gravemeijer, E.C.D.M. van Lieshour (Eds.), *The role of contexts andmodels in the development of mathematics strategies and procedure* (pp. 55-77). Utrecht: CD-B Press / Freudenthal Institute.