

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Matematika sebagai salah satu disiplin ilmu sering disebut sebagai ibu sekaligus pelayan ilmu pengetahuan. Hal itu karena matematika merupakan salah satu ilmu pengetahuan dasar yang merupakan sumber dari ilmu pengetahuan terapan. Sedangkan dikatakan sebagai pelayan karena matematika juga sering dipakai untuk membantu mempermudah penyelesaian permasalahan yang ada di dalam ilmu-ilmu lainnya.

Teori graf merupakan salah satu cabang matematika yang masih menarik untuk dibahas karena teori-teorinya masih aplikatif sampai saat ini dan dapat diterapkan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Dengan mengkaji dan menganalisis model atau rumusan, teori graf dapat diperlihatkan peranan dan kegunaannya dalam memecahkan berbagai permasalahan. Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya.

Salah satu topik dari teori graf adalah tentang pohon. Konsep pohon merupakan konsep yang paling penting karena konsep ini mampu mendukung penerapan graf dalam berbagai ilmu. Kirchoff (1824 – 1887) mengembangkan teori pohon untuk mengembangkan teori pohon untuk diterapkan dalam jaringan listrik. Selanjutnya, Arthur Cayley (1821 – 1895) mengembangkan graf jenis ini sewaktu mencacah isomer hidrokarbon jenuh C_nH_{2n+2} . Sekarang pohon digunakan luas dalam linguistik dan ilmu komputer (Munir, 2007 : 359).

Pohon adalah graf terhubung yang asiklik (tidak memuat siklus). Sebuah pohon selalu terdiri dari n simpul dan $n - 1$ jalur. Pohon yang merupakan subgraf dari suatu graf terhubung G , yang memuat seluruh simpul dari G disebut pohon rentang (*spanning tree*).

Menentukan banyaknya pohon rentang dari suatu graf merupakan masalah tersendiri dalam teori graf. Selama ini dikenal dua algoritma, algoritma Prim dan algoritma Kruskal. Namun kedua algoritma tersebut biasa digunakan

untuk mendapatkan pohon rentang minimal yaitu pohon rentang dari suatu graf yang memiliki bobot, dimana pohon rentang minimal dari graf tersebut adalah pohon rentang dengan jumlah bobot terkecil, bukan untuk mencari berapa banyak atau jumlah dari pohon rentang dari suatu graf.

Dalam mencari jumlah pohon rentang suatu graf, ada dua metode yang digunakan, yaitu *Metode Edge Exchange* dan *Metode Matriks*. Kedua metode ini bisa digunakan dalam mencari jumlah pohon rentang (*spanning tree*) yang terjadi pada graf terhubung baik berarah maupun tak berarah. Kelebihan dari *Metode Edge Exchange* adalah dapat dengan mudah dan praktis dalam menentukan pohon rentang yang terjadi, sedang kelemahannya tidak dapat mengetahui jumlah pohon rentang secara langsung dan tidak menghasilkan bentuk-bentuk mayornya. Sedangkan untuk *Metode Matriks* kelebihanannya adalah dapat menentukan secara langsung jumlah pohon rentang dan dapat diketahui bentuk-bentuk mayornya. Sedang kelemahannya adalah membutuhkan waktu yang lebih lama dan memerlukan ketelitian khusus (Muayyad, 2010:2).

Dalam menentukan pohon rentang dari suatu graf terhubung, biasanya dilakukan dengan cara menghapus/menghilangkan jalur-jalur sehingga graf tersebut tidak lagi mengandung siklus. Maka untuk membentuk pohon rentang dari suatu graf G adalah dengan cara menghapus salah satu atau lebih jalur sehingga graf G tidak lagi memuat siklus.

Menurut penulis, penghitungan dengan cara tersebut untuk menentukan jumlah pohon rentang dari suatu graf memerlukan waktu yang lama, misalnya untuk menentukan banyaknya pohon rentang dari graf roda (W_n) dengan $n > 10$, sehingga perlu digunakan cara atau rumusan baku untuk menentukan banyaknya pohon rentang dari suatu graf.

Ada beberapa masalah dalam teori graf yang bisa lebih mudah diselesaikan apabila graf yang dihadapi direpresentasikan dalam bentuk matriks. Bentuk graf yang dinyatakan dalam suatu matriks kemudian diselesaikan dengan metode-metode yang berlaku pada matriks. Bentuk graf yang dinyatakan dalam suatu matriks kemudian diselesaikan dengan metode-metode yang berlaku pada matriks, sesuai dengan teorema yang sudah ada, yaitu teorema matriks-pohon.

Teorema matriks-pohon ini memiliki kelemahan yaitu tidak dapat digunakan pada graf berbobot sehingga penelitian yang dilakukan bukan penelitian lapangan atau studi kasus tetapi penelitian literatur. Namun, dalam beberapa hal, hasil teorema ini dapat digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Contohnya seperti kasus pasar malam, dimana untuk mencari panjang kabel minimum dari suatu permainan "bianglala" dapat digunakan pola pohon rentang dari graf roda.

Dari penelitian mengenai pohon rentang yang sudah dilakukan adalah menentukan banyaknya pohon rentang pada graf komplit (K_n) dan graf bipartit komplit ($K_{m,n}$).

Maka berdasarkan uraian tersebut penulis bermaksud mengajukan penelitian untuk skripsi ini dengan judul, "**Aplikasi Teorema Matriks-Pohon untuk Mencari Jumlah Pohon Rentang pada Graf Roda (W_n)**".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, maka rumusan masalah dalam penulisan skripsi ini adalah bagaimana bentuk umum jumlah pohon rentang dari graf roda (W_n) dengan aplikasi teorema matriks-pohon?

1.3 Batasan Masalah

Penulis merasa perlu menetapkan batasan masalah dalam penelitian ini, antara lain:

1. Karena banyaknya jenis-jenis graf terhubung, maka penulis hanya meneliti graf roda (W_n) saja dengan menggunakan teorema matriks-pohon.
2. Graf roda (W_n) adalah suatu graf terhubung, dimana $n \in$ bilangan bulat dan dimulai dengan $n \geq 3$ sehingga penulis hanya akan meneliti graf roda dengan $n = 3, 4, 5$ dan 6 kemudian mencari bentuk baku dari rumus jumlah pohon rentang pada graf roda tersebut.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan penelitian skripsi ini adalah menentukan bentuk umum jumlah pohon rentang pada graf roda (W_n) dengan aplikasi teorema matriks-pohon.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penulisan skripsi ini adalah:

1. Bagi peneliti, untuk memperdalam dan mengembangkan wawasan disiplin ilmu yang telah dipelajari untuk mengkaji permasalahan tentang aplikasi teorema matriks-pohon untuk menentukan jumlah pohon rentang pada graf roda (W_n).
2. Bagi pemerhati matematika, sebagai tambahan pengetahuan bidang matematika, khususnya teori graf mengenai aplikasi teorema matriks-pohon untuk menentukan jumlah pohon rentang pada graf roda (W_n).
3. Bagi Universitas Negeri Medan, untuk bahan kepustakaan yang dijadikan sarana pengembangan wawasan keilmuan khususnya di jurusan matematika untuk mata kuliah matematika diskrit.