Penerapan Persamaan Diferensial Logistik pada Pertumbuhan Populasi Penduduk Miskin di Kota Medan

Agum Tumanggor[1], Dewi Efarina Simanjuntak[2*], Flawrena Noviyani Aritonang[3], Georgy Stevan Tarigan[4], Ribka Simarmata[5]
[1,2,3,4,5] Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
*Corresponding Author: simanjuntakdewi112@gmail.com

Abstrak

Artikel ini mencoba menerapkan persamaan diferensial logistik untuk melihat bagaimana perkembangan jumlah penduduk miskin di Kota Medan. Data yang dipakai berasal dari BPS Kota Medan tahun 2022 sampai 2025. Dari data terlihat jumlah penduduk miskin terus menurun, dari 187,74 ribu jiwa pada tahun 2022 menjadi 171,60 ribu jiwa di tahun 2025. Untuk memodelkan penurunan tersebut, digunakan dua pendekatan, yaitu model eksponensial dan model logistik. Model eksponensial menunjukkan penurunan dengan laju tetap sekitar 3% per tahun, sedangkan model logistik lebih realistis karena memperhitungkan adanya batas maksimum (kapasitas *K*). Dari beberapa skenario yang diuji, model dengan *K* = 200.000 dan nilai *k* sekitar −0,31 paling cocok dengan data nyata, karena menampilkan tren penurunan yang stabil tanpa terlalu berlebihan maupun terlalu datar. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa model logistik lebih tepat digunakan untuk menggambarkan dinamika kemiskinan di Kota Medan, dan dapat dijadikan bahan pertimbangan untuk mendukung kebijakan pengentasan kemiskinan.
Kata kunci : model eksponensial, model logistik, persamaan diferensial, kota Medan, penduduk miskin

Abstract

This article attempts to apply the logistic differential equation to examine the development of the number of poor people in Medan City. The data used comes from the Medan City Statistics Agency (BPS) from 2022 to 2025. The data shows a continued decline in the number of poor people, from 187.74 thousand in 2022 to 171.60 thousand in 2025. To model this decline, two approaches were used: the exponential model and the logistic model. The exponential model shows a decline at a constant rate of around 3% per year, while the logistic model is more realistic because it takes into account a maximum limit (capacity K). Of the several scenarios tested, the model with K = 200,000 and a k value of around -0.31 best fits the real data, as it displays a stable downward trend without being too excessive or too flat. The results of this study indicate that the logistic model is more appropriate for describing the dynamics of poverty in Medan City and can be used as a consideration to support poverty alleviation policies.
Keywords *: exponential model, logistic model, differential equation, Medan city, poor population*

Citation: Tumanggor, A., Dkk.. (2025). Penerapan Persamaan Diferensial Logistik pada Pertumbuhan Populasi Penduduk Miskin di Kota Medan. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 474 – 478.

PENDAHULUAN

Kemiskinan merupakan salah satu permasalahan mendasar yang hingga kini masih menjadi tantangan besar bagi pemerintah Indonesia, termasuk di Kota Medan. Sebagai kota metropolitan dan pusat pertumbuhan ekonomi di Sumatera Utara, Kota Medan tidak terlepas dari kompleksitas masalah kemiskinan yang bersifat multidimensi — mencakup aspek ekonomi, sosial, pendidikan, kesehatan, serta ketidakmerataan pembangunan antarwilayah. Menurut Badan Pusat Statistik (BPS), seseorang dikategorikan miskin apabila rata-rata pengeluaran per kapita per bulan berada di bawah garis kemiskinan (Pratiwi et al., 2023). Berbagai penelitian menunjukkan bahwa kemiskinan di Kota Medan dipengaruhi oleh faktor-faktor seperti pertumbuhan ekonomi, tingkat pengangguran, inflasi, pendapatan per kapita, serta Indeks Pembangunan Manusia (IPM) (Ramadhan & Fadlan, 2024; Lubis, 2011). Meskipun angka kemiskinan mengalami tren penurunan dalam dua dekade terakhir, persoalan ini tetap menjadi isu penting dalam kebijakan pembangunan daerah. Berdasarkan data BPS tahun 2024, jumlah penduduk miskin di Kota Medan tercatat sebesar 7,94%, menurun dari tahun sebelumnya, namun kesenjangan sosial dan ketimpangan pendapatan masih terlihat jelas di beberapa kawasan perkotaan (Ramadhan & Fadlan, 2024).

Menurut Agasi (2023), pembangunan ekonomi yang tidak merata menjadi salah satu penyebab utama meningkatnya jumlah keluarga miskin di Medan. Fenomena kemiskinan tidak hanya terkait dengan aspek ekonomi, tetapi juga merupakan cerminan dari ketimpangan sosial dan distribusi sumber daya yang belum optimal. Hal ini diperkuat oleh temuan Lubis (2011) yang menjelaskan bahwa kemiskinan sering kali disebabkan oleh rendahnya tingkat pendidikan, pengangguran, serta keterbatasan akses terhadap layanan publik. Akibatnya, kemiskinan dapat menimbulkan dampak sosial seperti meningkatnya kriminalitas, kecemburuan sosial, dan rendahnya produktivitas masyarakat. Berbagai kebijakan dan program telah dijalankan oleh Pemerintah Kota Medan untuk menekan angka kemiskinan, mulai dari program bantuan sosial, pemberdayaan ekonomi masyarakat, hingga perbaikan infrastruktur dan peningkatan kualitas pendidikan. Namun demikian, hambatan seperti koordinasi antarinstansi yang belum optimal,

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan

inefisiensi birokrasi, serta rendahnya partisipasi masyarakat masih menjadi kendala utama dalam pelaksanaan kebijakan tersebut (Harahap, 2023; Amelia et al., 2025).

Untuk mengkaji persoalan ini secara lebih mendalam dan ilmiah, pendekatan matematika terapan, khususnya persamaan diferensial, dapat digunakan sebagai alat analisis yang objektif. Model matematis berbasis persamaan diferensial logistik memungkinkan peneliti untuk memperkirakan perubahan jumlah penduduk miskin dari waktu ke waktu secara lebih realistis, dengan mempertimbangkan batas maksimum populasi miskin dan laju pertumbuhan yang dinamis (Nuraeni, 2017). Pendekatan ini tidak hanya membantu dalam memahami tren kemiskinan, tetapi juga memberikan dasar kuantitatif bagi perumusan kebijakan yang lebih efektif. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk menerapkan model persamaan diferensial logistik dalam menganalisis pertumbuhan populasi penduduk miskin di Kota Medan berdasarkan data Badan Pusat Statistik (BPS) tahun 2022–2025. Melalui pendekatan ini, diharapkan dapat diperoleh gambaran matematis yang akurat mengenai dinamika kemiskinan, sekaligus memberikan kontribusi nyata terhadap perumusan strategi pengentasan kemiskinan yang berkelanjutan dan berbasis data di Kota Medan.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data tahunan jumlah penduduk miskin di Kota Medan sebagai sumber utama. Data diperoleh dari publikasi resmi BPS Kota Medan, seperti dokumen *"Kota Medan Dalam Angka 2025"*. Data tahunan ini mencakup jumlah penduduk miskin secara absolut atau persentase terhadap total penduduk. Apabila hanya tersedia pada tahun yang bersangkutan. Seluruh data kemudian diurutkan berdasarkan tahun untuk membentuk rangkaian waktu yang kontinu dan disimpan dalam format CSV atau spreadsheet dengan dua kolom utama, yaitu tahun dan jumlah penduduk miskin. Pemodelan matematis dilakukan dengan menggunakan persamaan diferensial biasa (PDB), khususnya model logistic, yang memperhitungkan laju pertumbuhan populasi miskin serta batas maksimum populasi yang realistis. Persamaan logistic dinyatakan sebagai $\frac{dP}{dt} = rP\,(1 - \frac{P}{K})$, di mana $P(t)$ merupakan jumlah penduduk miskin pada tahun ke-t, r adalah laju pertumbuhan tahunan, K adalah kapasitas maksimum populasi miskin, P_0 adalah jumlah penduduk miskin pada tahun awal. Solusi analitik dari persamaan ini diberikan oleh $P(t) = \frac{K}{1+(\frac{K-P0}{P0})e^{-rt}}$, yang digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk miskin pada tahun-tahun berikutnya serta untuk estimasi parameter r dan K berdasarkan data observasi. Sebagai perbandingan, model eksponensial sederhana $\frac{dP}{dt} = rP$ juga diterapkan, yang mengasumsikan pertumbuhan tanpa batas, sehingga dapat dibandingkan dengan logistik yang lebih realistis.

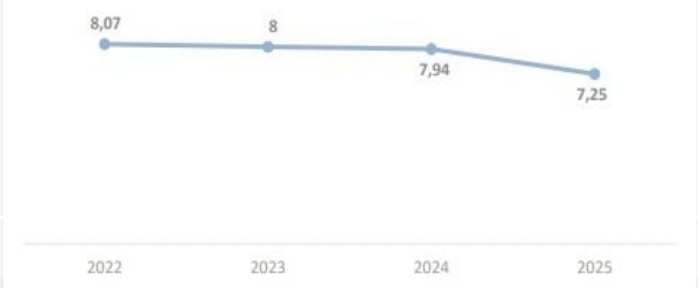
HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam tulisan ini digunakan data sekunder atau data dari Badan Pusat Statistik kota Medan tahun 2022 – 2025 Tabel 1.

Tabel 1. Jumlah Penduduk Miskin Kota Medan (2022–2025)

Tahun	Jumlah (ribu jiwa)	Jumlah (jiwa)
2022	187,74	187.740 jiwa.
2023	187,28	187.280 jiwa.
2024	187,04	187.040 jiwa.
2025	171,60	171.600 jiwa.

Menurut data Susenas Maret 2025, jumlah penduduk miskin di Kota Medan mencapai 171,60 ribu jiwa, atau sekitar 7,25% dari total populasi. Angka ini menunjukkan adanya penurunan jumlah penduduk miskin dibandingkan dengan tahun 2024, yang tercatat sebanyak 187,04 ribu jiwa. Perkembangan tingkat kemiskinan di Kota Medan selama periode 2022 hingga 2025 dapat dilihat pada ilustrasi Gambar 1.



Gambar 1. Persentase Penduduk Miskin Kota Medan Tahun 2022-2025 (%)

Secara keseluruhan, jika melihat data dari tahun 2022 hingga 2025, terlihat adanya tren penurunan jumlah penduduk miskin. Penurunan persentase kemiskinan selama periode tersebut mengindikasikan bahwa dampak Covid-19 terhadap kondisi ekonomi masyarakat Kota Medan sudah semakin berkurang, bahkan mungkin tidak lagi berpengaruh. Penurunan tingkat kemiskinan selama empat tahun terakhir menunjukkan hasil yang cukup positif, serta menandakan bahwa berbagai program pengentasan kemiskinan yang dijalankan selama ini telah berhasil memberikan dampak yang nyata. Selain itu, upaya pemerintah dalam menjaga daya beli masyarakat dari masa pandemi hingga pasca pandemi juga turut berkontribusi signifikan terhadap penurunan angka kemiskinan di Kota Medan.



Gambar 2. Jumlah Penduduk Miskin Kota Medan Tahun 2022 – 2025 (ribu jiwa)

Pembuatan model pertumbuhan populasi di kota Medan didasarkan pada dua pendekatan utama, yaitu model pertumbuhan eksponensial dan model pertumbuhan logistik. Model eksponensial mengasumsikan bahwa populasi bertambah secara terus-menerus dengan laju pertumbuhan konstan tanpa adanya batasan sumber daya. Secara matematis, model ini dirumuskan persamaan 1.

$$\frac{dP}{dt} = rP \rightarrow P(t) = P_0 e^{rt} \quad (1)$$

dengan $P(t)$ menyatakan jumlah penduduk pada waktu t, r adalah laju pertumbuhan, dan P_0 adalah jumlah penduduk pada waktu awal. Pertama, Data awal; (1) $P(2022)$ = 187,740 jiwa; dan (2) $P(2025)$ = 171,600 jiwa, untuk tahun 2022 sebagai t = 0, Maka 2025 adalah t = 3. Kedua, Cari parameter laju pertumbuhan r menggunakan persamaan (1) diperoleh persamaan 2 dan diperoleh r = - 0,02996. Atau sekitar -3% setiap tahun

$$r = \frac{1}{t}\ln\left(\frac{P(t)}{P_0}\right) \quad (2)$$

Langkah selanjutnya langka Ketiga membentuk model $P(t) = 187{,}740e^{-0.02996\,t}$, dengan t = 0 pada tahun 2022. Sehingga prediksi jumlah penduduk tahun 2026 – 2028, berturut-turut 166.522, 161.710, dan 156.870 jiwa. Dalam bentuk grafik berikut diberikan data pertumbuhan penduduk miskin kota Medan dari tahun 2026 - 2028 (gambar 3).



Gambar 3. Grafik pertumbuhan penduduk miskin kota Medan dari tahun 2026 -2028

Selanjutnya untuk penyelesaian model logistik pertumbuhan populasi menggunakan persamaan 3, diman P_0 = 187,740 jiwa (2022), Data terakhir (2025) $P(3)$ = 171,600 jiwa, K_1 = 190,000, K_2 = 200,000 K_3 = 250,000

$$P(t) = \frac{K}{1 + (\frac{K - P0}{P0})e^{-rt}} \quad (3)$$

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan

Untuk menghitung k dari pasangan data (t,$P(t)$) (mis. t = 1 untuk 2023, t = 2 untuk 2024, dll.) kita ubah persamaan menjadi persamaan 4, dengan t = 3, $P(t)$ = 171,600

$$k = \frac{1}{t} ln \frac{\frac{K}{P0} - 1}{\frac{K}{Pt} - 1} \quad (4)$$

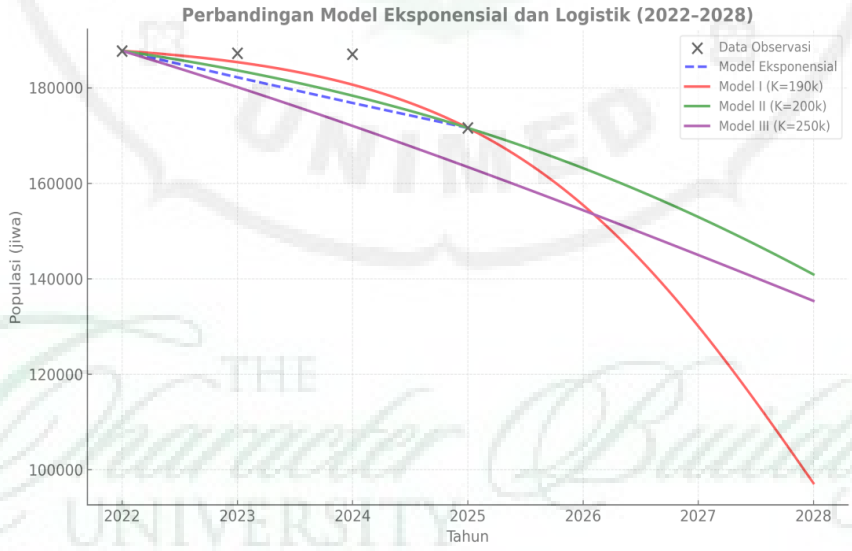
Tabel 2.Model Persamaan dan karakteristiknya

Model	Kapasitas (K)	Perhitungan (k)	Nilai (k)	Persamaan Setiap Model P(t)	Karakteristik
I	190.000	$k = \frac{1}{3} ln \frac{\frac{190.000}{187.740} - 1}{\frac{190.000}{171.600} - 1}$	−0.72896	$\frac{190.000}{1 + 0.01205\, e^{-0.72896}}$	Penurunan sangat cepat
II	200.000	$k = \frac{1}{3} ln \frac{\frac{200.000}{187.740} - 1}{\frac{200.000}{171.600} - 1}$	−0.30998	$\frac{200.000}{1 + 0.06527\, e^{-0.30998}}$	Penurunan sedang
III	250.000	$k = \frac{1}{3} ln \frac{\frac{250.000}{187.740} - 1}{\frac{250.000}{171.600} - 1}$	−0.15625	$\frac{250.000}{1 + 0.033207\, e^{-0.15625}}$	Penurunan lambat

Tabel 3. Hasil Prediksi Populasi (2026 – 2028)

Tahun	t	Model I (K=190k)	Model II (K=200k)	Model III (K=250k)
2022	0	187.740	187.740	187.740
2023	1	185.374	185.917	186.710
2024	2	180.655	182.365	184.070
2025	3	171.600	171.600	171.600
2026	4	155.448	159.820	164.900
2027	5	130.070	147.760	158.190
2028	6	97.182	136.160	151.900

Interpretasi: Model I memprediksi penurunan tajam (karena k = −0.73); Model II moderat dan paling realistis terhadap tren data; Model III cenderung terlalu landai (mirip model eksponensial). Perbandingan Grafik ditunjukkan pada gambar 4 di bawah ini:



Gambar 4. Perbandingan Model Logisitik 2022 – 2028.

Berdasarkan hasil analisis dan visualisasi grafik, model logistik yang paling sesuai untuk menggambarkan dinamika pertumbuhan populasi penduduk miskin di Kota Medan adalah Model II dengan nilai parameter (K = 200.000) dan ($k \approx -0{,}31$). Model ini menunjukkan pola penurunan populasi yang stabil dan realistis terhadap data aktual selama periode 2022–2025. Nilai parameter (k) yang moderat mencerminkan laju penurunan yang wajar dan konsisten, sehingga model ini mampu menyesuaikan diri dengan tren data tanpa memberikan hasil yang terlalu ekstrem. Sebaliknya, Model I dengan (K = 190.000) menghasilkan nilai (k = −0.73) yang terlalu besar secara absolut, sehingga kurva turun sangat tajam dan menyebabkan model mengalami overfitting, yaitu terlalu menyesuaikan diri dengan penurunan mendadak pada tahun 2025. Sementara itu, Model III dengan (K = 250.000) dan (k = −0.16) menunjukkan penurunan yang sangat lambat atau cenderung mendatar, sehingga tidak cukup sensitif terhadap

perubahan nyata pada data, kondisi ini dikenal sebagai underfitting. Grafik hasil pemodelan juga memperlihatkan bahwa model logistik, khususnya Model II, lebih adaptif dibandingkan model eksponensial karena mampu memperhitungkan batas bawah populasi melalui parameter kapasitas *K* . Hal ini menjadikan model logistik lebih realistis dalam menggambarkan fenomena penurunan populasi, terutama ketika pertumbuhan atau penurunan populasi tidak berlangsung secara konstan dari tahun ke tahun.

KESIMPULAN DAN SARAN

Persamaan diferensial memiliki beragam penerapan dalam berbagai bidang. Dalam memperkirakan jumlah populasi, terdapat dua jenis model yang umum digunakan, yaitu model pertumbuhan eksponensial dan model pertumbuhan logistik. Model logistik dianggap lebih akurat dibandingkan model eksponensial karena merupakan pengembangan atau penyempurnaan dari model tersebut. Persamaan umum untuk model pertumbuhan eksponensial dinyatakan sebagai P(t) = $P_0 e^{rt}$, sedangkan bentuk persamaan untuk model pertumbuhan logistik adalah :

$$P(t) = \frac{K}{1+(\frac{K-P_0}{P_0})e^{-rt}}$$

Berdasarkan hasil penelitian, jumlah penduduk miskin di Kota Medan mengalami penurunan dari tahun 2022 sampai 2025. Dari dua pendekatan pemodelan yang dipakai, model logistik lebih sesuai dibandingkan model eksponensial karena bisa menggambarkan kondisi yang lebih realistis. Dari tiga variasi kapasitas (*K*) yang diuji, model dengan *K* = 200.000 dan *k* sekitar −0,31 adalah yang paling pas karena mampu mengikuti tren penurunan jumlah penduduk miskin secara moderat dan stabil. Artinya, model logistik bisa dijadikan salah satu cara untuk memahami pola penurunan kemiskinan di Kota Medan. Penelitian ini masih terbatas pada data tahun 2022–2025 saja. Untuk hasil yang lebih akurat, disarankan menggunakan data dalam rentang waktu yang lebih panjang agar pola yang terbentuk semakin jelas. Selain itu, penelitian berikutnya bisa memasukkan variabel lain, seperti faktor ekonomi, pendidikan, atau kebijakan pemerintah, sehingga model yang dibuat tidak hanya memperhatikan jumlah populasi, tetapi juga penyebab dan faktor yang memengaruhi perubahan tingkat kemiskinan. Dengan begitu, hasil analisis bisa lebih bermanfaat sebagai masukan bagi pemerintah dalam merancang strategi pengentasan kemiskinan di Kota Medan maupun daerah lain.

DAFTAR PUSTAKA

Agasi, F. (2023). *Pembangunan Ekonomi dan Ketimpangan Sosial di Kota Medan*. Medan: Pustaka Utama.

Amelia, R., Sari, M., & Putri, A. (2025). *Evaluasi Program Pengentasan Kemiskinan di Kota Medan*. Jurnal Administrasi Publik, 10(1), 55–67.

Harahap, I. (2023). *Analisis Efektivitas Kebijakan Pemerintah Daerah dalam Mengurangi Angka Kemiskinan*. Jurnal Ekonomi dan Kebijakan Publik, 8(2), 101–113.

Lubis, A. (2011). *Kemiskinan dan Ketimpangan di Sumatera Utara*. Jurnal Ekonomi Pembangunan, 12(2), 135–145.

Nuraeni, L. (2017). *Pemodelan Matematika dengan Persamaan Diferensial untuk Analisis Sosial Ekonomi*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.

Pratiwi, D., Santosa, A., & Wibowo, T. (2023). *Konsep Kemiskinan dan Indikator Pengukuran BPS*. Jurnal Sosial Humaniora, 15(3), 221–230.

Ramadhan, M., & Fadlan, A. (2024). *Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Tingkat Kemiskinan di Kota Medan*. Jurnal Ekonomi dan Pembangunan Daerah, 9(1), 77–89.

Badan Pusat Statistik Kota Medan. (2025). *Kota Medan Dalam Angka 2025*. Medan: BPS Kota Medan.

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan