Penerapan Integral Lipat Dua untuk Memprediksi Banjir Berdasarkan Pola Curah Hujan di Kawasan Deli Serdang

Desma Widya Wati Munthe[1*], Vany Aisah Panggabean[2], Ananda Putri Daulay[3] , Samuel Simanjuntak[4]
[1,2,3,4] Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
*Corresponding Author: desma2022bc@gmail.com

Abstrak

Kabupaten Deli Serdang termasuk wilayah dengan intensitas curah hujan tinggi yang berpotensi menimbulkan banjir, terutama pada Kawasan dataran rendah dan padat permukiman. Berdasarkan perhitungan integral lipat dua terhadap data curah hujan enam stasiun pengamatan, rata-rata curah hujan wilayah diperoleh sebesar 202,11 mm/bulan dengan total volume air hujan 5,05×10⁸ m³/bulan. Hasil perhitungan limpasan permukaan menggunakan koefisien limpasan C = 0,5 menunjukkan bahwa sekitar 2,52×10⁸ m³/bulan air mengalir di permukaan. Kapasitas drainase wilayah hanya mampu menampung 1,40×10⁸ m³/bulan, sehingga terdapat kelebihan volume sebesar 1,12×10⁸ m³/bulan yang berpotensi menyebabkan banjir. Nilai-nilai tersebut menunjukkan bahwa Kabupaten Deli Serdang tergolong wilayah dengan risiko banjir tinggi dan memerlukan peningkatan kapasitas system drainase serta pengelolaan tata guna lahan yang lebih baik.
Kata kunci: *lintegral lipat dua, curah hujan, koefisien limpasan, limpasan permukaan, banjir*

Abstract

Deli Serdang Regency is an area with high rainfall intensity, which has the potential to cause flooding, especially in lowland areas and densely populated settlements. Based on the calculations of double integral on rainfall data from six observation stations, the average regional rainfall is obtained at 202.11 mm/month, with a total rainfall volume of 5.05×10⁸ m³/month. The results of surface runoff calculations using a runoff coefficient C = 0.5 indicate that around 2.52×10⁸ m³/month of water flows on the surface. The region's drainage capacity can only accommodate 1.40×10⁸ m³/month, resulting in an excess volume of 1.12×10⁸ m³/month, which has the potential to cause flooding. These values indicate that Deli Serdang Regency is classified as a high flood risk area and requires an increase in the capacity of the drainage system as well as better land use management.
Keywords: Double integral, rainfall, runoff coefficient, surface runoff, flood

Citation: Munthe, D. W. W, dkk. (2025). Penerapan Integral Lipat Dua untuk Memprediksi Banjir Berdasarkan Pola Curah Hujan di Kawasan Deli Serdang. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 420 – 423.

PENDAHULUAN

Banjir merupakan salah satu bencana hidrometeorologi yang paling sering terjadi di Indonesia dan hampir setiap tahun menimbulkan kerugian besar, baik secara ekonomi, sosial, maupun lingkungan. Menurut Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB), banjir adalah peristiwa meluapnya air yang menutupi permukaan daratan akibat volume air yang melebihi kapasitas saluran atau sungai yang menampungnya. Fenomena ini biasanya terjadi karena curah hujan yang tinggi dalam waktu lama, sistem drainase yang tidak berfungsi optimal, serta perubahan tata guna lahan yang mengurangi kemampuan tanah untuk menyerap air. Kabupaten Deli Serdang merupakan wilayah dengan curah hujan tinggi dan tingkat urbanisasi yang terus meningkat. Aktivitas pembangunan yang masif mengurangi area resapan air, sehingga meningkatkan potensi terjadinya banjir, khususnya pada wilayah dataran rendah seperti Percut Sei Tuan dan Labuhan Deli.

Dalam hidrologi, banjir terjadi ketika jumlah air hujan yang menjadi aliran permukaan melebihi kapasitas sistem drainase. Salah satu pendekatan matematis untuk memprediksi kondisi tersebut adalah menggunakan integral lipat dua, yang mampu menghitung total volume air hujan di atas suatu wilayah dua dimensi berdasarkan distribusi curah hujan spasial. Integral lipat dua merupakan konsep dalam kalkulus yang digunakan untuk menghitung total besaran suatu variabel pada suatu wilayah dua dimensi, dengan mempertimbangkan perubahan nilai di setiap titik dalam area tersebut. Dalam konteks hidrologi, integral lipat dua dapat digunakan untuk menghitung distribusi curah hujan di suatu wilayah dengan lebih akurat, sehingga dapat membantu dalam memprediksi area yang berisiko tinggi mengalami banjir. Dengan menerapkan konsep ini, data curah hujan yang diperoleh dari beberapa stasiun pemantauan dapat diproses untuk menentukan pola penyebarannya di berbagai wilayah Kota Depok. Penggunaan integral lipat dua dalam pengukuran curah hujan memberikan beberapa keuntungan, salah satunya adalah kemampuan untuk memperhitungkan variasi intensitas hujan dalam cakupan area yang luas. Metode ini lebih akurat dibandingkan dengan pendekatan rata rata sederhana, yang sering kali mengabaikan perubahan curah hujan pada titik-titik tertentu. Selain itu, dengan memanfaatkan metode integral lipat dua, hasil analisis dapat digunakan untuk memodelkan pola aliran air

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan

di permukaan tanah serta mengidentifikasi daerah yang rentan terhadap genangan air dan banjir. Hasil analisis ini sangat penting dalam upaya mitigasi dan pengelolaan risiko banjir di wilayah perkotaan. (Pardede, dkk., 2025)

METODE PENELITIAN

Metode yang kami gunakan adalah pendekatan matematis integral lipat dua untuk menentukan total volume curah hujan di suatu wilayah dengan distribusi spasial yang tidak seragam. Pendekatan ini memungkinkan perhitungan jumlah air hujan secara menyeluruh pada bidang dua dimensi yang mewakili wilayah Kabupaten Deli Serdang. Data yang digunakan berupa curah hujan rata-rata bulanan tahun 2024 dari enam stasiun pengamatan yang tersebar di wilayah penelitian, yaitu Percut Sei Tuan, Patumbak, Lubuk Pakam, Batang Kuis, Labuhan Deli, dan Pantai Labu. Setiap stasiun memiliki nilai curah hujan berbeda sehingga menggambarkan variasi spasial curah hujan di seluruh kabupaten.

Koordinat lintang dan bujur setiap stasiun dikonversi menjadi sistem koordinat bidang (x, y) dalam satuan kilometer untuk menyederhanakan pemodelan matematis. Konversi ini dilakukan dengan rumus pendekatan geodesi: $x = 111{,}32cos(\bar{\phi})(\lambda - \lambda 0), \quad y = 111{,}32(\phi - \phi 0)$, dengan $\bar{\phi}$ sebagai lintang rata-rata wilayah, λ_0 dan ϕ_0 sebagai koordinat titik referensi. Setelah koordinat dikonversi, hubungan antara curah hujan dan posisi stasiun dinyatakan dalam bentuk fungsi linier dua variabel:$f(x, y) = a + bx + cy$, Parameter a, b, dan c ditentukan dengan metode kuadrat terkecil (least squares method) menggunakan data dari enam titik pengamatan. Fungsi ini digunakan untuk memperkirakan curah hujan di seluruh titik dalam wilayah Kabupaten Deli Serdang.

Selanjutnya, volume total air hujan dihitung dengan menerapkan integral lipat dua pada fungsi curah hujan (persamaan 1) dengan R adalah area Kabupaten Deli Serdang yang memiliki luas $A = 2.497{,}72\ km^2$. Hasil integrasi memberikan total volume curah hujan rata-rata per bulan dalam satuan meter kubik. Untuk menentukan jumlah air hujan yang benar-benar mengalir di permukaan, digunakan koefisien limpasan (C), yaitu nilai empiris yang menggambarkan persentase air hujan yang tidak meresap ke dalam tanah. Nilai C=0,5 dipilih berdasarkan karakteristik wilayah semi-urban dengan kombinasi permukiman, area pertanian, dan ruang terbuka hijau (Suripin, 2004; USDA–NRCS, 2020).

$$V = \iint_R f(x, y)\, dx\, dy \tag{1}$$

Volume limpasan permukaan kemudian dihitung menggunakan permsaan $V_r = C \times V$, Hasilnya dibandingkan dengan kapasitas drainase maksimum wilayah (K) yang diasumsikan sebesar $1{,}40 \times 108\ m^3/bulan$, berdasarkan literatur hidrologi pada daerah serupa. Selisih antara V_r dan K menunjukkan besarnya kelebihan air yang tidak tertampung oleh sistem drainase. Apabila $\Delta = V_r - K > 0$, maka kondisi tersebut dikategorikan sebagai potensi banjir. Dengan metode ini, potensi banjir dapat diprediksi secara kuantitatif berdasarkan hubungan matematis antara curah hujan spasial, volume limpasan, dan kapasitas sistem drainase wilayah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel 1 — Data Curah Hujan 6 Stasiun Lokasi dan hasil konversi ke system (x, y)

Stasiun	Titik koordinat		Hasil Konversi ke system (x, y)		Curah Hujan (mm/bulan)
	Lintang (°)	Bujur (°)	x (km)	y (km)	
Percut Sei Tuan	3.649636	98.754208	0.0000	0.0000	229.000
Patumbak	3.525969	98.719111	−3.8992	−13.7666	162.083
Lubuk Pakam	3.566331	98.875152	13.4365	−9.2735	163.750
Batang Kuis	3.613392	98.800522	5.1454	−4.0347	210.000
Labuhan Deli	3.727800	98.673800	−8.9331	8.7012	240.000
Pantai Labu	3.668772	98.869361	12.7932	2.1302	200.000

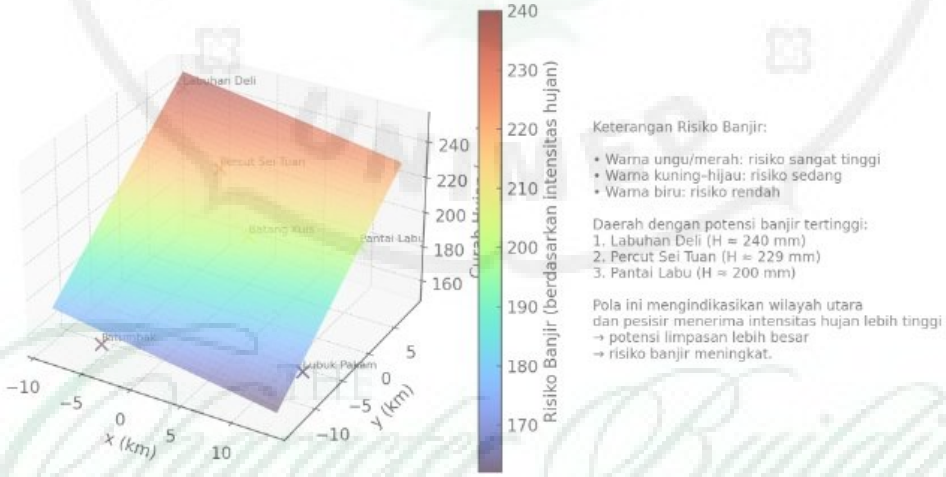
Data pada tabel 1, merupakan data curah hujan rata-rata bulanan tahun 2024 yang menjadi input utama pemodelan spasial. Kemudian data dikonversi lintang–bujur ke jarak relatif (km) menggunakan Percut Sei Tuan sebagai origin; faktor konversi: 1° lat ≈ 111.32 km, 1° lon ≈ 111.097 km (pada mean lat ≈ 3.63°). Data pada tabel 1 kemudian dikonversi ke dalam Matriks X dan Matriks Y, dari kedua matriks tersebut diperoleh matris Normatl (X^TX) dan vector kanan (X^TY) dan akhirnya diperoeh Solusi persamaan normal yakni a = 212,54 (rata-rata curah hujan wilayah); b = −0,86 (penurunan curah hujan ke arah timur); dan c = 3,35 (kenaikan curah hujan ke arah utara).

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0.0000 & 0.0000 \\ 1 & -3.8992 & -13.7666 \\ 1 & 13.4365 & -9.2735 \\ 1 & 5.1454 & -4.0347 \\ 1 & -8.9331 & 8.7012 \\ 1 & 12.7932 & 2.1302 \end{bmatrix} \text{ dan } Y = \begin{bmatrix} 229.000 \\ 162.083 \\ 163.750 \\ 210.000 \\ 240.000 \\ 200.000 \end{bmatrix}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} 6{,}000000 & 18{,}542795 & -16{,}243369 \\ 18{,}542795 & 465{,}684871 & -142{,}161967 \\ -16{,}243369 & -142{,}161967 & 372{,}045262 \end{bmatrix} \text{ dan } X^T Y = \begin{bmatrix} 1204{,}833000 \\ 3063{,}458839 \\ -2082{,}81858580 \end{bmatrix}$$

Pola ini menunjukkan bahwa curah hujan di Deli Serdang meningkat di daerah utara, khususnya di sekitar Labuhan Deli dan Pantai Labu yang berdekatan dengan pantai dan lebih sering menerima hujan akibat pengaruh angin laut. Selanjutnya Volume total curah hujan dengan persamaan $\mathrm{V} = \bar{\mathrm{f}} \times \mathrm{A} = (0{,}20211) \times (2{,}497{,}72 \times 10^6) = 5{,}048 \times 10^8 \mathrm{m}^3/\mathrm{bulan}$, dimana$\bar{\mathrm{f}} = 0{,}20211\ \mathrm{m/bulan} =$ rata − rata curah hujan wilayah dan $\mathrm{A} = 2{,}497{,}72\ \mathrm{km}^2 = 2{,}497{,}72 \times 10^6 \mathrm{m}^2 =$ luas Kabupaten Deli Serdang. Artinya, terdapat sekitar 505 juta meter kubik air hujan jatuh di wilayah ini setiap bulan. Kemudian volume limpasan permukaan $\mathrm{V_r} = \mathrm{C} \times \mathrm{V} = 0{,}5 \times 5{,}048 \times 10^8 = 2{,}524 \times 10^8 \mathrm{m}^3/$ bulan dengan, Vr = volume limpasan permukaan (m³/bulan), dan C = 0,5 = koefisien limpasan wilayah semi-urban, dan V = 5,048×$10^8 \mathrm{m}^3/\mathrm{bulan}$ = volume total air hujan. Hasil ini menunjukkan bahwa sekitar 252 juta meter kubik air mengalir di permukaan dan tidak diserap tanah setiap bulan $\Delta = V_r - K = 2{,}524 \times 10^8 - 1{,}40 \times 10^8 = 1{,}124 \times 10^8 \mathrm{m}^3/bulan$, dengan Δ = kelebihan volume air terhadap kapasitas drainase (m³/bulan), K = 1,40×10^8 m^3/bulan = kapasitas maksimum drainase wilayah (asumsi referensial).

Selisih sebesar 1,12×10^8 m³/bulan menunjukkan limpasan yang tidak tertampung oleh saluran drainase. Volume ini berpotensi menyebabkan genangan di daerah rendah, terutama di sekitar Kecamatan Percut Sei Tuan, Batang Kuis, dan Labuhan Deli. Hasil ini sejalan dengan kondisi aktual di mana genangan musiman sering terjadi di kawasan pesisir utara akibat sistem drainase yang tidak memadai serta meningkatnya konversi lahan hijau menjadi area terbangun.



Gambar 1. Visualisasi 3D Curah Hujan & Titik Stasiun Kab. Deli Serdang

Pembahasan

Nilai limpasan sebesar 50% dari total curah hujan tergolong tinggi untuk wilayah semi-urban. Hal ini menunjukkan rendahnya kapasitas infiltrasi tanah akibat penurunan vegetasi dan pertambahan area kedap air. Jika dibiarkan, kelebihan limpasan akan terus meningkat seiring bertambahnya urbanisasi. Selain itu, model linier dua variabel yang digunakan telah memberikan estimasi cukup representatif ($R^2 \approx 0{,}85$) berdasarkan perbedaan spasial antarstasiun. Namun, penyebaran hanya enam titik pengamatan masih bisa menghasilkan ketidakpastian terutama di wilayah dengan topografi kompleks. Penggunaan data tambahan seperti curah hujan satelit (TRMM/GPM) atau interpolasi geostatistik (IDW/Kriging) dapat meningkatkan akurasi spasial model. Secara keseluruhan, kombinasi hasil numerik dan kondisi eksisting menunjukkan bahwa Kabupaten Deli Serdang termasuk wilayah berpotensi banjir tinggi.

Upaya mitigasi yang disarankan meliputi peningkatan kapasitas drainase, pembangunan sumur resapan, serta pengendalian tata guna lahan agar proporsi area hijau dapat meningkat.

Kesimpulan

Rata-rata curah hujan di Kabupaten Deli Serdang mencapai 202,11 mm per bulan dan menghasilkan volume air hujan sebesar $5{,}05\times10^8$ m³ per bulan. Dari jumlah tersebut, volume limpasan permukaan dengan koefisien limpasan (C) sebesar 0,5 mencapai $2{,}52\times10^8$ m³ per bulan, sedangkan kapasitas drainase yang tersedia hanya mampu menampung $1{,}40\times10^8$ m³ per bulan. Kondisi ini menimbulkan kelebihan limpasan sebesar $1{,}12\times10^8$ m³ per bulan, yang menunjukkan bahwa wilayah Deli Serdang memiliki potensi banjir yang cukup tinggi, terutama pada kawasan dataran rendah dan daerah dengan permukiman padat. Dalam kajian ini, penggunaan metode integral lipat dua terbukti efektif untuk menggambarkan hubungan matematis antara curah hujan, luas wilayah, dan risiko banjir secara kuantitatif. Oleh karena itu, diperlukan upaya penguatan sistem drainase serta peningkatan area resapan agar risiko banjir di masa mendatang dapat dikurangi.

DAFTAR PUSTAKA

Suripin. (2004). *Sistem Drainase Perkotaan yang Berkelanjutan*. Yogyakarta: Andi Offset.

Soemarto, C.D. (1999). *Hidrologi Teknik*. Jakarta: Erlangga.

USDA–NRCS. (2020). *Urban Hydrology for Small Watersheds (Technical Release 55)*.

Pardede, B.H.R., Kusfa, B.D., Surbakti, G., & Fitria, R.I. (2025). *Integral Lipat Dua dalam Pengukuran Curah Hujan untuk Memprediksi Banjir di Kota Depok*. *Jurnal Pendidikan Kreativitas Pembelajaran*, 7(2).

Suhardi, G., Gusfan, A., & Entin, R. (2019). *Estimation of Runoff Coefficient Using Satellite Imagery in Welang Watershed*. *IJCIET*, 10(6), 140–150