Model Optimasi Sistem Pertanian Padi-Jagung Menggunakan Program Linear

Mhd Ghazy Arkan
Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
*Corresponding Author: mhdghazyarkan@mhs.unimed.ac.id

Abstrak

Keterbatasan sumber daya seperti lahan dan modal menjadi tantangan utama bagi petani di Kawasan Danau Toba dalam memaksimalkan keuntungan. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan alokasi lahan optimal antara tanaman padi dan jagung menggunakan metode Program Linear. Data sekunder mengenai biaya produksi dan pendapatan petani diekstraksi dari penelitian Nainggolan dkk. (2023) untuk membangun model matematis yang realistis. Model ini mengintegrasikan kendala ketersediaan lahan total yang dimiliki oleh petani yaitu $0{,}212\ ha$, dan modal $Rp\ 1.360.858$, serta kebijakan diversifikasi berupa alokasi lahan minimum untuk setiap tanaman. Hasil optimasi menunjukkan bahwa alokasi lahan optimal adalah $0{,}2020\ ha$ untuk padi dan $0{,}0100\ ha$ untuk jagung. Kombinasi ini menghasilkan keuntungan maksimal sebesar $Rp\ 5.599.057{,}84$, yang merepresentasikan potensi peningkatan pendapatan sebesar $18{,}5\%$ dibandingkan dengan alokasi rata-rata petani saat ini. Analisis lebih lanjut mengidentifikasi bahwa lahan merupakan faktor pembatas utama (binding constraint), bukan ketersediaan modal. Hasil ini memberikan rekomendasi strategis berbasis data bagi petani untuk meningkatkan profitabilitas usaha tani secara signifikan

Kata kunci: Optimasi, Program Linear, Alokasi Lahan, Keuntungan Petani, Danau Toba

Abstract

Resource constraints, such as land and capital, pose a primary challenge to farmers in the Lake Toba Region in their efforts to maximize profit. This study aims to determine the optimal land allocation between rice and corn using the Linear Programming method. Secondary data on production costs and farmer revenue were extracted from a study by Nainggolan et al. (2023) to construct a realistic mathematical model. The model integrates constraints of total available land (0.212 ha) and capital (IDR 1,360,858), along with a diversification policy requiring a minimum land allocation for each crop. The optimization results indicate that the optimal land allocation is 0.2020 ha for rice and 0.0100 ha for corn. This combination yields a maximum profit of IDR 5,599,057.84, representing a potential income increase of 18.5% compared to the current average farmer's allocation. Further analysis identifies land as the primary limiting factor (binding constraint), rather than capital availability. These results provide data-driven strategic recommendations for farmers to significantly improve their farming profitability.

Keywords: Optimization, Linear Programming, Land Allocation, Farmer's Profit, Lake Toba

Citation: Arkan, M. G. (2025). Model Optimasi Sistem Pertanian Padi-Jagung Menggunakan Program Linear. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 626 – 632.

PENDAHULUAN

Pertanian merupakan salah satu kegiatan dalam memenuhi dan mencukupi kebutuhan pangan. Kegiatan pertanian dapat dilakukan oleh petani dan pekebun yang memiliki tugas untuk membajak, memberikan pupuk dan mengairi lahan pertanian, menghalau adanya hama, memantau kebutuhan air untuk tanaman serta mengatur tingkat kesuburan pada tanah (Rouf & Agustiono, 2021). Sektor pertanian adalah salah satu sumber kehidupan bagi sebagian dari penduduk di Indonesia dan dapat memberikan kontribusi terhadap perekonomian daerah (Martuali & Astuti, 2021). Sektor pertanian di Indonesia telah menjadi sumber mata pencaharian bagi lebih dari 32 juta jiwa penduduk dan telah memberikan sumbangan sebesar 8,39% dari total Produk Domestik Bruto (PDB) Indonesia pada tahun 2016. Pemanfaatan sumber daya alam seperti tanah memungkinkan kegiatan pertanian menghasilkan produk-produk yang esensial bagi kehidupan sehari-hari (Asir, et al., 2022). Dengan peran sektor pertanian terhadap perekonomian Indonesia yang besar, maka sektor tersebut perlu dikembangkan melalui pembangunan yang berwawasan lingkungan agar bersifat berkelanjutan pada masa mendatang *(Yuriansyah, et al., 2020)*.

Sebagai tulang punggung ketahanan pangan nasional, tanaman padi (Oryza sativa) menjadi fokus utama dalam upaya peningkatan produktivitas tersebut (Siregar, 2023). Selain padi, tanaman jagung juga memegang peranan esensial sebagai komoditas pangan dan pakan ternak di Indonesia. Jagung tidak hanya menjadi bahan pangan alternatif setelah padi, tetapi pengembangannya dalam skala besar juga terbukti mampu meningkatkan perekonomian petani dan daerah (Nurnawati, Syarifuddin, & Samsu, 2022). Kawasan Danau Toba di Kabupaten Toba Samosir merupakan salah satu wilayah agraris vital di Sumatera Utara. Menurut Nainggolan dkk., (2023), sebagian besar masyarakat di kawasan ini menggantungkan hidupnya pada sektor pertanian, dengan padi dan jagung menjadi dua komoditas utama yang dibudidayakan. Namun, data menunjukkan bahwa produksi usaha tani di wilayah ini cenderung fluktuatif, yang

berdampak langsung pada ketidakpastian pendapatan dan tingginya tingkat kemiskinan di kalangan petani. Kondisi ini menegaskan adanya tantangan fundamental dalam pengelolaan sumber daya pertanian.

Permasalahan utama yang dihadapi petani di Kawasan Danau Toba, sebagaimana tercermin dalam data penelitian, adalah alokasi sumber daya yang terbatas untuk mencapai keuntungan maksimal. Petani dihadapkan pada keputusan kritis setiap musim tanam: berapa luas lahan yang harus dialokasikan untuk padi dan berapa untuk jagung, dengan mempertimbangkan keterbatasan lahan yang dimiliki dan modal (biaya produksi) yang tersedia. Alokasi yang keliru dapat menyebabkan pendapatan yang tidak optimal, pemborosan sumber daya, dan kegagalan meningkatkan taraf hidup. Oleh karena itu, diperlukan sebuah pendekatan kuantitatif untuk membantu petani membuat keputusan yang lebih strategis dan berbasis data. Untuk menjawab tantangan tersebut, penelitian ini menerapkan metode pemrograman linear *(Linear Programming)*. *Linear Programming* adalah teknik optimasi matematis yang terbukti efektif untuk menyelesaikan masalah alokasi sumber daya yang terbatas. Pendekatan ini memungkinkan kita untuk merumuskan masalah keputusan petani ke dalam sebuah model matematis yang terdiri dari fungsi tujuan (memaksimalkan keuntungan) dan serangkaian fungsi kendala (batasan lahan dan modal). Model optimasi sederhana seringkali menghasilkan solusi ekstrem "semua atau tidak sama sekali" (monokultur), yang merekomendasikan penanaman satu jenis tanaman saja. Namun, dalam praktiknya, petani sering melakukan diversifikasi untuk mitigasi risiko dan pemenuhan kebutuhan.

Penelitian ini secara spesifik bertujuan untuk mengatasi dilema antara maksimisasi keuntungan murni dan praktik pertanian yang lebih realistis. Berbeda dari pendekatan umum, penelitian ini tidak hanya mencari keuntungan setinggi-tingginya, tetapi juga mengintegrasikan kendala alokasi minimum untuk setiap tanaman. Kendala ini merepresentasikan kebijakan diversifikasi atau preferensi petani untuk tidak bergantung pada satu komoditas saja, sehingga memastikan kedua tanaman (padi dan jagung) tetap dibudidayakan. Analisis dilakukan menggunakan data riil terbaru mengenai biaya produksi dan pendapatan per hektar untuk padi dan jagung di Kawasan Danau Toba, yang diekstraksi dari penelitian Nainggolan dkk. (2023). Berbagai pendekatan sebelumnya telah mengkaji penerapan model matematis khususnya pemrograman linear untuk membantu petani dalam meningkatkan efisiensi produksi. Metode ini telah diterapkan pada beberapa penelitian sebelumnya seperti penelitian oleh Cahyani dkk., 2025 membahas permasalahan optimasi pada pertanian padi dan jagung di desa Bajo menggunakan program linear dalam upaya meningkatkan keuntungan petani dalam keterbatasan sumber daya yang dimiliki seperti lahan, pupuk dan tenaga kerja. Penelitian selanjutnya oleh Septyana dkk., membangun model optimasi pola tanam di daerah irigasi rambut menggunakan program linear pada tanaman padi, tebu dan palawija untuk mengoptimalkan ketersediaan air yang ada dan dapat menyusun pola tanam yang tepat serta meningkatkan keuntungan hasil pertanian yang maksimal. Dan penelitian oleh Suhardono., 2011 mengkaji perencanaan optimasi lahan pertanian menggunakan program linier dengan tujuan memaksimalkan keuntungan total dan pembatasan ketersediaan air dan luas lahan.

Oleh karena itu, tujuan dari penelitian ini adalah untuk: (1) Merumuskan model pemrograman linear untuk memaksimalkan keuntungan petani padi dan jagung berdasarkan data produksi, biaya, dan pendapatan riil di Kawasan Danau Toba; (2) Menentukan kombinasi alokasi lahan optimal antara tanaman padi dan jagung yang dapat memberikan keuntungan tertinggi dengan mempertimbangkan kendala ketersediaan lahan dan modal.; dan (3) Menganalisis dampak penerapan kebijakan diversifikasi (alokasi lahan minimum) terhadap kombinasi tanam optimal dan total keuntungan yang dapat dicapai petani.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan menerapkan metode optimasi program linear (Linear Programming). Studi kasus difokuskan pada perencanaan alokasi lahan untuk seorang petani representatif yang melakukan usaha pertanian tanaman padi dan jagung di Kawasan Danau Toba, Kabupaten Toba Samosir, Sumatera Utara. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder. Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diekstraksi dari publikasi ilmiah berjudul "Pendapatan dan Tingkat Kemiskinan Petani di Kawasan Danau Toba, Kabupaten Toba Samosir, Sumatera Utara" oleh Nainggolan dkk. (2023). Data utama yang diambil dari Tabel 6 jurnal tersebut meliputi; Rata-rata luas lahan yang diusahakan untuk padi ($0{,}158\ ha$) dan jagung ($0{,}054\ ha$); dan Rata-rata penerimaan (pendapatan kotor) dan total biaya produksi untuk masing-masing komoditas. Data tersebut kemudian diolah untuk menghitung parameter kunci yang digunakan dalam model optimasi, yaitu; Keuntungan bersih per hektar untuk padi dan jagung; Biaya produksi per hektar untuk padi dan jagung; Total

ketersediaan lahan ($0{,}212\ ha$) dan total ketersediaan modal ($Rp\ 1.360.858$) yang diasumsikan berdasarkan rata-rata kondisi petani di lokasi studi.

Penelitian ini dilaksanakan melalui tiga tahapan utama, diawalai dengan memformulasikan model matematika, masalah alokasi lahan diformulasikan ke dalam model program linear yang terdiri dari variabel keputusan, fungsi tujuan, dan fungsi kendala. Variabel Keputusan terdiri dari $x_1 =$ Luas lahan (Ha) yang akan ditanami Padi; dan $x_2 =$ Luas lahan (Ha) yang akan ditanami Jagung. Kemudian Fungsi Tujuan (Maksimisasi Keuntungan), fungsi ini dirancang untuk memaksimalkan total keuntungan bersih (Z) dari kedua komoditas $\max z = 27.346.810\ x_1 + 7.500.222\ x_2$. Selanjutnya fungsi kendala; kendala Lahan: Total lahan yang ditanami tidak boleh melebihi total lahan yang tersedia ($x_1 + x_2 = 0{,}212$); kendala modal: Total biaya produksi tidak boleh melebihi total modal yang dimiliki ($4.805.089\ x_1 + 11.141.741\ x_2 \leq 1.360.858$); dan kendala alokasi minimum ($x^1 \geq 0{,}01, x^2 \geq 0{,}01$)

Kemudian model program linear yang telah diformulasikan diselesaikan secara numerik menggunakan perangkat lunak MATLAB dengan fungsi linprog dari *Optimization Toolbox*. Fungsi ini digunakan untuk mencari nilai x_1 dan x_2 yang dapat memaksimalkan fungsi tujuan Z tanpa melanggar satupun fungsi kendala yang telah ditetapkan. Output dari penyelesaian model dianalisis secara deskriptif. Analisis berfokus pada; mengidentifikasi kombinasi alokasi lahan optimal (nilai x_1 dan x_2) antara padi dan jagung; menghitung nilai keuntungan maksimal yang dapat dicapai petani di bawah skenario optimal; menginterpretasikan hasil untuk memberikan rekomendasi praktis mengenai strategi tanam yang paling menguntungkan bagi petani di Kawasan Danau Toba berdasarkan keterbatasan sumber daya yang ada.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis komprehensif terhadap hasil optimasi alokasi lahan untuk petani di Kawasan Danau Toba. Pembahasan berfokus pada interpretasi solusi numerik yang dihasilkan oleh model program linear, analisis faktor-faktor pembatas (kendala) yang paling berpengaruh, serta implikasi praktis dari temuan penelitian ini bagi peningkatan keuntungan petani. model optimasi dibangun berdasarkan data riil yang diolah dari penelitian Nainggolan dkk. (2023). Parameter ekonomi kunci, yaitu keuntungan bersih dan biaya produksi per hektar, serta batasan sumber daya yang dihadapi petani, disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Parameter Ekonomi Model (Nainggolan dkk., 2023)

No	Parameter	Padi	Jagung	Satuan
1	Keuntungan Bersih	27.346.810	7.500.222	Rp/ha
2	Biaya Produksi	4.805.089	11.141.741	Rp/ha

Tabel 2. Sumber Daya yang Digunakan (Nainggolan dkk., 2023)

No	Sumber Daya	Ketersediaan Per Musim	Satuan
1	Lahan	0,212	ha
2	Total Modal	1.360.858	Rp
3	Alokasi Minimum Tanaman Padi	0,01	ha
4	Alokasi Minimum Tanaman Jagung	0,01	ha

Model matematis dirancang untuk memformulasikan masalah alokasi sumber daya yang dihadapi petani ke dalam kerangka kerja program linear. Model ini terdiri dari variabel keputusan, fungsi tujuan yang akan dimaksimalkan, dan serangkaian fungsi kendala yang merepresentasikan batasan di dunia nyata. Dengan variabel keputusan sebagai berikut: Variabel keputusan adalah kuantitas yang ingin ditentukan oleh model. Dalam penelitian ini, variabel keputusan merepresentasikan luas lahan yang akan dialokasikan untuk setiap komoditas dalam satu periode tanam; $x_1 =$ Luas lahan (ha) yang akan ditanami Padi pada Musim Tanam 1; dan $x_2 =$ Luas lahan (ha) yang akan ditanami Jagung pada Musim Tanam 1. Tujuan utama model adalah untuk memaksimalkan total keuntungan bersih (Z) yang diperoleh petani. Fungsi tujuan ini merupakan penjumlahan dari keuntungan yang dihasilkan oleh setiap aktivitas tanam (luas lahan dikalikan keuntungan bersih per hektar). Berdasarkan data keuntungan bersih yang telah diolah, fungsi tujuan diformulasikan sebagai $\max z = 27.346.810\ x_1 + 7.500.222\ x_2$, dimana: koefisien $27.346.810$ adalah keuntungan bersih per hektar dari penanaman Padi (Rp/Ha) dan koefisien $7.500.222$ adalah keuntungan bersih per hektar dari penanaman Jagung (Rp/Ha).

Solusi optimal dibatasi oleh serangkaian kendala matematis yang mencerminkan keterbatasan sumber daya dan kebijakan strategis. Pada optimasi ini terdapat 4 (empat) fungsi kendala yaitu ketersediaan lahan, ketersediaan modal, diversifikasi, dan kendala non-negatif. Secara eksplisit, kendala-kendala tersebut diantaranya kendala ketersediaan lahan ($x_1 + x_2 = 0{,}212$); kendala ketersediaan modal ($4.805.089\ x_1 + 11.141.741\ x_2 \leq 1.360.858$); dan

kendala diversifikasi ($0{,}01 \leq x_1$ dan $0{,}01 \leq x_2$); dan Kendala Non-Negatif ($x_i > 0; untuk\ i = 1{,}2$). Proses optimasi pada penelitian ini menggunakan *software* Matlab untuk mencari solusi optimal dari setiap variabel keputusan yaitu luas lahan yang optimal untuk tanaman padi dan jagung yang akan menghasilkan keuntungan yang maksimal dari kombinasi tanaman padi dan jagung tersebut. Adapun hasil optimasi menggunakan Matlab sebagai berikut:

Tabel 3. Alokasi Lahan Optimal Musim Tanam 1

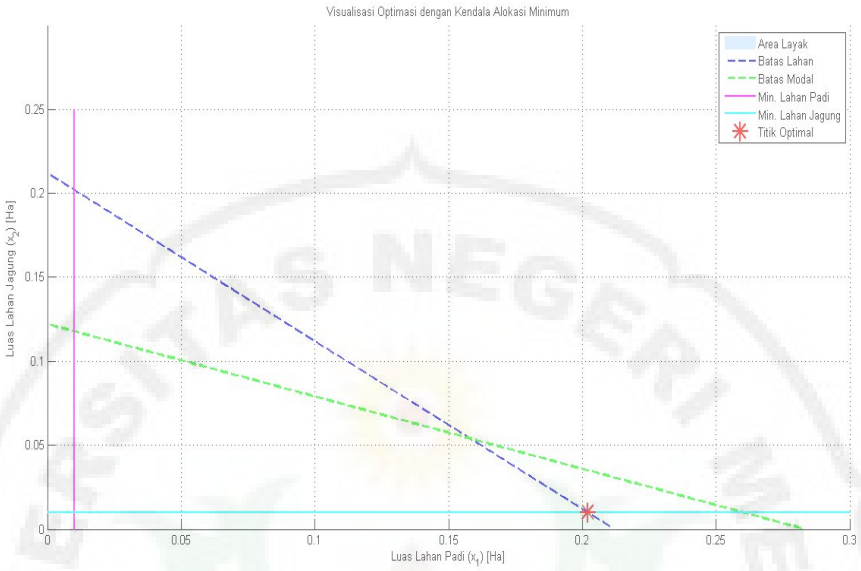
No	Tanaman	Luas Lahan	Satuan
1	Padi	$0{,}2020$	ha
2	Jagung	$0{,}010$	ha
	Total	$0{,}212$	ha

Merujuk pada Tabel 4, hasil optimasi menyajikan sebuah strategi alokasi lahan yang sangat spesifik dan didorong oleh kendala sumber daya. Model secara optimal mengalokasikan $0{,}2020\ ha$ untuk tanaman padi dan $0{,}01\ ha$ untuk tanaman jagung. Alokasi ini secara presisi memenuhi kendala ketersediaan lahan, dengan total lahan yang digarap adalah tepat $0{,}212\ ha$. Solusi ini sangat memprioritaskan padi ($0{,}2020\ ha$ atau $95{,}3\%$ dari total lahan) dibandingkan jagung ($0{,}0100\ ha$ atau $4{,}7\%$) didorong secara fundamental oleh perbedaan profitabilitas yang sangat signifikan antara kedua komoditas tersebut. Berdasarkan data yang diolah, keuntungan bersih per hektar dari padi mencapai $Rp\ 27.346.810$, sementara jagung hanya memberikan keuntungan sebesar $Rp\ 7.500.222$. Hal ini menyatakan bahwa setiap hektar lahan yang didedikasikan untuk padi menghasilkan keuntungan hampir 3,6 kali lipat lebih besar daripada lahan yang sama jika ditanami jagung. Dari sudut pandang optimasi murni, model secara rasional akan mengalokasikan sebanyak mungkin sumber daya ke aktivitas yang paling menguntungkan. Jika tanpa batasan diversifikasi, model ini akan merekomendasikan penanaman padi di seluruh lahan yang tersedia (100% monokultur) untuk mencapai keuntungan matematis tertinggi.

Solusi optimal tidak hanya dibentuk oleh fungsi tujuan, tetapi juga dibatasi oleh serangkaian kendala. Analisis terhadap bagaimana kendala-kendala ini berinteraksi dengan solusi memberikan wawasan yang sangat berharga mengenai operasional usaha tani. Kendala ketersediaan lahan terbukti menjadi kendala yang mengikat *(binding constraint)*. Hal ini terlihat dari total alokasi lahan yang mencapai batas maksimal yang tersedia: $0{,}2020\ ha\ (Padi) + 0{,}0100\ ha\ (Jagung) = 0{,}212\ ha$. Ini mengindikasikan bahwa seluruh sumber daya lahan telah dimanfaatkan sepenuhnya. Hal ini menyatakan bahwa lahan adalah faktor produksi yang paling membatasi kemampuan petani untuk meningkatkan pendapatannya. Sekalipun petani memiliki modal lebih atau tenaga kerja tambahan, tanpa adanya penambahan luas lahan, keuntungan tidak dapat ditingkatkan lebih lanjut dalam kerangka model ini. Sebaliknya, kendala modal tidak menjadi faktor pembatas. Dengan alokasi optimal, total biaya produksi yang dibutuhkan adalah $(0{,}2020\ ha * Rp\ 4.805.089/ha) + (0{,}0100\ ha * Rp\ 11.141.741/ha) = Rp\ 970.628 + Rp\ 111.417 = Rp\ 1.082.045$. Jumlah ini jauh di bawah batas ketersediaan modal sebesar $Rp\ 1.360.858$. Artinya, petani masih memiliki sisa modal sebesar $Rp\ 278.813$ yang belum terpakai. Temuan ini penting, karena menunjukkan bahwa masalah utama petani di lokasi studi bukanlah kekurangan uang untuk biaya produksi, melainkan keterbatasan lahan untuk diolah. Kendala alokasi minimum ($x_2 \geq 0{,}01$) memainkan peran yang sangat strategis. Kendala inilah yang "memaksa" model untuk tetap mengalokasikan sebagian kecil lahan untuk jagung, sekalipun profitabilitasnya jauh lebih rendah. Tanpa kendala ini, variabel x_2 akan bernilai nol. Dengan demikian, kendala ini berhasil memasukkan aspek realisme dan mitigasi risiko ke dalam model. Petani di dunia nyata seringkali melakukan diversifikasi bukan hanya untuk keuntungan, tetapi juga untuk ketahanan pangan keluarga, pemenuhan kebutuhan pakan ternak, atau untuk mengurangi risiko gagal panen total jika hanya bergantung pada satu komoditas. Kendala ini secara efektif mensimulasikan preferensi tersebut.

Dampak paling signifikan dari penelitian ini adalah kuantifikasi potensi peningkatan kesejahteraan petani melalui realokasi sumber daya yang sederhana. Dapat dilihat keuntungan optimal dengan keuntungan yang diperoleh petani pada kondisi rata-rata (status quo) berdasarkan data jurnal ($0{,}158\ ha$ Padi dan $0{,}054\ ha$ Jagung):
Keuntungan Rata-rata Saat Ini (Status Quo): $(0{,}158 * 27.346.810) + (0{,}054 * 7.500.222) = Rp\ 4.320.796 + Rp\ 405.012 = Rp\ 4.725.808$ Keuntungan Setelah Optimasi: $Rp\ 5.599.057$. Dengan mengubah strategi tanamnya, petani berpotensi meningkatkan keuntungan tahunannya sebesar $Rp\ 873.249$, atau setara dengan peningkatan $18{,}5\%$. Ini adalah sebuah lompatan finansial yang sangat berarti bagi petani dengan sumber daya terbatas. Rekomendasi praktis yang dapat ditarik dari hasil ini adalah bahwa petani di Kawasan Danau Toba sebaiknya secara strategis meningkatkan luas tanam padi secara signifikan, sambil mengurangi luas tanam jagung hingga menjadi plot kecil yang berfungsi sebagai sarana diversifikasi dan bukan sebagai sumber pendapatan utama.

Untuk memberikan pemahaman yang lebih intuitif mengenai strategi yang dihasilkan oleh model, hasil alokasi lahan dan distribusi keuntungan disajikan secara visual dalam bentuk grafik. Analisis terhadap grafik ini mengungkapkan dinamika keputusan model terhadap kendala yang membatasi.



Gambar 1. Grafik Perbandingan Luas Tanam Per Musim

Gambar 1 menyajikan representasi visual dari model program linear yang telah dirumuskan. Grafik ini merupakan alat yang sangat kuat untuk memahami bagaimana interaksi antara fungsi tujuan (memaksimalkan keuntungan) dan serangkaian kendala (batasan sumber daya) membentuk sebuah solusi optimal. Setiap elemen pada grafik memiliki makna spesifik yang dapat diinterpretasikan dalam konteks perencanaan usaha tani. Sumbu horizontal (sumbu-x) merepresentasikan Luas Lahan Padi (x_1), sementara sumbu vertikal (sumbu-y) merepresentasikan Luas Lahan Jagung (x_2). Setiap titik (x_1, x_2) pada bidang grafik ini melambangkan satu kemungkinan strategi alokasi lahan yang dapat dipilih oleh petani. Representasi grafis dari kendala $x_1 + x_2 = 0{,}212$. Garis ini menunjukkan kombinasi maksimal luas tanam padi dan jagung yang totalnya tepat $0{,}212\ ha$. Area di bawah dan di sepanjang garis ini adalah area yang valid; setiap titik di atasnya tidak mungkin dicapai karena petani tidak memiliki lahan yang cukup. Garis ini memiliki kemiringan negatif, yang secara logis menunjukkan bahwa untuk menambah luas tanam padi, petani harus mengurangi luas tanam jagung, dan sebaliknya.

Batas Modal (Garis Hijau Putus-putus): Garis ini merepresentasikan kendala $4.805.089\ x_1 + 11.141.741\ x_2 \leq 1.360.858$. Ini adalah batas kemampuan finansial petani. Area di bawah dan di sepanjang garis hijau menunjukkan semua kombinasi alokasi lahan yang biayanya masih terjangkau oleh modal yang tersedia. Terlihat bahwa garis batas modal ini berada di atas garis batas lahan untuk sebagian besar area yang relevan, yang mengindikasikan bahwa lahan adalah sumber daya yang lebih ketat atau lebih cepat habis daripada modal. Luas minimal Lahan Padi (Garis Magenta Vertikal): Garis vertikal solid pada $x_1 = 0{,}01$ ini merepresentasikan kendala diversifikasi $x_1 \geq 0{,}01$. Kendala ini memaksa setiap solusi yang valid harus berada di sebelah kanan garis ini. Ini adalah batasan yang memastikan bahwa petani akan selalu menanam padi minimal seluas $0{,}01\ ha$, mencegah solusi di mana padi tidak ditanam sama sekali. Luas minimal Lahan Jagung (Garis Cyan Horizontal): Serupa dengan sebelumnya, garis horizontal solid pada $x_2 = 0{,}01$ ini adalah representasi dari kendala $x_2 \geq 0{,}01$. Setiap solusi yang valid harus berada di atas garis ini, memastikan bahwa alokasi untuk jagung tidak akan pernah kurang dari $0{,}01\ ha$.

Area yang diarsir dengan warna biru muda adalah Area Layak (Feasible Region). Ini adalah jantung dari visualisasi optimasi. Area ini merupakan irisan dari semua wilayah yang diizinkan oleh setiap kendala. Secara spesifik, setiap titik di dalam area ini memenuhi semua empat syarat secara bersamaan; total lahannya tidak melebihi $0{,}212\ ha$ (di bawah garis biru); total biayanya tidak melebihi modal yang ada (di bawah garis hijau); luas tanam padinya $(x_1 \geq 0{,}01\ ha)$ (di kanan garis magenta); luas tanam jagungnya $(x_2 \geq 0{,}01\ ha)$ (di atas garis cyan). Area ini berbentuk poligon dan berisi semua kemungkinan kombinasi alokasi lahan yang realistis dan dapat diimplementasikan oleh petani.

Titik Optimal, yang ditandai dengan bintang merah besar, adalah solusi dari masalah optimasi. Berdasarkan teorema fundamental program linear, solusi optimal selalu berada di salah satu titik sudut (vertex) dari Area Layak. Lokasi Titik Optimal: Grafik dengan jelas menunjukkan bahwa Titik Optimal terletak pada koordinat $(x_1 = 0.202, x_2 =$

0.01). Titik ini merupakan perpotongan antara dua garis kendala: Batas Lahan (garis biru) dan Minimal Lahan Jagung (garis cyan). Interpretasi Strategis: Lokasi titik optimal ini menceritakan sebuah strategi yang sangat jelas. Untuk memaksimalkan keuntungan, model menyarankan petani untuk;Penuhi syarat minimum untuk komoditas yang kurang menguntungkan, yaitu tanam Jagung seluas $0{,}01\ ha$. Kemudian, dedikasikan seluruh sisa lahan yang tersedia untuk komoditas yang paling menguntungkan, yaitu Padi. Karena total lahan adalah $0{,}212\ ha$, maka sisa lahan untuk Padi adalah $0{,}202\ ha$. Status Kendala: Posisi titik optimal juga mengkonfirmasi analisis sensitivitas kendala. Karena titik ini terletak di atas garis Batas Lahan dan Minimal Lahan Jagung, kedua kendala ini adalah kendala yang mengikat *(binding)*. Sebaliknya, titik ini berada jauh di bawah garis Batas Modal, yang menegaskan bahwa kendala modal tidak mengikat (*non-binding*), artinya masih ada sisa modal yang tidak terpakai pada solusi optimal. Secara keseluruhan, grafik ini secara visual membuktikan hasil numerik dan memberikan intuisi yang kuat di balik strategi optimal. Grafik ini mengubah persamaan matematis yang abstrak menjadi sebuah peta operasional yang menunjukkan kepada petani bagaimana menavigasi batasan-batasan mereka untuk mencapai tujuan keuntungan tertinggi.

KESIMPULAN

Penelitian ini telah berhasil mencapai ketiga tujuan utamanya melalui perancangan dan penyelesaian model program linear untuk optimasi usaha tani padi dan jagung di Kawasan Danau Toba. perumusan Model Pemrograman Linear yang Sesuai: Penelitian ini berhasil merumuskan model program linear yang secara akurat merefleksikan kondisi riil petani di Kawasan Danau Toba. Model ini mengintegrasikan data produksi, biaya, dan pendapatan riil yang diekstraksi dari penelitian Nainggolan dkk. (2023), yang menghasilkan fungsi tujuan untuk memaksimalkan keuntungan bersih petani, serta serangkaian fungsi kendala yang mencakup keterbatasan lahan, modal, dan kebijakan diversifikasi minimum. Adapun fungsi tujuan dan fungsi kendala dalam penelitian ini seabgai berikut; Fungsi Tujuan $=\max z = 27.346.810\ x_1 + 7.500.222\ x_2$; Fungsi Kendala; (1) Ketersediaan Lahan; $x_1 + x_2 = 0{,}212$; (2) Ketersediaan Modal :$4.805.089\ x_1 + 11.141.741\ x_2 \leq 1.360.858$; (3) diversifikasi $0{,}01 \leq x_1, x_2$; (4) Non-Negatif $x_i > 0; untuk\ i = 1{,}2$.

Penentuan Kombinasi Alokasi Lahan Optimal: Analisis model menunjukkan bahwa untuk memaksimalkan keuntungan, petani sebaiknya mengalokasikan $0{,}2020\ ha$ lahannya untuk tanaman padi dan $0{,}0100\ ha$ untuk tanaman jagung. Kombinasi alokasi ini menghasilkan keuntungan maksimal sebesar $Rp\ 5.599.057{,}84$. Hasil ini secara fundamental didorong oleh profitabilitas padi yang jauh lebih tinggi per hektar dibandingkan jagung, menjadikannya prioritas utama dalam alokasi lahan. Analisis Dampak Kebijakan Diversifikasi: Penerapan kebijakan diversifikasi berupa alokasi lahan minimum (masing-masing $0{,}01\ ha$ untuk padi dan jagung) terbukti efektif dalam menghasilkan kombinasi tanam yang lebih realistis. Kebijakan ini memaksa model untuk tidak menghasilkan solusi monokultur, melainkan solusi terdiversifikasi yang tetap memprioritaskan komoditas paling menguntungkan (padi) sembari tetap menanam komoditas lain (jagung) pada porsi minimum. Dampaknya, meskipun strategi ini sedikit menurunkan potensi keuntungan maksimal absolut dibandingkan jika hanya menanam padi (sebesar $Rp\ 5.599.057{,}84$ dibandingkan potensi tanpa kendala diversifikasi), ia berhasil mengkuantifikasi keuntungan yang dapat dicapai dalam kerangka kerja yang lebih tangguh dan realistis, sekaligus mengidentifikasi bahwa lahan menjadi faktor pembatas utama dibandingkan modal.

DAFTAR PUSTAKA

Asir, M., Nendissa, S. J., Sari, P. N., Indriana, Yudawisastra, H. G., Abidin, Z., et al. (2022). Ekonomi Pertanian. Bandung: Widina Bhakti Persada Bandung.

Cahyani, A. I., Meida, I. N., Hasanah, I., Alfian, M. R., & Maharani, A. E. (2025). Optimasi Keuntungan Pertanian Melalui Program Linear: Studi Kasus pada Pertanian Padi dan Jagung. Semeton Mathematics Journal, 143-152.

Martuali, E. D., & Astuti, R. P. (2021, Oktober). Peranan Sektor Pertanian Dalam Pembangunan Wilayah Kabupaten Simalungun Provinsi Sumatera Utara. Jurnal AGRIFOR, 175-188.

Nainggolan, H. L., Ginting, A., Bakkara, S. I., & Tampubolon, Y. R. (2023). Pendapatan dan Tingkat Kemiskinan Petani di Kawasan Danau Toba, Kabupaten Toba Samosir, Sumatera Utara. Jurnal Triton, 127-140.

Nurnawati, A. A., Syarifuddin, R. N., & Samsu, A. K. (2022). Mengurangi Dosis Pupuk Anorganik pada Tanaman Jagung Ungu dengan Aplikasi Pupuk Organik Cair. Agro Bali: Agricultural Journal, 137-143.

Rouf, A., & Agustiono, W. (2021). Literature Review: Pemanfaatan Sistem Informasi Cerdas Pertanian Berbasis Internet of Things (IoT). Open Science Framework.

Septyana, D., Harlan, D., & Winskayati. (2016). Model Optimasi Pola Tanam untuk Meningkatkan Keuntungan Hasil Pertanian dengan Program Linear (Studi Kasus Daerah Irigasi Rambut Kabupaten Tegal Provinsi Jawa Tengah). Jurnal Teknik Sipil, 145-156.

Siregar, M. A. (2023). Peningkatan Produktivitas Tanaman Padi Melalui Penerapan Teknologi Pertanian Terkini. 1-11.

Suhardono, A. (2011). Optimasi Penggunaan Lahan Pertanian dengan Program Linier (Lokasi Studi : J.l. Sumber Buntu,Kecamatan Jabung, Kabupaten Malang). Jurnal Teknik Pengairan.

Yuriansyah, Dulbari, Sutrisno, H., & Maksum, A. (2020). Pertanian Organik sebagai Salah Satu Konsep Pertanian Berkelanjutan. Jurnal Ilmiah Pengabdian kepada Masyarakat, 127-132

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan