Analisis Kestabilan Model Penyebaran Rumor ILRVDS dalam Keadaan Darurat di Sosial Media

Srirani Rakuncur Tambunan[1*], Lasker Pangarapan Sinaga[2]
[1,2,] Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
*Coresponding Author: srirani575@gmail.com

Abstrak

Penyebaran rumor yang cepat di sosial media selama keadaan darurat seperti bencana alam, pandemi, atau konflik politik dapat menyebabkan kepanikan publik, disinformasi, dan menghambat pengambilan keputusan yang tepat. Penelitian ini menganalisis kestabilan model penyebaran rumor ILRVDS yang membagi populasi menjad enam kompartemen: Ignorant, Latent, Rumor spreader, Verifier, Debunker, dan Stifler. Model ini merupakan pengembangan dari model ILRDS dengan menambahkan kelas Verifier, yaitu individu yang memverifikasi kebenaran informasi sebelum memutuskan untuk menyebarkannya atau menyangkalnya. Penelitian ini mencakup penentuan titik kesetimbangan, perhitungan bilangan reproduksi dasar, serta analisis kestabilan lokal menggunaka metode linearisasi dan kriteria Routh-Hurwitz. Hasil penelitian menunjukkan bahwa titik kesetimbangan bebas rumor stabil secara asimtotik lokal ketika $R_0 < 1$, yang berarti penyebaran rumor dapat dikendalikan. Sebaliknya, jika $R_0 > 1$, maka titik kesetimbangan endemik menjadi stabil dan rumor akan terus menyebar. Simulasi numerik mendukung hasil analisis tersebut dan menunjukkan bahwa peran Verifier sangat berpengaruh dalam mengurangi dampak rumor di sosial media. Penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi teoretis dalam merancang strategi penanggulangan penyebaran informasi palsu di dunia digital.
Kata kunci: Penyebaran rumor, Sosial media, model ILRVDS, Analisis kestabilan

Abstract

The rapid spread of rumors on social media during emergencies such as natural disasters, pandemics, or political conflicts can cause public panic, disinformation, and hinder prper decision making. This study analyzes the stability of the ILRVDS rumr spread model that divides the population into six compartments: Ignorant, Latent, Rumor spreader, Verifier, Debunker, and Stifler. This model is an extension of the ILRDS model by adding the Verifier class, which is individuals who verify the truth of information before deciding to spread it or deny it. This study includes the determination of the equilibrium point, the calculation of the basic reproduction number, and the analysis of local stability using the linearization method and the Routh-Hurwitz criterion. The results show that the rumor free equilibrium point is locally asymptotically stable when which means the spread of rumors can be controlled. Conversely, if the endemic equilibrium point becomes stable and rumors will continue to spread. Numerical simulations support the analytical results and show that the role of Verifier is very influential in reducing the impact of rumors on social media. This research is expected to make a theoretical contribution is designing strategies to counter the spread of false information in the digital world.
Keywords: Rumor spreading, Social media, ILRVDS model, Stability analysis

Citation: Tambunan, S. R., & Sinaga, L. P. (2025). Analisis Kestabilan Model Penyebaran Rumor ILRVDS dalam Keadaan Darurat di Sosial Media. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 729 – 736.

PENDAHULUAN

Rumor adalah informasi yang menyebar tetapi belum diketahui kebenarannya (Darajat et al, 2023). Rumor merupakan salah satu bentuk penyebaran informasi berupa gagasan atau pendapat masyarakat yang tersebar tanpa adanya kepastian atau bukti yang jelas (Qiu et al, 2016). Pada masa sekarang, kemajuan teknologi dan informasi telah mengalami pertumbuhan yang pesat, yaitu sosial media seperti *Twitter, Facebook, Instagram*, dan *Tiktok* menjadi *platform* untuk mendapatkan dan membahas suatu informasi ataupun rumor (Tian dan Ding, 2019). Adanya sosial media, baik informasi yang akurat dan rumor akan menyebar lebih cepat dan luas kepada para masyarakat atau pengguna sosial media yang berbeda dengan penyebaran dari mulut ke mulut (Winanda dan Fauziah, 2024). Dalam keadaan darurat, seperti bencana alam, pandemi, dan konflik politik, penyebaran rumor dapat berkembang sangat cepat dan memiliki dampak serius terhadap masyarakat (Tian dan Ding, 2019).

Rumor ini dapat menyebabkan kepanikan massal, ketidakstabilan sosial, masalah ekonomi serta pengambilan keputusan yang salah oleh masyarakat (Hu et al, 2018). Contohnya adalah rumor vaksin saat pandemi covid-19 dan keberadaan telur palsu atau telur berbahan plastik yang diduga beredar di pasar maupun supermarket yang tersebar di sosial media yang menimbulkan keresahan dan kepanikan masyarakat di Indonesia. Penyebab cepatnya penyebaran rumor di sosial media adalah karena banyak pengguna menerima dan menyebarkan rumor karena informasi di sosial media kurang diverifikasi oleh sumber profesional, juga karena adanya sifat anonim sehingga pengguna dengan mudah memplagiasi, menyebarkan propaganda dan juga rumor yang salah (Ahsan et al, 2019). Penyebaran rumor dapat

dikendalikan secara efektif jika pengguna sosial media mengambil inisiatif untuk memverifikasi keaslian rumor yang diterima sebelum membagikan informasi tersebut kepada temannya atau membagikannya di sosial media dan menyebarkan kebenaran untuk mengklarifikasi rumor (Ding et al, 2022).

Model matematika memainkan peran penting dalam studi penyebaran rumor, dan penyebaran rumor di masyarakat dapat dilihat sebagai perilaku komunikasi jaringan (Zhang et al, 2022). Model D-K membagi populasi menjadi tiga kelompok utama: orang yang belum mengetahui rumor (*Ignorant*), orang yang sedang menyebarkan rumor (*Rumor spreader*), dan orang yang berhenti menyebarkan rumor (*Stifler*), yang pertama kali diperkenalkan oleh Daley dan Kendall pada tahun 1964 (Daley dan Kendall, 1964). Penelitian oleh Chen (2019) dengan model ILSCR yang menjelaskan bahwa rumor dapat mengalami *"cooling off"* yang artinya terjadi konfirmasi tentang rumor yang didengar oleh saudara atau kenalan terdekat. Penelitian oleh Yao et al, (2019) mengeksplorasi fenomena penyebaran rumor yang terjadi secara berulang-ulang di media sosial dengan menggunakan model matematika, yaitu SDILR. Penelitian oleh Tian dan Ding, (2019) mengembangkan model ILRDS yang dibagi menjadi 5 kompartemen yaitu *Ignorants (I)*, *Latents* (L), *Rumor spreader* (R), *Debunker* (D), dan *Stiflers* (S).

Penelitian ini akan mengembangkan model ILRDS dari Tian dan Ding yaitu dengan menambahkan kompartemen *Verifier* (V) yang berperan dalam memverifikasi kebenaran rumor sebelum memutuskan apakah akan menyebarkannya atau menyangkalnya. *Verifier* ditambahkan sebagai variabel dalam model untuk merepresentasikan dinamika interaksi pengguna sosial media dalam menerima, meverifikasi, menyebarkan, atau menyangkal rumor. Model ini juga akan mempertimbangkan terjadinya pengulangan rumor di sosial media dimana individu yang sudah berhenti menyebarkan rumor dapat terpapar kembali setelah berinteraksi dengan penyebar rumor. Oleh karena itu, model ini dikembangkan menjadi ILRVDS yang terbagi dalam 6 kompartemen yaitu *Ignorants* (I), *Latents* (L), *Rumor spreader* (R), *Verifier* (V), *Debunker* (D), *Stiflers* (S). Berdasarkan uraian diatas, penelitian ini memiliki tujuan untuk menganalisis kestabilan untuk mengetahui apakah rumor akan bertahan atau justru menghilang dalam populasi. Oleh karena itu, penelitian ini mencakup penentuan titik kesetimbangan, bilangan reproduksi dasar, analisis kestabilan, dan simulasi numerik guna memahami dinamika penyebaran rumor dalam keadaan darurat di sosial media.

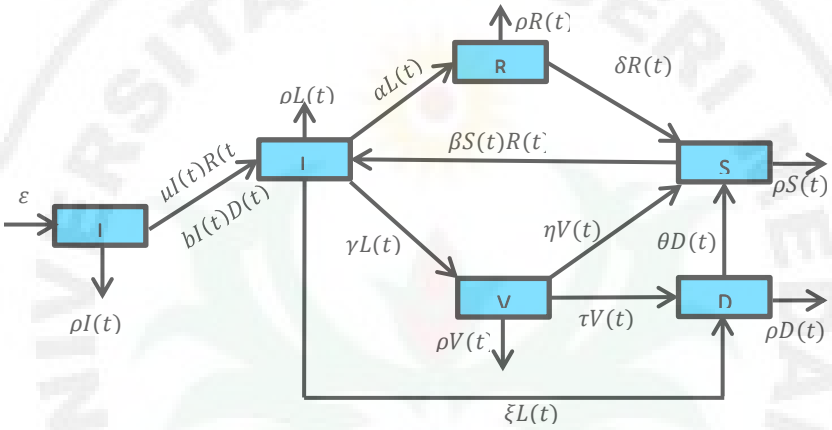
METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode studi kepustakaan (*library research*). Studi kepustakaan merupakan teknik mengumpulkan data yang dilakukan dengan menelaah buku, laporan, literatur, dan catatan yang berkaitan dengan permasalahan yang sedang dikaji. Langkah pertama dalam menganalisis kestabilan model penyebaran rumor ILRVDS adalah melakukan studi literatur untuk mengumpulkan teori-teori pendukung yang relevan dengan analisis kestabilan model penyebaran rumor. Selanjutnya, variabel dan parameter model penyebaran rumor yang diperoleh dari hasil studi literatur diidentifikasi. Model matematika penyebaran rumor yang dikembangkan oleh Tian dan Ding (2019) kemudian direkonstruksi menjadi model ILRVDS dengan penambahan variabel Verifier (V). Model ILRVDS ini selanjutnya diubah menjadi sistem persamaan diferensial yang menggambarkan perubahan laju masing-masing subpopulasi dalam model. Tahapan berikutnya adalah menentukan titik kesetimbangan bebas rumor dan endemik dalam model penyebaran rumor ILRVDS. Setelah itu, bilangan reproduksi dasar (R_0) penyebaran rumor dihitung menggunakan metode NGM (Next Generation Matrix). Untuk menganalisis kestabilan titik kesetimbangan, langkah-langkah berikut dilakukan: pertama, melakukan linearisasi pada sistem menggunakan matriks Jacobian, kemudian menyusun persamaan karakteristik dari matriks Jacobian yang telah diperoleh. Nilai-nilai eigen dihitung berdasarkan persamaan karakteristik, dan analisis dilakukan menggunakan kriteria Routh-Hurwitz untuk menilai kestabilan. Jenis kestabilan dari nilai eigen yang diperoleh juga ditentukan. Terakhir, simulasi numerik pada titik kesetimbangan model ILRVDS dilakukan menggunakan perangkat lunak Matlab untuk memvalidasi hasil analisis. Kesimpulan dapat ditarik berdasarkan hasil simulasi dan analisis kestabilan yang telah dilakukan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model matematika penyebaran rumor ini adalah perkembangan dari model ILRDS dari penelitian (Tian dan Ding, 2019). Terdapat penambahan subpopulasi orang yang melakukan verifikasi pada saat mendengar rumor dan rumor kontra atau disebut *Verifier*. Sehingga populasi dibagi menjadi enam subpopulasi pada waktu t, yaitu *Ignorants* (tidak tahu rumor), *Latents* (terpapar rumor r dan rumor kontra), *Verifier* (memeriksa kebenaran rumor atau rumor kontra), *Rumor Spreader* (penyebar rumor r), *Debunkers* (menyanggah rumor r atau menyebarkan rumor kontra), dan *Stiflers* (berhenti menyebarkan rumor r atau rumor kontra). Terdapat juga penambahan parameter untuk menyatakan

subpopulasi *stiflers* akan kembali terpapar setelah berkontak dengan individu *rumor spreader*. Berikut ini adalah asumsi-asumsi dalam model matematika penyebaran rumor ILRVDS; (1) dalam model ini dipertimbangkan adanya rumor dan rumor kontra yang ada di sosial media; (2) individu *Ignorant* akan berubah menjadi individu *Latents* jika menerima dua jenis informasi yaitu rumor dan rumor kontra; (3) individu *Latents* akan menjadi *Rumor Spreader* dengan menyebarkan rumor yang ada tanpa verifikasi terlebih dahulu; (4) individu *Latents* akan menjadi *Debunker* dengan menyebarkan rumor kontra yang diterima tanpa verifikasi terlebih dahulu; (5) individu *Latents* akan berubah menjadi *Verifier* untuk memeriksa kedua informasi yang diterima; (6) individu *Verifier* berubah menjadi *Debunker* karena individu memutuskan percaya pada rumor kontra dan menyanggah rumor; (7) terdapat probabilitas individu *Stiflers* menjadi individu *Latents* atau kembali terpapar setelah berkontak dengan individu *Rumor Spreader*; (8) terdapat probablitas *Verifier* menjadi *Stifler* karena tidak tertarik menjadi penyebar rumor r ataupun rumor kontra; dan (9) terdapat juga probabilitas *Rumor Spreader* dan *Debunker* menjadi *Stiflers* atau berhenti menyebarkan informasi karena sudah tidak tertarik atau lupa.



Gambar 1. Diagram Transisi Model Matematika ILRVDS dalam Keadaan Darurat di Sosial Media

Berdasarkan asumsi-asumsi yang telah ditetapkan, model matematika penyebaran rumor ILRVDS dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$\frac{dI}{dt} = \varepsilon - \mu IR - bID - \rho I;\ \frac{dL}{dt} = \mu IR + bID + \beta SR - (\alpha + \gamma + \xi + \rho)L;\ \frac{dR}{dt} = \alpha L - (\delta + \rho)R;$$
$$\frac{dV}{dt} = \gamma L - (\tau + \eta + \rho)V;\ \frac{dD}{dt} = \xi L + \tau V - (\theta + \rho)D;\ \text{dan}\ \frac{dS}{dt} = \delta R + \eta V + \theta D - \beta SR - \rho S \quad (1)$$

Dengan I, L, R, V, D, S ≥ 0 dan seluruh parameter yang merepresentasikan laju perubahan populasi diasumsikan selalu positif, dimana $\varepsilon, \rho, \mu, b, \alpha, \gamma, \xi, \beta, \delta, \tau, \eta, \theta \geq 0$. Jika N adalah jumlah populasi, maka $N = I + L + R + V + D + S$. Definisi variabel dan parameter yang digunakan dalam model matematika penyebaran rumor ILRVDS dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2 berikut.

Tabel 1. Definisi Variabel pada Model ILRVDS

Variabel	Keterangan	Syarat
$I(t)$	Individu yang belum mengetahui rumor r atau rumor kontra pada waktu t	$I(t) \geq 0$
$L(t)$	Individu yang terpapar rumor r atau rumor kontra pada waktu t	$L(t) \geq 0$
$R(t)$	Individu yang percaya pada rumor r dan menyebarkannya waktu t	$R(t) \geq 0$
$V(t)$	Individu yang melakukan verifikasi terhadap rumor r atau rumor kontra pada waktu t	$V(t) \geq 0$
$D(t)$	Individu yang menyanggah rumor r dan menyebarkan rumor kontranya pada waktu t	$D(t \geq 0$
$S(t)$	Individu yang berhenti menyebarkan rumor r atau rumor kontra pada waktu t	$S(t) \geq 0$

Tabel 2 Definisi Parameter pada Model ILRVDS

Parameter	Keterangan	Syarat
ε	Laju penambahan akun pengguna baru	$\varepsilon \geq 0$
ρ	Laju penurunan akun pengguna	$\rho \geq 0$
μ	Laju individu dari I ke L akibat kontak dengan individu R	$\mu \geq 0$
b	Laju individu dari I ke L akibat kontak dengan individu D	$b \geq 0$
α	Laju individu dari L ke R	$\alpha \geq 0$
γ	Laju individu dari L ke V	$\gamma \geq 0$
ξ	Laju individu dari L ke D	$\xi \geq 0$
β	Laju individu dari S ke L	$\beta \geq 0$

δ	Laju individu dari R ke S	$\delta \geq 0$
τ	Laju individu dari V ke D	$\tau \geq 0$
η	Laju individu dari V ke S	$\eta \geq 0$
θ	Laju individu dari D ke S	$\theta \geq 0$

Keadaan titik setimbang adalah keadaan dimana perubahan populasi tertentu sepanjang waktu adalah nol. Dalam model ini, hal tersebut akan terpenuhi jika $\frac{dI}{dt} = \frac{dL}{dt} = \frac{dR}{dt} = \frac{dV}{dt} = \frac{dD}{dt} = \frac{dS}{dt} = 0$, sehingga sistem persamaan (1) dapat ditulis sebagai berikut. Titik kesetimbangan bebas rumor adalah

$$E^0 = (I^0, L^0, V^0, R^0, D^0, S^0) = \left(\frac{\varepsilon}{\rho}, 0,0,0,0,0\right)$$

Titik kesetimbangan endemik adalah $E^* = (I^*, L^*, R^*, V^*, D^*, S^*)$

$$I^* = \frac{\big((\alpha+\gamma+\xi+\rho) - \beta S^* R^*\big)(\delta+\rho)(\tau+\eta+\rho)(\theta+\rho)}{\mu\alpha(\tau+\eta+\rho)(\theta+\rho) + b\xi(\tau+\eta+\rho)(\delta+\rho) + b\tau\gamma(\delta+\rho)};\ L^* = \frac{\varepsilon - \rho I^* + \beta SR}{(\alpha+\gamma+\xi+\rho)};\ R^* = \frac{\alpha L^*}{\delta+\rho};$$

$$V^* = \frac{\gamma L^*}{\tau+\eta+\rho};\ D^* = \frac{\xi(\tau+\eta+\rho) + \tau\gamma}{(\tau+\eta+\rho)(\theta+\rho)} \cdot L^*; \text{dan } S^* = \frac{\delta R^* + \eta V^* + \theta D^*}{\beta R^* + \rho}$$

Kemudian bilangan reproduksi dasar (R_0) ditentukan melalui pendekatan matriks generasi selanjutnya (*Next Generation Matrix*) yang dibentuk dari sistem persamaan diferensial. Pada model ini, kelas yang dianggap sebagai kelompok terinfeksi yaitu *latent* (L), *rumor spreader* (R), *verifier* (V) dan *debunking* (D).

$$F = \begin{pmatrix} 0 & \mu I & 0 & bI \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} dan\ V = \begin{pmatrix} \alpha+\gamma+\xi+\rho & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha & \delta+\rho & 0 & 0 \\ -\gamma & 0 & \tau+\eta+\rho & 0 \\ -\xi & 0 & -\tau & \theta+\rho \end{pmatrix}$$

Untuk mencari Next Generation Matrix, dibutuhkan invers dari V, sehingga didapatkan

$$V^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{stu}{rstu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha tu}{rstu} & \frac{rtu}{rstu} & 0 & 0 \\ \frac{\gamma us}{rstu} & 0 & \frac{rsu}{rstu} & 0 \\ \frac{\xi st + \tau\gamma t}{urst} & 0 & \frac{\tau rs}{rstu} & \frac{rst}{rstu} \end{pmatrix}$$

Dimana:$r = (\alpha+\gamma+\xi+\rho); s = (\delta+\rho); t = (\tau+\eta+\rho); \text{dan } u = (\theta+\rho)$. Memperoleh matriks generasi selanjutnya dengan $K = FV^{-1}$, sehingga diperoleh

$$K = \begin{pmatrix} 0 & \mu I & 0 & bI \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{stu}{rstu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha tu}{rstu} & \frac{rtu}{rstu} & 0 & 0 \\ \frac{\gamma us}{rstu} & 0 & \frac{rsu}{rstu} & 0 \\ \frac{\xi st + \tau\gamma t}{urst} & 0 & \frac{\tau rs}{rstu} & \frac{rst}{rstu} \end{pmatrix}$$

Bilangan reproduksi dasar (R_0) diperoleh dari $\rho(K) = \det[K - \lambda i] = 0$ dan didapatkan dari nilai eigen dominan, sehingga bilangan reproduksi dasar sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{\varepsilon\mu\alpha(\tau+\eta+\rho)(\theta+\rho) + \varepsilon b\xi(\delta+\rho)(\tau+\eta+\rho) + \varepsilon b\tau\gamma(\delta+\rho)}{\rho\big((\theta+\rho)(\alpha+\gamma+\xi+\rho)(\delta+\rho)(\tau+\eta+\rho)(\theta+\rho)\big)} \quad (2)$$

Mencari kestabilan titik kesetimbangan rumor dengan mensubstitusikan $E^0 = (I^0, L^0, V^0, R^0, D^0, S^0) = \left(\frac{\varepsilon}{\rho}, 0,0,0,0,0\right)$ ke dalam sistem persamaan (1) diperoleh matriks Jacobian sebagai berikut

$$J(E^0) = \begin{bmatrix} -\rho & 0 & -\frac{\mu\varepsilon}{\rho} & 0 & -\frac{b\varepsilon}{\rho} & 0 \\ 0 & -(\alpha+\gamma+\xi+\rho) & \frac{\mu\varepsilon}{\rho} & 0 & \frac{b\varepsilon}{\rho} & 0 \\ 0 & \alpha & -(\delta+\rho) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & -(\tau+\eta+\rho) & 0 & 0 \\ 0 & \xi & 0 & \tau & -(\theta+\rho) & 0 \\ 0 & 0 & \delta & \eta & \theta & -\rho \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks $J(E^0)$ adalah $\det(\lambda i - J(E^0)) = 0$

$$\det\begin{bmatrix} \lambda+\rho & 0 & \mu I^0 & 0 & bI & 0 \\ 0 & (\alpha+\gamma+\xi+\rho) & -\mu I^0 & 0 & -bI & 0 \\ 0 & -\alpha & (\delta+\rho) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & (\tau+\eta+\rho) & 0 & 0 \\ 0 & -\xi & 0 & -\tau & (\theta+\rho) & 0 \\ 0 & 0 & -\delta & -\eta & -\theta & \rho \end{bmatrix} = 0$$

$\Leftrightarrow (\lambda+\rho)(\lambda+\rho)(\lambda^4 + (\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4)\lambda^3 + (\alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_1\alpha_4+\alpha_2\alpha_3+\alpha_2\alpha_3+\alpha_3\alpha_4-\alpha\mu I^0 - \xi bI^0)\lambda^2 + (\alpha_1\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_2\alpha_4+\alpha_2\alpha_3\alpha_4+\alpha_1\alpha_3\alpha_4-\tau\gamma bI^0-\alpha\mu I^0\alpha_4-\alpha\mu I^0\alpha_3-\xi bI^0\alpha_3-\xi bI^0\alpha_2)\lambda + (\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4-\alpha_2\alpha_3\xi bI^0-\alpha_3\alpha_4\alpha\mu I^0-\tau\gamma bI^0\alpha_2)) = 0$ ((3)

Berdasarkan persamaan karakteristik, diperoleh dua nilai eigen dari matriks $J(E^0)$, yaitu $\lambda_1 = \lambda_2 = -\rho$. Sementara itu, nilai-nilai eigen lainnya merupakan solusi atau akar-akar dari bentuk persamaan karakteristik berikut:

$(\lambda^4 + (\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4)\lambda^3 + (\alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_1\alpha_4+\alpha_2\alpha_3+\alpha_2\alpha_3+\alpha_3\alpha_4-\alpha\mu I^0-\xi bI^0)\lambda^2 + (\alpha_1\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_2\alpha_4+\alpha_2\alpha_3\alpha_4+\alpha_1\alpha_3\alpha_4-\tau\gamma bI^0-\alpha\mu I^0\alpha_4-\alpha\mu I^0\alpha_3-\xi bI^0\alpha_3-\xi bI^0\alpha_2)\lambda + (\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4-\alpha_2\alpha_3\xi bI^0-\alpha_3\alpha_4\alpha\mu I^0-\tau\gamma bI^0\alpha_2)) = 0$

Persamaan di atas dapat disederhanakan menjadi

$$\lambda^4 + b_1\lambda^3 + b_2\lambda^2 + b_3\lambda + b_4 = 0 \quad (4)$$

Dengan

$b_1 = \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4$ (5)

$b_2 = \alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_1\alpha_4+\alpha_2\alpha_3+\alpha_2\alpha_3+\alpha_3\alpha_4-\alpha\mu I^0-\xi bI^0$ (6)

$b_3 = \alpha_1\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_2\alpha_4+\alpha_2\alpha_3\alpha_4+\alpha_1\alpha_3\alpha_4-\tau\gamma bI^0-\alpha\mu I^0\alpha_4-\alpha\mu I^0\alpha_3-\xi bI^0\alpha_3-\xi bI^0\alpha_2$ (7)

$b_4 = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4-\alpha_2\alpha_3\xi bI^0-\alpha_3\alpha_4\alpha\mu I^0-\tau\gamma bI^0\alpha_2$ (8)

Kestabilan lokal asimtotik dari titik kesetimbangan bebas rumor dapat tercapai jika semua akar persaman karakteristik (4) memiliki bagian real negatif. Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz, suatu Persamaan akan memiliki semua akar dengan bagian real negatif jika memenuhi syarat berikut $b_1, b_2, b_3, b_4 > 0, b_1b_2 - b_3 > 0, dan\ b_1b_2b_3 - b_3^2 - b_1b_4 > 0$. Untuk memverifikasi Persamaan karakteristik yang didapatkan, maka dengan mensubstitusi nilai parameter untuk mendapatkan nilai eigen sebagai; (1) $\lambda_1 = -0.0006$; (2) $\lambda_2 = -0.0006$; (3) $\lambda_3 = -0.0063$; (4) $\lambda_4 = -0.0078$; (5) $\lambda_5 = -0.0207$; dan $\lambda_6 = -0.0306$.Menentukan kestabilan titik kesetimbangan penyebaran rumor dengan substitusikan $E^* = (I^*, L^*, R^*, V^*, D^*, S^*)$ ke dalam sistem persamaan (1) diperoleh matriks Jacobian sebagai berikut

$$J(E^*) = \begin{bmatrix} -\mu R^* - bD^* - \rho & 0 & -\mu I^* & 0 & -bI^* & 0 \\ \mu R^* + bD^* & -(\alpha+\gamma+\xi+\rho) & \mu I^* + \beta S^* & 0 & bI^* & \beta R^* \\ 0 & \alpha & -(\delta+\rho) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma & 0 & -(\tau+\eta+\rho) & 0 & 0 \\ 0 & \xi & 0 & \tau & -(\theta+\rho) & 0 \\ 0 & 0 & \delta+\beta S^* & \eta & \theta & -(\beta R^*+\rho) \end{bmatrix}$$

Persamaan karakteristik dari matriks $J(E^*)$ adalah $\det(\lambda i - J(E^*)) = 0$

$$\det\begin{bmatrix} \lambda+\mu R^*+bD^*+\rho & 0 & \mu I^* & 0 & bI^* & 0 \\ -(\mu R^*+bD^*) & \lambda+(\alpha+\gamma+\xi+\rho) & -(\mu I^*+\beta S^*) & 0 & -bI^* & -\beta R^* \\ 0 & -\alpha & \lambda+(\delta+\rho) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 & \lambda+(\tau+\eta+\rho) & 0 & 0 \\ 0 & -\xi & 0 & -\tau & \lambda+(\theta+\rho) & 0 \\ 0 & 0 & -(\delta+\beta S^*) & -\eta & -\theta & \lambda+(\beta R^*+\rho) \end{bmatrix} = 0$$

dengan;$\alpha_1 = (\mu R^* + bD^* + \rho)$; $\alpha_2 = (\alpha+\gamma+\xi+\rho)$; $\alpha_3 = (\delta+\rho)$; $\alpha_4 = (\tau+\eta+\rho)$; $\alpha_5 = (\theta+\rho)$; $\alpha_6 = (\beta R^*+\rho)$; $c_1 = (\mu R^* + bD^*)$; $c_2 = (\mu I^* + \beta S^*)$; $c_3 = (\delta + \beta S^*)$

Persamaan karakteristik diatas dapat disederhanakan menjadi

$$\lambda^6 + b_1\lambda^5 + b_2\lambda^4 + b_3\lambda^3 + b_4\lambda^2 + b_5\lambda + b_6 = 0 \quad (9)$$

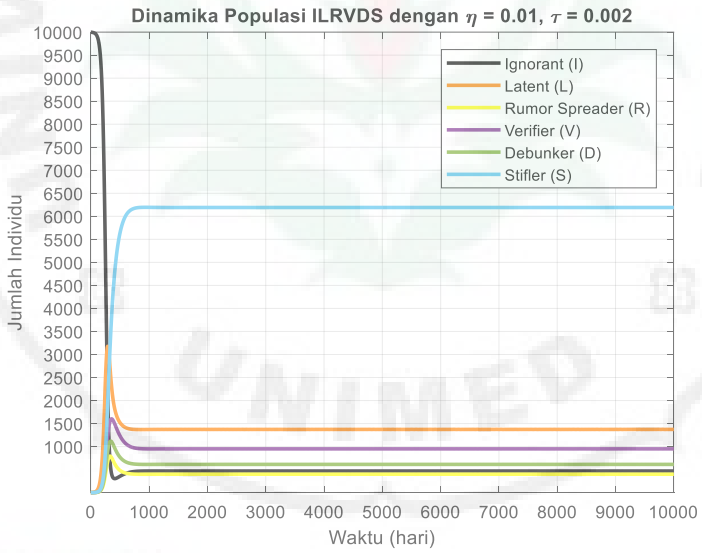
Kestabilan lokal asimtotik dari titik kesetimbangan endemik dapat tercapai jika semua akar persaman karakteristik (9) memiliki bagian real negatif. Berdasarkan kriteria Routh Hurwitz persaman karakteristik memiliki akar-akar negatif jika memenuhi $b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6 > 0, b_1b_2 - b_3 > 0, b_1b_4 - b_5 > 0, b_1b_2b_3 - b_3^2 - b_1^2b_4 + b_1b_5 > 0, b_1b_2b_5 - b_3b_5 - b_1^2b_6 > 0,\ d_1 > 0, e_1 > 0$

Untuk memverifikasi Persamaan karakteristik yang didapatkan, maka dengan mensubstitusi nilai parameter untuk mendapatkan nilai eigen; (1) $\lambda_1 = -0.0503$; (2) $\lambda_2 = -0.0010$; (3)$\lambda_3 = -0.0097$; (4) $\lambda_4 = -0.0136$; (5) $\lambda_5 = -0.0262$; dan (6) $\lambda_6 = -0.0224$. Dalam rangka menunjukkan pengaruh keberadaan populasi *Verifier* dalam model ILRVDS, dilakukan simulasi numerik dengan memvariasikan dua parameter yang secara langsung mempresentasikan transisi dari *Verifier,* yaitu parameter τ dan η.

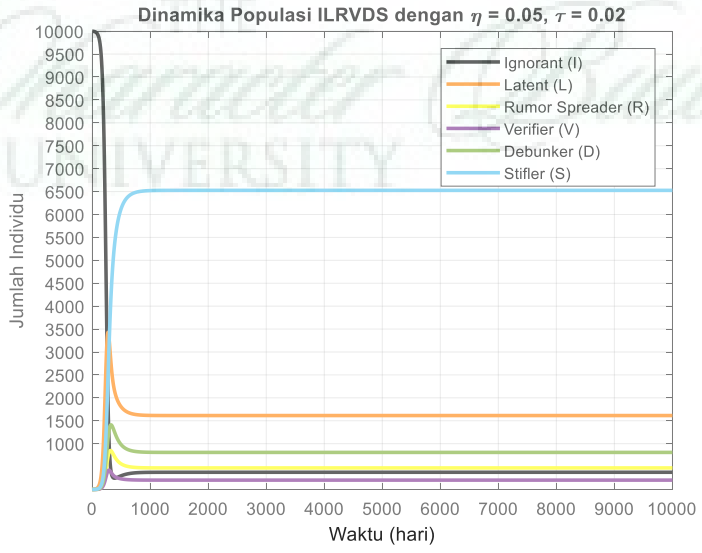
Tabel 3. Nilai Parameter saat $\boldsymbol{R_0 > 1}$

Parameter	Keterangan	Nilai	Sumber
ε	Laju penambahan akun pengguna baru	10	Asumsi
ρ	Laju penurunan akun pengguna	0.001	Tian dan Ding, 2019
μ	Laju individu dari I ke L akibat kontak dengan individu R	0.00002	Tian dan Ding, 2019
b	Laju individu dari I ke L akibat kontak dengan individu D	0.00002	Tian dan Ding, 2019
α	Laju individu dari L ke R	0.007	Tian dan Ding, 2019
γ	Laju individu dari L ke V	0.009	Asumsi
ξ	Laju individu dari L ke D	0.008	Tian dan Ding, 2019
β	Laju individu dari S ke L	0.00001	Asumsi
δ	Laju individu dari R ke S	0.023	Tian dan Ding, 2019
τ	Laju individu dari V ke D	[0.0001]	Asumsi
η	Laju individu dari V ke S	[0.025]	Asumsi
θ	Laju individu dari D ke S	0.02	Asumsi

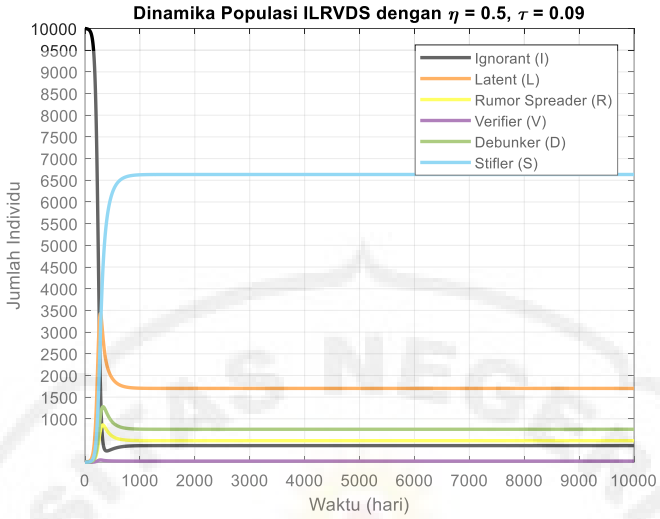
Kedua parameter ini disimulasikan agar dapat dilihat peran aktif maupun pasif dari populasi *Verifier* dalam menekan penyebaran rumor. Nilai-nilai parameter dapat dilihat di tabel 3 dan simulasi numerik sebagai berikut:



Gambar 2. Grafik Dinamika Penyebaran Rumor saat $\boldsymbol{\eta = 0.01}$ dan $\boldsymbol{\tau = 0.002}$



Gambar 3. Grafik Dinamika Penyebaran Rumor saat $\boldsymbol{\eta = 0.05}$ dan $\boldsymbol{\tau = 0.02}$



Gambar 4. Grafik Dinamika Penyebaran Rumor saat $\boldsymbol{\eta = 0.5}$ dan $\boldsymbol{\tau = 0.09}$

Berdasarkan hasil simulasi numeric dapat dilihat bahwa semakin tinggi nilai parameter η dan τ maka semakin banyak verifier yang tersebar dalam sistem sehingga banyak individu yang berubah menjadi penyanggah rumor atau menjadi individu yang berhenti menyebarkan rumor. Secara keseluruhan, hasil simulasi ini menunjukkan bahwa peningkatan τ sebagai indikator efektivitas *Verifier* dalam menyebarkan klarifikasi berperan penting dalam menekan penyebaran rumor. Ketika dibarengi dengan laju η yang cukup tinggi, sistem informasi sosial menjadi lebih stabil, karena rumor tidak hanya dihentikan tetapi juga dilawan secara aktif oleh penyebar kebenaran. Strategi intervensi yang memperkuat peran *Verifier* dalam kedua aspek ini sangat penting untuk membentuk lingkungan informasi yang lebih sehat di tengah masyarakat.

KESIMPULAN

Analisis model matematika penyebaran rumor ILRVDS menghasilkan dua jenis titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas rumor $E_0 = (I, L, R, V, D, S) = \left(\frac{\varepsilon}{\rho}, 0,0,0,0,0\right)$ dan titik kesetimbangan endemik rumor $E_1 = (I^*, L^*, R^*, V^*, D^*, S^*) = \left(\frac{((\alpha+\gamma+\xi+\rho)-\beta S^* R^*)(\delta+\rho)(\tau+\eta+\rho)(\theta+\rho)}{\mu\alpha(\tau+\eta+\rho)(\theta+\rho)+b\xi(\tau+\eta+\rho)(\delta+\rho)+b\tau\gamma(\delta+\rho)}, \frac{\varepsilon-\rho I^*+\beta SR}{(\alpha+\gamma+\xi+\rho)}, \frac{\alpha L^*}{\delta+\rho}, \frac{\gamma L^*}{\tau+\eta+\rho}, \frac{\xi(\tau+\eta+\rho)+\tau\gamma}{(\tau+\eta+\rho)(\theta+\rho)} \cdot L^*, \frac{\delta R^*+\eta V^*+\theta D^*}{\beta R^*+\rho}\right)$. Kemudian Titik kesetimbangan untuk model matematika penyebaran rumor ILRVDS untuk E_0 akan stabil asimtotik lokal pada $R_0 < 1$ dan E_1 akan stabil asimtotik lokal pada $R_0 > 1$. Selanjutnya melalui simulasi numerik, ditunjukkan bahwa peningkatan jumlah individu pada subpopulasi *verifier* dan *debunker* dapat menekan penyebaran rumor secara signifikan, yang mengindikasikan pentingnya edukasi dan literasi digital dalam menanggulangi penyebaran rumor saat keadaan darurat.

DAFTAR PUSTAKA

Ahsan, M., Kumari, M., & Sharma, T. P. (2019). Rumors detection, verification and controlling mechanisms in online social networks: A survey. *Online Social Networks and Media*, *14*, 100050.

Borshchev, A., & Filippov, A. (2004, July). From system dynamics and discrete event to practical agent based modeling: reasons, techniques, tools. In *Proceedings of the 22nd international conference of the system dynamics society* (Vol. 22, pp. 25-29).

Campbell, S. L., & Haberman, R. (2011). Introduction to differential equations with dynamical systems.

Chen, G. (2019). ILSCR rumor spreading model to discuss the control of rumor spreading in emergency. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *522*, 88-97.

Daley, D. J., & Kendall, D. G. (1964). Epidemics and rumours. *Nature*, *204*(4963), 1118-1118.

Darajat, P. P., Robby, R. R., Rasikhun, H., & Ikawati, D. S. E. (2023). Analisis Dinamik Model Penyebaran Rumor Ignorances-Discussant-Spreader-Remover (IDSR) pada Jejaring Sosial. *G-Tech: Jurnal Teknologi Terapan*, *7*(3), 1127-1136.

Ding, X., Zhang, X., Fan, R., Xu, Q., Hunt, K., & Zhuang, J. (2022). Rumor recognition behavior of social media users in emergencies. *Journal of Management Science and Engineering*, *7*(1), 36-47.

Hu, Y., Pan, Q., Hou, W., & He, M. (2018). Rumor spreading model with the different attitudes towards rumors. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *502*, 331-344.

Ndii, M. Z. (2022). *Pemodelan matematika*. Penerbit NEM.

Qiu, X., Zhao, L., Wang, J., Wang, X., & Wang, Q. (2016). Effects of time-dependent diffusion behaviors on the rumor spreading in social networks. *Physics Letters A*, *380*(24), 2054-2063.

Richardson GP, Pugh V. 1986. Introduction to System Dinamic Modelling with Dynamo. The MIT Press, Cambridge, Massachussete, and London, England.

SINAGA, L. P., KARTIKA, D., & NASUTION, H. (2021). *Pengantar Sistem Dinamik*. Amal Insani Publisher.

Tian, Y., & Ding, X. (2019). Rumor spreading model with considering debunking behavior in emergencies. *Applied Mathematics and Computation*, *363*, 124599.

Winanda, H. F. (2024). Analisis Kestabilan Model Matematika Dinamika Penyebaran Rumor melalui Media Sosial dan Verbal. *Journal Of Mathematics UNP*, 93-103.

Yao, Y., Xiao, X., Zhang, C., Dou, C., & Xia, S. (2019). Stability analysis of an SDILR model based on rumor recurrence on social media. *Physica A: statistical mechanics and its applications*, *535*, 122236.

Zhang, W., Deng, H., Li, X., & Liu, H. (2022). Dynamics of the Rumor-Spreading Model with Control Mechanism in Complex Network. *Journal of Mathematics*, *2022*(1), 5700374.

Zhao, L., Wang, J., Chen, Y., Wang, Q., Cheng, J., & Cui, H. (2012). SIHR rumor spreading model in social networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *391*(7), 2444-2453