Penerapan Matriks Leslie dalam Memproyeksi Jumlah dan Laju Pertumbuhan Populasi Perempuan di Kabupaten Karo

Neta Hebrina Br Ginting[1], Mulyono[2]
[1,2] Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
Coresponding Author: netahebrina@gmail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk memproyeksi jumlah dan laju pertumbuhan populasi perempuan di Kabupaten Karo menggunakan Matriks Leslie. Data yang digunakan adalah data jumlah penduduk perempuan dan kelahiran bayi perempuan yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) dan Dinas Kesehatan Kabupaten Karo periode 2019-2024.Populasi perempuan dikelompokkan dalam 16 interval umur dengan rentang 5 tahun, kemudian dihitung parameter tingkat kesuburan (a_i) dan ketahanan hidup (b_i) untuk membentuk Matriks Leslie. Proyeksi dilakukan untuk 2029 dan 2034 dengan interval 5 tahun, serta untuk periode lebih pendek (2 dan 3 tahun) sebagai pembanding. Nilai eigen dominan (λ_1) digunakan untuk menganalisis laju pertumbuhan, dan akurasi model diukur dengan Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Hasil penelitian menunjukkan bahwa model interval 5 tahun memberikan prediksi peningkatan populasi dengan nilai eigen dominan $\lambda_1 = 1{,}0106 > 1$, dimana jumlah perempuan diproyeksikan mencapai 225.731 jiwa pada tahun 2029 dan 238.901 jiwa pada tahun 2034. Sementara itu, model interval 2 dan 3 tahun memprediksi penurunan populasi dengan $\lambda_1 = 0{,}9133$ dan $0{,}9504 < 1$. Semua model menunjukkan akurasi sangat baik dengan nilai MAPE di bawah 10%, namun model interval 5 tahun dinilai lebih sesuai dan konsisten menggambarkan tren kenaikan populasi perempuan yang terjadi secara aktual di Kabupaten Karo. Simpulan penelitian ini adalah Matriks Leslie efektif untuk proyeksi jangka menengah di Kabupaten Karo, dengan rekomendasi penggunaan data interval panjang untuk hasil stabil.

Kata Kunci : Matriks Leslie; Proyeksi Populasi; Laju Pertumbuhan; Perempuan; Kabupaten Karo.

Abstract

This study aims to project the number and growth rate of the female population in Karo Regency using the Leslie Matrix. The data used are data on number of female residendts and female births from the Central Statistics Agency and the Karo Regency Health Office for the 2019-2024 period. The female population is grouped into 16 age intervals with a span of 5 years, then the fertility rate (a_i) and survival rate (b_i) parameters are calculated to form the Leslie Matrix. Projections are made for 2029 and 2034 with 5 year intervals, as well as for shorter periods (2 and 3 years) for comparison. The dominant eigenvalue (λ_1) is used to analyze the growth rate, and model accuracy is measured by the Mean Absulate Percentage Error (MAPE). The results show that the 5 year interval model predicts population growth with a dominant eigenvalue of $\lambda_1 = 1{,}0106 > 1$, where the number of women is projected to reach 225.731 in 2029 and 238.901 in 2034. Meanwhile, the 2 and 3 year interval model predict population decline with $\lambda_1 = 0{,}9133$ and $0{,}9504 < 1$. All models demonstrate excellent accuracy with MAPE values below 10%, but the 5 year interval model is considered more appropriate and consistent in depiciting the actual trend of female population growth in Karo Regency. The conclusion of this study is that the Leslie Matrix is effective for medium-term projections in Karo Regency, with the recommendation to use long interval data for stable results.

Keywords: Leslie Matrix, population projection, growth rate, women, Karo Regency.

Citation: Ginting, N. H., & Mulyono. (2025). Penerapan Matriks Leslie dalam Memproyeksi Jumlah dan Laju Pertumbuhan Populasi Perempuan di Kabupaten Karo. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 762 – 773.

PENDAHULUAN

Dalam perkembangan saat ini, kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi terjadi dengan sangat pesat sehingga memberikan pengaruh besar pada kehidupan manusia. Perubahan tersebut telah mengubah cara berpikir serta pola perilaku masyarakat menjadi lebih maju dan kompetitif dalam menghadapi dinamika kehidupan. Matematika memiliki peran penting dalam perkembangan zaman ini, karena hampir setiap aktivitas manusia berhubungan dengan matematika. Sebagai bidang ilmu yang terus mengalami perkembangan, matematika mempermudah penyelesaian berbagai permasalahan. Seiring dengan perkembangannya, matematika berperan penting dalam menghadapi dan menyelesaikan tantangan dalam kehidupan sehari-hari, termasuk tantangan yang berkaitan dengan permasalahan kependudukan. Salah satu tantangan yang tengah dihadapi masyarakat saat ini adalah masalah kependudukan. Penduduk adalah salah satu aset utama suatu daerah, namun jika pertumbuhannya tidak terkontrol dapat menimbulkan berbagai permasalahan, karena hal ini akan menyulitkan pemerintah dalam upaya meningkatkan kesejahteraan mayarakat (Anggreini & Cahyandaru, 2023). Permasalahan kependudukan di Indonesia telah memasuki tahap yang berpotensi mengganggu berbagai bidang kehidupan, seperti politik, sosial budaya, ekonomi, pertahanan dan keamanan, serta bidang lain yang berkaitan dengan pemanfaatan sumber daya alam dan lingkungan hidup, misalnya ketimpangan kepadatan penduduk, tingginya angka pengangguran dan tingginya pertumbuhan penduduk (Mulyono et al., 2021).

Perubahan jumlah dalam suatu populasi dipengaruhi oleh faktor-faktor internal dari populasi seperti kelahiran, kematian, dan tingkat ketahanan hidup. Perubahan populasi ini disebut dengan pertumbuhan populasi. Melalui pertumbuhan tersebut, bisa diketahui apakah jumlah populasi akan meningkat, menurun, atau tetap di tahun-tahun yang akan datang (Maryati & Supian, 2021). Pertumbuhan penduduk adalah peningkatan jumlah penduduk di suatu wilayah dalam periode waktu tertentu, yang dipengaruhi oleh jumlah kelahiran dan dikurangi oleh jumlah kematian pada semua kelompok umur (Pratiwi et al., 2023). Peningkatan jumlah penduduk perempuan turut berkontribusi pada tingginya tingkat kelahiran, karena perempuan memiliki peran yang penting dalam menentukan perkembangan penduduk di masa mendatang (Sugara, 2021). Dimana jumlah kelahiran perempuan atau kesuburan perempuan, merupakan faktor kunci dalam menentukan laju pertumbuhan penduduk. Jumlah penduduk dapat bertambah atau berkurang tergantung pada tingkat kesuburan. Tingkat kesuburan yang tinggi dapat menyebabkan peningkatan jumlah penduduk (Aldo et al., 2024).

Oleh karena itu, pengamatan terhadap pertumbuhan populasi perempuan menjadi hal yang penting dilakukan, agar peran perempuan tetap terlaksana dengan baik, dan pemerintah dapat mempertimbangkan kebijakan yang perlu diambil guna memastikan kesejahteraan masyarakat tetap terjaga di masa depan (Marizka et al., 2022). Selain itu, hal ini menjadi penting mengingat berbagai program pemerintah yang berfokus pada pemberdayaan dan perlindungan perempuan, sejalan dengan tujuan rencana pembangunan yang tercantum dalam RPJM 2005-2025 yaitu meningkatkan kualitas sumber daya manusia termasuk memperkuat peran perempuan dalam menjalankan proses pembangunan (Maryati & Supian, 2021).

Kabupaten Karo merupakan salah satu wilayah yang berada di Provinsi Sumatera Utara dengan kepadatan penduduk 193 jiwa/km^2. Saat ini, pertumbuhan penduduk di Kabupaten Karo cenderung meningkat setiap tahunnya. Menurut data yang dirilis oleh Badan Pusat Statistik (BPS) Kabupaten Karo pada tahun 2024, jumlah penduduk di Kabupaten Karo mencapai 426.471 jiwa, terdiri atas 211.536 jiwa laki-laki dan 214.935 jiwa perempuan. Data ini menunjukkan adanya peningkatan jumlah penduduk sebanyak 5.672 jiwa dibandingkan tahun sebelumnya. Selain itu, data tersebut juga memperlihatkan bahwa jumlah penduduk perempuan lebih banyak dibandingkan dengan penduduk laki-laki. Kondisi ini berbanding terbalik dengan situasi di tingkat nasional, dimana jumlah penduduk laki-laki justru lebih banyak dibanding jumlah penduduk perempuan. Perbedaan ini seharusnya menjadi perhatian pemerintah Kabupaten Karo untuk menyeimbangkan pertumbuhan penduduk berdasarkan jenis kelamin, mengingat pentingnya peran perempuan dalam perkembangan populasi dan perencanaan pembangunan (BPS Karo, 2025).

Namun, meskipun jumlah penduduk terus meningkat setiap tahun, laju pertumbuhannya justru menunjukkan tren penurunan. Hal ini seiring dengan menurunnya angka kelahiran dan meningkatnya jumlah kematian di Kabupaten Karo dalam beberapa tahun terakhir. Berdasarkan dari data Sensus Penduduk 2010, *Total Fertility Rate* (TFR) di Kabupaten Karo tercatat sebesar 3,02, yang menunjukkan angka kelahiran relatif tinggi. Namun, pada SP2020, angka kelahiran mengalami penurunan yaitu menjadi 2,35. Fenomena ini menunjukkan bahwa Kabupaten Karo sedang mengalami transisi demografi, dimana pertumbuhan populasi mulai melambat meskipun jumlah penduduk tetap bertambah setiap tahunnya (BPS Karo, 2023).

Selain fenomena demografi, faktor sosial juga turut berperan dalam mendorong pertumbuhan penduduk, salah satunya adalah pernikahan dini. Fenomena ini menjadi perhatian bagi pemerintah Kabupaten Karo, karena adanya lonjakan kasus pernikahan dini di Kabupaten Karo selama dua tahun terakhir.. Hal ini terlihat dari meningkatnya jumlah Permohonan Dispensasi Kawin di Pengadilan Agama Kabanjahe, dimana dalam rentang tahun 2020 hingga 2022 terjadi kenaikan sbesar 131% dibandingkan tahun sebelumnya (Saban et al., 2024). Peningkatan ini menunjukkan bahwa kebiasaan pernikahan dini masih cukup tinggi dan berdampak pada pola pertumbuhan penduduk. Dimana dengan adanya pernikahan di usia muda angka kelahiran akan cenderung tinggi karena rentang umur produktif dari perempuan tersebut cukup panjang untuk dapat melahirkan (Putri & Nurwati, 2024). Oleh karena itu, dinamika ini penting diperhatikan dalam perencanaan kependudukan, khususnya dalam memproyeksi jumlah dan laju pertumbuhan penduduk perempuan, karena semakin banyak perempuan yang memasuki usia reproduksi lebih awal, semakin besar kemungkinan adanya peningkatan jumlah dan struktur umur populasi perempuan dimasa depan, yang berdampak pada perencanaan pembangunan.

Oleh sebab itu, memproyeksi jumlah dan laju pertumbuhan populasi perempuan menjadi langkah penting dalam memahami dinamika penduduk dimasa depan. Proyeksi penduduk bukanlah suatu bentuk ramalan jumlah penduduk, melainkan hasil perhitungan ilmiah yang didasarkan pada asumsi-asumsi mengenai komponen-komponen pertumbuhan penduduk, seperti kelahiran, kematian, dan perpindahan. Ketiga komponen tersebut memiliki peranan penting dalam menentukan jumlah dan struktur umur penduduk di masa depan. Untuk merumuskan asumsi pada masing-masing

komponen, dibutuhkan yang menggambarkan tren dari masa lalu hingga saat ini, faktor-faktor yang mempengaruhi setiap komponen, hubungan antar komponen tersebut, serta tujuan yang hendak dicapai di masa yang akan datang (BPS Indonesia, 2023). Berbagai model dapat digunakan untuk menggambarkan pertumbuhan populasi seperti motode eksponensial, metode geometrik, metode *fuzzy time series*, dan salah satu metode yang sering dipakai oleh para ahli demografi adalah Model Leslie. Model ini menggunakan pendekatan matematika berupa matriks. Matriks Leslie ditemukan oleh P.H.Leslie, seorang ahli ekologi pada tahun 1945. Matriks ini memiliki karakteristik khusus, yaitu berbentuk persegi dengan baris pertama berisi tingkat kesuburan betina, subdiagonalnya mencakup tingkat ketahanan hidup betina, sementara entri lainnya bernilai nol (Anton & Rorres, 2004).

Matriks Leslie dapat menggambarkan secara keseluruhan dinamika pertumbuhan populasi dalam jangka waktu yang panjang. Pada model Leslie, faktor usia memiliki peran penting dalam mempengaruhi angka kelahiran dan kematian, dimana keduanya merupakan komponen yang saling berhubungan dan tidak bisa dipisahkan dari proses pertumbuhan penduduk. Selain itu, matriks Leslie hanya digunakan pada penduduk berjenis kelamin perempuan. Pertumbuhan penduduk dipengaruhi oleh berbagai faktor, diantaranya adalah tingkat kesuburan, tingkat ketahanan hidup, dan rentang umur. Faktor-faktor tersebut dapat menentukan tren 5 pertumbuhan penduduk di suatu daerah, yaitu jumlah penduduk akan bertambah, berkurang, atau stabil pada tahun berikutnya. Nilai eigen dan vektor eigen memiliki peran penting dalam menentukan dinamika penduduk dalam jangka waktu yang panjang, termasuk untuk melihat apakah jumlah penduduk mengalami peningkatan, penurunan, atau stabil. Nilai eigen digunakan untuk menggambarkan laju pertumbuhan penduduk, sedangkan vektor eigen menggambarkan stabilitas distribusi usia. Penduduk dikatakan meningkat jika nilai eigen positifnya lebih dari satu, sedangkan penduduk dikatakan menurun jika nilai eigen positifnya kurang dari satu, dan penduduk dikatakan stabil atau tetap jika nilai eigen positifnya sama dengan satu (Patty et al., 2024).

Beberapa penelitian telah dilakukan terkait dengan matriks Leslie, antara lain penelitian yang dilakukan oleh Maryati, dkk pada tahun 2021 mereka melakukan penelitian terkait penerapan matriks Leslie dan memperoleh hasil bahwa jumlah dan laju pertumbuhan penduduk perempuan di Jawa Barat tahun 2021 cenderung mengalami peningkatan. Selanjutnya penelitian Mayang dan Arnelis pada tahun 2021, dimana mereka mengaplikasikan matriks Leslie pada pemodelan jumlah populasi perempuan di Sumatera Barat. Berdasarkan penelitian diperoleh bahwa nilai eigen yang diperoleh < 1 (kurang dari satu) maka proyeksi untuk dua tahun selanjutnya mengalami penurunan dari tahun sebelumnya. Dan penelitian yang dilakukan oleh Mulyono, dkk pada tahun 2021 untuk memprediksi jumlah penduduk perempuan di Kota Medan 2025 menggunakan matriks Leslie. Berdasarkan penelitian diperoleh bahwa jumlah penduduk di Kota Medan pada tahun 2025 akan mengalami peningkatan. Ketiga penelitian itu memiliki hasil yang berbeda karena setiap daerah punya kondisi demografi yang berbeda. Ada daerah dengan angka kelahiran tinggi, jadi hasil proyeksinya meningkat, tapi ada juga daerah dengan kesuburan rendah dan penduduknya banyak yang usia tua, jadi hasilnya menurun. Seperti penelitian yang dilakukan oleh Mayang dan Arnelis hasilnya menunjukkan penurunan populasi hal ini disebabkan oleh tingkat kesuburan di wilayah tersebut rendah dan struktur penduduknya didominasi kelompok usia non-produktif. Jadi,perbedaan hasil itu bukan karena modelnya, tapi karena perbedaan data dan karakteristik penduduknya. Berdasarkan penjelasan diatas, pengamatan terhadap pertumbuhan populasi perempuan sangatlah penting, dan berbagai penelitian yang telah dilakukan menunjukkan bahwa matriks Leslie menjadi alat yang efektif untuk memproyeksi jumlah dan laju pertumbuhan penduduk. Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk mengangkat judul ”Penerapan Matriks Leslie dalam Memproyeksi Jumlah dan Laju Pertumbuhan Populasi Perempuan di Kabupaten Karo”.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan di Dinas Kesehatan Kabupaten Karo yang terletak di Jalan Kapten Selamat Ketaren, Padang Mas, Kec.Kabanjahe, Kabupaten Karo, Sumatera Utara 22111. Adapun waktu penelitian ini dilakukan selama kurang lebih 2 bulan. Jenis penelitian ini adalah penelitian kuantitatif, dimana penelitian kuantitatif adalah menemukan pengetahuan yang menggunakan data berupa angka sebagai alat menganalisis keterangan mengenai apa yang ingin diketahui. Data yang digunakan merupakan data sekunder, yang mencakup data jumlah penduduk perempuan Kabupaten Karo tahun 2019 sampai tahun 2024 serta data jumlah kelahiran bayi perempuan dari tahun 2019 sampai tahun 2024 yang diperoleh dari website Badan Pusat Statistik (BPS) dan Dinas Kesehatan Kabupaten Karo. Penelitian diawali dengan melakukan studi literatur untuk mempelajari tentang Matriks Leslie yang diaplikasikan untuk memperkirakan jumlah populasi perempuan baik berupa buku, jurnal dan artikel. Selanjutnya mengumpulkan data penelitian, adapun pengumpulan data penelitian didapatkan dari Badan Pusat Statistik Kabupaten dan Dinas Kesehatan Karo. Kemudian menentukan kelompok-kelompok umur dan membentuk model matriks Leslie. Proses pembentukan model matriks leslie

dan proyeksi populasi akan dilakukan untuk tiga skenariodata yang berbeda, yang berfungsi sebagai pembanding untuk menganalisis pemyesuaian model terhadap dinamika penduduk di Kabupaten Karo dengan skenario; skenario 1 (Interval 5 tahun) : menggunakan data periode 2019-2024; skenario 2 (Interval 3 tahun) : menggunakan data periode 2021-2024; dan skenario 3 (Interval 2 tahun) : menggunakan data periode 2022-2024. Langkah-langkah berikut akan diulang untuk skenario 2 dan 3 dengan penyusunan jumlah perempuan 2019 dan 2024 berdasarkan kelompok umur, pengelompokkan jumlah anak yang lahir pada tahun 2019 hingga 2024 berdasarkan kelompok umur, mencari nilai tingkat kesuburan perempuan (a_i) dan tingkat ketahanan hidup perempuan (b_i) dan mengelompokkannya berdasarkan kelompok umur dan membentuk matriks Leslie dari nilai (a_i) dan (b_i) yang telah didapat, dimana entri baris pertama matriks Leslie terdiri dari tingkat kesuburan pempuan (a_i) dan entri yang lain bernilai nol.

Tahapan selanjutnya menentukan nilai eigen dari matriks Leslie untuk memproyeksi laju pertumbuhan populasi menggunakan software Matlab. Dari nilai-nilai eigen dicari nilai eigen positif dengan 3 kasus; (1) jika diketahui $\lambda_1 < 1$, maka populasi pada semua kelompok umur cenderung menurun; (2) jika diketahui $\lambda_1 = 1$, maka populasi pada semua kelompok umur cenderung tetap; dan (3) jika diketahui $\lambda_1 > 1$, maka populasi pada semua kelompok umur cenderung meningkat. Setelah menentukan nilai eigen maka dilanjutkan menghitung nilai *Mean Absolute Presentase Error* (MAPE) untung melihat keakuratan model dan analisis data, menganalisis hasil proyeksi populasi, termasuk tren pertumbuhan (meningkat, menurun, atau stabil), serta membandingkanhasil dan akurasi antar skenario untuk memahami penyesuaian model terhadap dinamika penduduk, serta di akhiri dengan penarikan kesimpulan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengelompokan umur dalam penelitian ini didasarkan pada data Badan Pusat Statistik (BPS) mengenai jumlah penduduk perempuan menurut kelompok umur. Masing-masing kelompok umur memiliki interval umur 5 tahun, dimulai dari usia 0-4 tahun, kemudian dilanjutkan dengan 5-9 tahun, dan seterusnya hingga kelompok umur terakhir yaitu 75 tahun ke atas, sehingga terdapat 16 kelompok umur yang digunakan dalam penelitian ini. Penelitian ini menggunakan data jumlah penduduk perempuan di Kabupaten Karo tahun 2019 dan 2024 yang telah dikelompokkan menurut kelompok umur. Data yang digunakan dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Populasi Perempuan di Kabupaten Karo Tahun 2019 sampai Tahun 2024

	Tahun					
Interval Umur	2019	2020	2021	2022	2023	2024
0-4	21.088	16.690	16.780	16.530	17.060	17.440
5-9	21.771	17.460	17.490	17.683	17.560	17.400
10-14	19.059	17.720	17.770	17.881	17.730	17.650
15-19	14.762	17.350	17.420	17.281	17.590	17.670
20-24	13.293	17.010	17.200	16.661	17.430	17.500
25-29	14.934	16.090	16.390	16.120	16.980	17.240
30-34	15.741	15.020	15.240	15.256	15.790	16.090
35-39	15.755	14.550	14.570	14.891	14.720	14.860
40-44	14.375	14.520	14.530	14.906	14.440	14.390
45-49	12.918	13.500	13.770	14.067	14.170	14.290
50-54	11.353	11.440	11.830	11.996	12.620	12.990
55-59	10.744	9.410	9.760	10.025	10.430	10.780
60-64	8.809	7.430	7.680	8.045	8.330	8.690
65-69	6.559	6.240	6.410	6.943	6.610	6.730
70-74	3.504	4.090	4.350	4.829	4.970	5.250
75+	4.602	5.430	5.510	6.280	5.770	5.970
Total	**209.267**	**203.940**	**206.700**	**209.394**	**212.200**	**214.940**

Vektor distribusi umur awal yang dinotasikan dengan $n(t)$ merupakan populasi pada waktu t = 0. Dalam penelitian ini, vektor distribusi umur awal berbentuk vektor kolom dengan setiap entrinya merupakan jumlah penduduk perempuan Kabupaten Karo tahun 2019 pada setiap kelompok umur (untuk interval 5 tahun), yaitu : Vektor $n(0)$ disebut vektor distribusi awal (*Initial age distribution vector*).

Berikut ini data jumlah penduduk perempuan mulai tahun 2019 dan2024 beserta data jumlah bayi perempuan yang lahir diantara tahun 2019-2024 yang dikelompokkan berdasarkan perempuan yang melahirkan dengan interval umur 15-44 tahun. Jumlah kelahiran bayi tersebut diperoleh melalui perhitungan berdasarkan distribusi *Age Specific Fertility Rate* (ASFR) Kabupaten Karo hasil Long Form SP2020. Dalam penelitian ini, rentang usia subur dibatasi 15-44 tahun, pembatasan ini didasarkan pada data BPS Kabupaten Karo dari hasil Long Form SP 2020, yang menunjukkan bahwa

tingkat kelahiran tertinggi terjadi pada kelompok umur 25-29 tahun, dan secara umum berada dalam rentang usia 15-44 tahun.

Tabel 2. Populasi Perempuan dan Kelahiran Bayi (Perempuan) di Kabupaten Karo *Tahun 2019-2024*

Interval Umur	Jumlah Perempuan Tahun 2019	Jumlah Kelahiran Bayi Tahun 2019-2024	Jumlah Perempuan Tahun 2024
0-4	21.088	0	17.440
5-9	21.771	0	17.400
10-14	19.059	0	17.650
15-19	14.762	1.749	17.670
20-24	13.293	3.882	17.500
25-29	14.934	6.605	17.240
30-34	15.741	3.477	16.090
35-39	15.755	1.647	14.860
40-44	14.375	398	14.390
45-49	12.918	76	14.290
50-54	11.353	0	12.990
55-49	10.744	0	10.780
60-64	8.809	0	8.690
65-69	6.559	0	6.730
70-74	3.504	0	5.250
75+	4.602	0	5.970
Total	209.267	17834	214.940

Model matriks Leslie dapat digunakan untuk menghitung jumlah populasi perempuan dalam lima tahun ke depan. Model matriks Leslie adalah suatu matriks berbentuk persegi yang baris pertamanya berisi tingkat kesuburan perempuan (a_i), sedangkan entri diagonal merupakan tingkat ketahanan hidup perempuan (b_i). Berdasarkan data pada Tabel 4.3, akan dilakukan analisis untuk mencari nilai a_i dan b_i. Dimana a_i diadefenisikan sebagai tingkat kesuburan perempuan merupakan perbandingan antara jumlah perempuan yang dilahirkan dengan jumlah dalam kelompok umur ke-*i* pada tahun ke-*t*, dimana $a_i \geq 0$ untuk *i* = 1,2,...,*n*. Sementara itu, b_i didefinisakn sebagai tingkat ketahanan hidup yaitu perbandingan jumlah penduduk perempuan pada kelompok ke-*i*+1 di tahun ke-*t* dengan jumlah perempuan pada kelompok umur ke-*i* pada tahun ke-*t*-1, dimana $b_i > 0$ untuk = 1,2,...,*n*-1. Berikut merupakan langkah-langkah mencri nilai a_i dan b_i.

$$a_i = \frac{A_i}{n_i(t)} \qquad b_i = \frac{n_{i+1}(t+1)}{n_i(t)}$$

Sehingga diperoleh tabel 3, data tingkat kesuburan perempuan (a_i) dan tingkat ketahanan hidup perempuan (b_i) berdasarkan kelompok umur.

Tabel 3. Tingkat Kesuburan Perempuan dan Tingkat Ketahanan Hidup Perempuan

Kelompok Umur	a_i	b_i
0-4	0	0,8251
5-9	0	0,8107
10-14	0	0,9271
15-19	0,1185	1,1855
20-24	0,2920	1,2969
25-29	0,4423	1,0774
30-34	0,2209	0,9440
35-39	0,1045	0,9134
40-44	0,0277	0,9441
45-49	0,0059	1,0056
50-54	0	0,9495
55-59	0	0,8088
60-64	0	0,7640
65-69	0	0,8004
70-74	0	1,7038
75+	0	

Berdasarkan Tabel 3 tingkat kesuburan perempuan pada kelompok umur pertama hingga ketiga bernilai 0, sedangkan pada kelompok umur ke-4 bernilai 0,1185, dan seterusnya sampai kelompok umur ke-16 bernilai 0. Sementara itu, tingkat ketahanan hidup perempuan pada kelompokumur ke-1 sebesar 0,8251, kelompok umur ke-2 sebesar 0,8107, dan

seterusnya sampai kelompok umur ke-15 sebesar 1,7038. Dari Tabel 3diperoleh matriks Leslie yang berupa matriks persegi dengan ukuran 16×16 yang entri-entrinya terdiri dari tingkat kesuburan perempuan (a_i) di baris pertama dan tingkat ketahanan hidup perempuan (b_i) di baris diagonalnya. Berikut merupakan matriks Leslienya :

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}119 & 0{,}292 & 0{,}442 & 0{,}221 & 0{,}105 & 0{,}028 & 0{,}006 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}825 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}81 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}927 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}186 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}297 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}074 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}944 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}913 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}944 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}006 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}950 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}809 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}7640 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}800 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}704 & 0 \end{bmatrix}$$

Memproyeksi populasi perempuan menggunakan matriks Leslie dapat dihitung menggunakan persamaan 1

$$n(t+p) = L^p n(t) \quad (1)$$

Dimana; L: Matriks Leslie, yang berisi nilai tingkat kesuburan di baris pertama dan tingkat ketahanan hidup di subdiagonalnya; $n(t+p)$: Vektor populasi yang berisi hasil proyeksi populasi pada kelompok umur saat $(t+p)$; $n(t)$: Vektor populasi populasi awal (tahun ke-t); p : jumlah periode atau langkah waktu ke depan yang ingin di proyeksikan. Diketahui pada saat t = 0, jumlah penduduk perempuan pada tahun 2019 digunakan sebagai data populasi awal. Karena data ini digunakan untuk memproyeksi jumlah penduduk perempuan hingga tahun 2029, maka diperoleh p = 2. Dengan demikian, model pertumbuhan populasi perempuan di Kabupaten Karo untuk tahun 2029 dapat dirumuskan $n(t+p) = L^p n(t)$ dan diperoleh $n(2) = L^2 n(0)$.

$$n(2) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}119 & 0{,}292 & 0{,}442 & 0{,}221 & 0{,}105 & 0{,}028 & 0{,}006 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}825 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}811 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}927 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}186 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}297 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}074 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}944 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}913 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}944 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}006 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}950 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}809 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}764 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}800 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}704 & 0 \end{bmatrix}^2 \begin{bmatrix} 21.088 \\ 21.771 \\ 19.059 \\ 14.762 \\ 13.293 \\ 14.934 \\ 15.741 \\ 15.755 \\ 14.375 \\ 12.918 \\ 11.353 \\ 10.744 \\ 8.809 \\ 6.559 \\ 3.504 \\ 4.602 \end{bmatrix}$$

Sehingga $n(2) = 225.731$, Dari perhitungan di atas diperoleh proyeksi jumlah penduduk perempuan dari seluruh usia di Kabupaten Karo tahun 2029 dengan menjumlahkan seluruh kelas umur, maka diperoleh sebanyak 225.731 jiwa. Selanjutnya dilakukan diproyeksi jumlah penduduk perempuan pada tahun 2034, sehingga diperoleh p = 3. Dengan demikian, model pertumbuhan populasi perempuan di Kabupaten Karo untuk tahun 2034 menggunakan persamaan 1 diperoleh $n(3) = L^3 n(0)$. Data jumlah penduduk perempuan pada tahun 2019 dan 2024 beserta hasil proyeksi untuk tahun 2029 dan 2034 yang ditampilkan pada Tabel 4.5 menunjukkan bahwa jumlah penduduk perempuan mengalami kenaikan dan penurunan pada kelompok umur tertentu. Perubahan tersebut dapat dipengaruhi oleh berbagai faktor seperti kematian, perpindahan penduduk, dan lainnya.

Tabel 4 Proyeksi Jumlah Penduduk Perempuan Kabupaten Karo Tahun 2029 dan 2034

Kelompok Umur	Tahun		Proyeksi Jumlah Penduduk Perempuan	
	2019	2024	2029	2034
0-4	21.088	17.440	20.405	24.225
5-9	21.771	17.400	14.715	16.836
10-14	19.059	17.650	14.106	11.929
15-19	14.762	17.670	16.363	13.078
20-24	13.293	17.500	20.947	19.398
25-29	14.934	17.240	22.696	27.167
30-34	15.741	16.090	18.522	24.385
35-39	15.755	14.860	15.147	17.485
40-44	14.375	14.390	13.573	13.835

45-49	12.918	14.290	13.586	12.814
50-54	11.353	12.990	13.647	13.662
55-59	10.744	10.780	12.334	12.958
60-64	8.809	8.690	8.719	9.976
65-69	6.559	6.730	6.639	6.661
70-74	3.504	5.250	5387	5.314
75+	4.602	5.970	8.945	9.178
Jumlah	209.267	214.940	225.731	238.901

Laju pertumbuhan penduduk dapat diketahui melalui nilai eigen dari matriks Leslie. Nilai eigen matriks Leslie dapat menunjukkan bahwa laju pertumbuhan populasi cendrungan meningkat, menurun, atau stabil. Dengan bantuan perhitungan menggunakan aplikasi Matlab, maka diperoleh nilai eigen dari matriks Leslie adalah sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1{,}0106 \\ 0{,}4763 + 0{,}7685i \\ 0{,}4763 - 0{,}7685i \\ -0{,}3387 + 0{,}6259i \\ -0{,}3387 - 0{,}6259i \\ -0{,}7194 \\ -0{,}0334 + 0{,}3544i \\ -0{,}334 - 0{,}3544i \\ -0{,}2498 + 0{,}2581i \\ -0{,}2497 - 0{,}2581i \end{bmatrix}$$

Dari perhitungan menggunakan Matlab diperoleh nilai eigen positif dominan dari matriks Leslie, yaitu $\lambda_1 = 1{,}0106$. Nilai ini dipilih karena memiliki nilai mutlak terbesar di antara nilai eigen lainnya. Dari nilai eigen yang diperoleh $\lambda_1 > 1$, maka dapat disimpulkan bahwa jumlah populasi perempuan di Kabupaten Karo cenderung mengalami peningkatan atau dengan kata lain laju pertumbuhan populasi perempuan di Kabupaten Karo menunjukkan tren positif atau meningkat. Pertumbuhan populasi perempuan di Kabupaten Karo mempunyai peningkatan populasi dari masing-masing kelompok umur. Sehingga mempunyai sebuah vektor eigen x_1 yang bersesuaian dengan λ_1 dan seluruh entri-entrinya positif adalah sebagai berikut :

$$x_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{b_1}{\lambda_1} \\ \vdots \\ \frac{b_1 b_2 b_3 \dots b_{i-2}}{{\lambda_1}^{n-2}} \\ \frac{b_1 b_2 b_3 \dots b_{i-1}}{{\lambda_1}^{n-1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{0{,}8251}{1{,}0106} \\ \frac{0{,}8251 \cdot 0{,}8107}{(1{,}0106)^2} \\ \frac{0{,}8251 \cdot 0{,}8107 \cdot 0{,}9271}{(1{,}0106)^3} \\ \vdots \\ \frac{0{,}8251 \cdot 0{,}8107 \cdot \dots \cdot 0{,}8004}{(1{,}0106)^{14}} \\ \frac{0{,}8251 \cdot 0{,}8107 \cdot \dots \cdot 1{,}7038}{(1{,}0106)^{15}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0{,}816446 \\ 0{,}654950 \\ 0{,}600835 \\ 0{,}704819 \\ 0{,}904492 \\ 0{,}961594 \\ 0{,}898223 \\ 0{,}811832 \\ 0{,}758411 \\ 0{,}754659 \\ 0{,}709033 \\ 0{,}567451 \\ 0{,}428985 \\ 0{,}339758 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil vektor eigen dapat dilihat didalam limitnya untuk setiap satu juta penduduk perempuan yang berumur diantara 0-4 tahun akan ada 82% perempuan berumur 5-9 tahun, akan ada 65% perempuan yang berumur 10-14, akan ada 60% perempuan yang berumur 15-19%, dan seterusnya. Penelitian ini menggunakan nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) untuk mengukur tingkat kesalahan dalam memproyeksi jumlah penduduk perempuan di Kabupaten Karo 5 tahun ke depan. Berdasarkan perhitungan yang dilakukan pada aplikasi matlab diperoleh nilai MAPE sebesar 0,47%. Nilai MAPE yang lebih kecil daripada 10% maka metode yang digunakan layak. Sesuai dengan ketentuan umum yang menyatakan bahwa nilai *error* MAPE kurang dari 10% menunjukkan hasil yang sangat baik atau akurat. Berikut merupakan perhitungan nilai MAPE secara manual menggunakan persamaan 2 dan diperoleh tabel 5.

$$MAPE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{Y_i - \hat{Y}_i}{Y_i}\right| \times 100\% \quad (2)$$

Tabel 5. Hasil Perhitungan MAPE untuk Penduduk Perempuan tahun 2024

Kelompok Umur	Jumlah Penduduk Perempuan Tahun	Proyeksi Jumlah Penduduk Perempuan Tahun	MAPE
0-4	17.440	17.834	M_1 = 2,6%
5-9	17.400	17.400	M_2 = 0%
10-14	17.650	17.650	M_3 = 0%
15-19	17.670	17.670	M_4 = 0%
20-24	17.500	17.500	M_5 = 0%
25-29	17.240	17.240	M_6 = 0%
30-34	16.090	16.045	M_7 = 0,28%
35-39	14.860	14.860	M_8 = 0%
40-44	14.390	14.391	M_9 = 0,007%
45-49	14.290	13.571	M_{10} = 5,03%
50-54	12.990	12.990	M_{11} = 0%
55-59	10.780	10.780	M_{12} = 0%
60-64	8.690	8.690	M_{13} = 0%
65-69	6.730	6.730	M_{14} = 0%
70-74	5.250	5.250	M_{15} = 0%
75+	5.970	5.970	M_{16} = 0%
Jumlah	**214.940**	**214.570**	**0,49%**

Nilai MAPE yang dihitung baik secara manual maupun menggunakan matlab memiliki hasil yang sedikit berbeda, hal ini disebabkan oleh tingkat pembualatan angka atau cara matlab menghitung dengan presisi desimal yang lebih tinggi. Selain proyeksi menggunakan matriks Leslie dengan interval 5 tahun, penelitian ini juga melakukan proyeksi populasi perempuan di Kabupaten Karo menggunakan data dengan interval waktu lebih pendek, yaitu 3 tahun (2021-2024) dan 2 tahun (2022-2024). Hal ini bertujuan untuk memberikan gambaran yang lebih rinci dan terhadap perubahan demografi dalam jangka pendek.

Berdasarkan data jumlah penduduk perempuan tahun 2021 dan 2024, serta data kelahiran bayi perempuan dari tahun 2021-2024, diperoleh parameter tingkat kesuburan perempuan (a_i) dan parameter tingkat ketahanan hidup perempuan (b_i) untuk interval 3 tahun disajikan pada Tabel 6.

Tabel 6. Data Jumlah Penduduk Perempuan, Jumlah Kelahiran Bayi (Perempuan), a_i, dan b_i

Interval Umur	Jumlah Perempuan Tahun 2021	Jumlah Kelahiran Bayi (Perempuan) Tahun 2021-2024	Jumlah Perempuan Tahun 2024	a_i	b_i
0-4	16.780	0	17.440	0	1,0369
5-9	17.490	0	17.400	0	1,0091
10-14	17.770	0	17.650	0	0,9944
15-19	17.420	1.119	17.670	0,0642	1,0046
20-24	17.200	2.484	17.500	0,1444	1,0023
25-29	16.390	4.227	17.240	0,2579	0,9817
30-34	15.240	2.225	16.090	0,1460	0,9751
35-39	14.570	1.054	14.860	0,0723	0,9876
40-44	14.530	255	14.390	0,0175	0,9835
45-49	13.770	49	14.290	0,0036	0,9434
50-54	11.830	0	12.990	0	0,9112
55-59	9.760	0	10.780	0	0,8904
60-64	7.680	0	8.690	0	0,8763
65-59	6.410	0	6.730	0	0,8190
70-74	4.350	0	5.250	0	1,3724
75+	5.510	0	5.970	0	

Berdasarkan nilai a_i dan b_i pada Tabel 6, maka matriks Leslie interval 3 tahun dibentuk seperti pada matrik B. Kemudian saat t = 0, jumlah penduduk perempuan pada tahun 2021 digunakan sebagai data populasi awal. Data ini digunakan untuk memproyeksi populasi perempuan pada tahun 2027 (p = 2), tahun 2030 (p = 3) hingga tahun 2036 (p = 5). Oleh karena itu, model persamaan pertumbuhan populasi perempuan di Kabupaten Karo untuk tahun 2027 hingga 2036 dengan persamaan 1 diperoleh n(2) = B^2n(0), n(3) = B^2n(0) .... n (5)=B^5n(0). Hasil proyeksi jumlah penduduk perempuan di Kabupaten Karo tahun 2027 sampai tahun 2036 disajikan pada Tabel 7.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}064 & 0{,}144 & 0{,}258 & 0{,}146 & 0{,}072 & 0{,}018 & 0{,}004 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1{,}037 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}009 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}994 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}005 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}002 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}982 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}975 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}988 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}984 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}943 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}911 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}890 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}876 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}819 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}372 & 0 \end{bmatrix}$$

Tabel 7. Proyeksi Jumlah Penduduk Perempuan Di Kabupaten Karo tahun 2027 sampai Tahun 2036

Interval Umur	Tahun		Proyeksi Jumlah Penduduk Perempuan			
	2021	2024	2027	2030	2033	2036
0-4	16.780	17.440	11.834	12.127	12.286	11.957
5-9	17.490	17.400	11.832	12.271	12.574	12.739
10-14	17.770	17.650	17.558	11.940	12.383	12.689
15-19	17.420	17.670	17.550	17.459	11.873	12.313
20-24	17.200	17.500	17.752	17.631	17.540	11.928
25-29	16.390	17.240	17.540	17.793	17.672	17.580
30-34	15.240	16.090	16.924	17.219	17.467	17.348
35-39	14.570	14.860	15.689	16.503	16.791	17.032
40-44	14.530	14.390	14.676	15.495	16.298	16.582
45-49	13.770	14.290	14.152	14.434	15.239	16.029
50-54	11.830	12.990	13.481	13.351	13.617	14.377
55-59	9.760	10.780	11.837	12.284	12.165	12.408
60-64	7.680	8.690	9.598	10.540	10.939	10.832
65-69	6.410	6.730	7.615	8.411	9.236	9.585
70-74	4.350	5.250	5.512	6.237	6.888	7.564
75+	5.510	5.970	7.205	7.564	8.560	9.454
Total	**206.700**	**214.940**	**210.757**	**211.259**	**211.526**	**210.417**

Berdasarkan hasil perhitungan menggunaka Matlab, nilai eigen dominan matriks Leslie dengan interval waktu 3 tahun adalah $\lambda_1 = 0{,}9504$, yang berarti populasi perempuan di Kabupaten Karo cenderung menurun. Dengan nilai MAPE 2,16% yang berarti proyeksi dengan interval waktu 3 tahun memiliki tingkat akurasi yang baik. Berdasarkan data jumlah penduduk perempuan tahun 2022 dan 2024, serta data kelahiran bayi perempuan dari tahun 2022-2024, diperoleh parameter tingkat kesuburan perempuan (a_i) dan parameter tingkat ketahanan hidup perempuan (b_i) untuk interval 2 tahun disajikan pada Tabel 8 berikut.

Tabel 8 Data Jumlah Penduduk Perempuan, Jumlah Kelahiran Bayi (Perempuan),a_i, dan b_i

Interval Umur	Jumlah Perempuan Tahun 2022	Jumlah Kelahiran Bayi (Perempuan) Tahun 2022-2024	Jumlah Perempuan Tahun 2024	a_i	b_i
0-4	16.530	0	17.440	0	1,0526
5-9	17.683	0	17.400	0	1,9981
10-14	17.881	0	17.650	0	0,9882
15-19	17.281	838	17.670	0,0485	1,0127
20-24	16.661	1.860	17.500	0,1116	1,0348
25-29	16.120	3.165	17.240	0,1963	0,9981
30-34	15.256	1.665	16.090	0,1091	0,9740
35-39	14.891	789	14.860	0,0530	0,9664
40-44	14.906	191	14.390	0,0128	0,9587
45-49	14.067	37	14.290	0,0026	0,9234
50-54	11.996	0	12.990	0	0,8986
55-59	10.025	0	10.780	0	0,8668
60-64	8.045	0	8.690	0	0,8365
65-59	6.943	0	6.730	0	0,7562
70-74	4.829	0	5.250	0	1,2363
75+	6.280	0	5.970	0	

Berdasarkan nilai a_i dan b_i pada Tabel 8, maka matriks Leslie interval 2 tahun Matriks A berikut.

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0{,}049 & 0{,}112 & 0{,}196 & 0{,}109 & 0{,}053 & 0{,}013 & 0{,}003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1{,}053 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1{,}998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}988 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}013 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}035 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}974 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}966 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}959 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}923 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}899 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}867 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}837 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}756 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1{,}236 & 0 \end{bmatrix}$$

Diketahui bahwa t = 0 merupakan populasi perempuan pada tahun 2022 sebagai data awal. Data tersebut digunakan untuk memproyeksi jumlah penduduk perempuan pada tahun 2026 (p = 2),tahun 2028 (p = 3), hingga tahun 2036 (p = 7). Dengan demikian, model pertumbuhan populasi perempuan di Kabupaten Karo untuk tahun 2026 dan 2028 dengan persamaan 1 diperoleh n(2) = A^2n(0), n(3) = A^3n(0)..... n(7) = A^7n(0). Hasil proyeksi jumlah penduduk perempuan di Kabupaten Karo tahun 2026-2036 disajikan pada Tabel 9.

Tabel 9 Proyeksi Jumla Penduduk Perempuan di Kabupaten Karo Tahun 2026 sampai Tahun 2036

Interval Umur	Proyeksi Jumlah Penduduk Perempuan					
	2026	2028	2030	2032	2034	2036
0-4	8.959	9.325	9.528	9.152	8.186	6.510
5-9	8.992	9.430	9.816	10.030	9.633	8.617
10-14	17.366	8.975	9.412	9.797	10.010	9.615
15-19	17.441	17.161	8.869	9.301	9.682	9.892
20-24	17.894	17.663	17.379	8.982	9.419	9.805
25-29	18.109	18.517	18.277	17.984	9.294	9.747
30-34	17.208	18.075	18.482	18.243	17.950	9.277
35-39	15.671	16.761	17.605	18.001	17.768	17.483
40-44	14.360	15.145	16.197	17.014	17.397	17.171
45-49	13.796	13.767	14.519	15.529	16.311	16.678
50-54	13.196	12.740	12.712	13.407	14.339	15.062
55-59	11.672	11.858	11.448	11.423	12.047	12.885
60-64	9.344	10.118	10.278	9.923	9.902	10.443
65-69	7.269	7.816	8.463	8.598	8.301	8.283
70-74	5.089	5.497	5.911	6.400	6.502	6.277
75+	6.491	6.291	6.796	7.307	7.912	8.038
Total	**202.858**	**199.138**	**195.694**	**191.090**	**184.654**	**175.783**

Berdasarkan hasil perhitungan menggunakan Matlab, nilai eigen dominan dari matriks Leslie dengan interval 2 tahun adalah $\lambda_1 = 0{,}9133$, yang berarti populasi perempuan di Kabupaten Karo cenderung menurun. Dengan nilai MAPE 3,19% yang berarti proyeksi dengan interval 2 tahun memiliki tingkat akurasi yang baik.

KESIMPULAN

Berdasarkan pada hasil dan pembahasan diatas, maka ditarik kesimpulan, model matriks Leslie dapat digunakan untuk memproyeksi jumlah dan laju pertumbuhan penduduk perempuan di Kabupaten Karo, baik dengan interval 5 tahun, 3 tahun maupun 2 tahun. Model dengan interval data 5 tahun (2019-2024) menunjukkan bahwa laju pertumbuhan populasi perempuan cenderung meningkat ($\lambda_1 = 1{,}0106 > 1$). Hasil proyeksi menujukkan peningkatan jumlah populasi perempuan dari 225.731 jiwa pada tahun 2029 menjadi 238.901 jiwa pada tahun 2034. Model dengan interval data 3 tahun (2021-2024) dan 2 tahun (2022-2024) menunjukkan bahwa laju pertumbuhan populasi perempuan cenderung menurun. Dimana pada interval 3 tahun diperoleh $\lambda_1 = 0{,}9504 < 1$ dan pada interval 2 tahun $\lambda_1 = 0{,}9133 < 1$. Hasil proyeksi menunjukkan penurunan jumlah populasi perempuan. Semua model matriks Leslie yang digunakan menunjukkan tingkat akurasi yang sangat baik, ditunjukkan oleh nilai *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE) masing-masing sebesar 0,47% untuk interval 5 tahun, 2,16% untuk interval 3 tahun, dan 3,19% untuk interval 2 tahun. Semua nilai MAPE ini berada di bawah 10%, hal ini menunjukkan bahwa model ini memiliki kemampuan yang baik dalam memproyeksi data. Adanya perbedaan proyeksi laju pertumbuhan antar variabel data menunjukkan bahwa model matriks Leslie sensitif terhadap rentang waktu data. Oleh sebab itu, pemilihan interval data sangat mempengaruhi hasil proyeksi.

Meskipun laju pertumbuhan penduduk di Kabupaten Karo menunjukkan tren penurunan, fakta bahwa jumlah penduduk perempuan di Kabupaten Karo terus mengalami peningkatan setiap tahunnya menjadi pertimbangan penting. Oleh karena itu, model dengan interval data 5 tahun yang memproyeksikan peningkatan populasi perempuan ($\lambda_1 > 1$) lebih konsisten dengan tren peningkatan jumlah populasi perempuan yang sedang terjadi. Proyeksi penurunan populasi perempuan dari model interval 2 tahun dan 3 tahun, meskipun memiliki nilai MAPE yang baik, tidak sejalan dengan tren peningkatan jumlah populasi perempuan saat ini. Oleh Karena itu, model dengan interval 5 tahun dianggap lebih akurat untuk memproyeksikan dinamika jumlah populasi perempuan di Kabupaten Karo.

DAFTAR PUSTAKA

Aldo, B., Tambunan, Y., Darayani, F., & Harahap, I. (2024). Hubugan Antara Feltilitas, Mortalitas dan Migrasi Terhadap Laju Pertumbuhan Penduduk di Indonesia. *MANTAP: Journal of Management Accounting, Tax and Production*.

Alviyonita, P., & Tanzil Furqon, M. (2020). Prediksi Pertumbuhan Jumlah Penduduk Kota Malang menggunakan Metode Average-based Fuzzy Time Series. *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer.* (Vol. 4, Issue 7). http://j-ptiik.ub.ac.id

Anggreini, D., & Cahyandaru, P. (2023). Penerapan Matriks Leslie pada Angka Kelahiran dan Harapan Hidup Wanita di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta. *Seminar Nasional Hasil Penelitian Dan Pengabdian Kepada Masyarakat 2023*.

Anton, H. (1995). *Aljabar Linear Elementer*. Jakarta : Erlangga.

Anton, H., & Rorrers, C. (2004). *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi Jilid 1*. Jakarta : Erlangga.

Anton, H., & Rorrers, C. (2004). *Aljabar Linear Elementer Versi Aplikasi Jilid 2*. Jakarta : Erlangga.

Atannur, J., Sulistyarini, S., & Anasi, P. T. (2023). Faktor Pertumbuhan Penduduk tahun 2016-2020 di Kecamatan Pontianak Kota. *LaGeografia*, *22*(1), 41. https://doi.org/10.35580/lageografia.v22i1.47659

Badan Pusat Statistik. (2023). *Pedoman Proyeksi Perhitungan Penduduk dan Angkatan Kerja*. Badan Pusat Statistik Indonesia.

Badan Pusat Statistik. (2024). *Kabupaten Karo dalam Angka 2024*. Badan Pusat Statistik Kabupaten Karo.

Badan Pusat Statistik. (2020). *Kabupaten Karo dalam Angka 2020*. Badan Pusat Statistik Kabupaten Karo.

Badan Pusat Statistik. (2023). *Proyeksi Penduduk Kabupaten/Kota Provinsi Sumatera Utara 2020-2035*. Badan Pusat Statistik Provinsi Sumatera Utara.

Dr. Adiwijaya. (2014). *Aplikasi Matriks dan Ruang Vektor*. Yogyakarta : Graha Ilmu.

Fatwa, M., Ristu, R., Pandiangan, S., & Supriyadi, E. (2022). Pengaplikasian Matlab Pada Perhitungan. *Papanda Journal of Mathematics and Sciences Research (PJMSR)*, 81–93.

Mantra, I. (2003). *Demografi Umum Edisi Ke 2*. Yogyakarta : Penerbit Pustaka Belajar.

Marizka, L., Prabowo, A., & Suganda, A. (n.d.). Konstruksi Matriks Leslie dan Sifat-sifatnya Serta Penerapannya Dalam Prediksi Jumlah dan Laju Pertumbuhan Populasi Perempuan Daerah Istimewa Yogyakarta Tahun 2025. *Prosiding Seminar Nasional Matematika Dan Terapannya (Senamantra)*, 207–220.

Maryati, A., & Supian, S. (2021). Application of the Leslie Matrix to Predict the Number and Growth Rate of Women in West Java 2021. *International Journal of Quantitative Research and Modeling*, *2*(1), 11–23. https://journal.rescollacomm.com/index.php/ijqrm/index

Mulyono, Mansyur, A., & Marpaug, F. (2021). Prediction of the number of Women Population in Medan City 2025 by using the Leslie Matrix. *Journal of Physics: Conference Series*, *1819*(1). https://doi.org/10.1088/1742-6596/1819/1/012014

Patty, D., Leleury, Z. A., & Popla, J. A. (2024). Leslie Matrix Construction and Its Properties In Predicting The Size Of The Female Population. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, *18*(1), 0637–0642. https://doi.org/10.30598/barekengvol18iss1pp0637-0642

Pratiwi, Y. D., Hidayati, N., Mariska, M., Sagita, S. I., & Gusaynsan, A. E. (2023). Aplikasi Matriks Leslie untuk Memproyeksi Jumlah Penduduk Perempuan dan Laju Pertumbuhan Penduduk di Kabupaten Banyumas Tahun 2027. *Proceedings Series on Physical & Formal Sciences*, *6*, 75–80. https://doi.org/10.30595/pspfs.v6i.855

Putri, D. S., & Nurwati, N. (2024). Fenomena Pernikahan Dini Serta Dampaknya Terhadap Pola Pola Pengasuh Anak. *Jurnal Ilmu Kesehatan Sosial HUMANITAS.*

Sabani, M., Tauhid, A., & Erma, Z. (2024). Pengaruh Undang-Undang Nomor 16 Tahun 2019 Tentang Perubahan Atas Undang-Undang Nomor 1 Tahun 1974Tentang Perkawinan Terhadap Perkara Permohonan Dispensasi Nikah (Studi Kasus Perkara Nomor 12/Pdt.P/2021/PA.KBJ Pada Pengadilan Agama Kabanjahe. *Jurnal Hukum & Hukum Islam*.

Seruni, D. S., Furqon, M. T., & Wihandika, R. C. (2020). Sistem Prediksi Pertumbuhan Jumlah Penduduk Kota Malang menggunakan Metode K-Nearest Neighbor Regression. *Jurnal Pengembangan Teknologi Informasi dan Ilmu Komputer*. (Vol. 4, Issue 4). http://j-ptiik.ub.ac.id

Sindi, & Permanasari, Y. (2022). Prediksi Populasi dengan Matriks Leslie untuk Pemetaan Pemberdayaan Perempuan. *Jurnal Riset Matematika (JRM)*, 25-32.

Siswanto, Hendri, A., & Indriani, W. (2022). Analisis Sistem Jaringan Pipa Distribusi SPAM Di Kecamatan Inuman Kabupaten Kuantan Singingi. *Jurnal Teknologi Dan Rekayasa Sipil*, *1*, 10–17.

Sugara, M. (2021). Matriks Leslie dan Aplikasinya pada Pemodelan Jumlah Populasi Perempuan di Sumatera Barat. *UNPjoMath* (Vol. 6).

Wijaya, U. I., & Nisfulaila, I. (2023). Analisis Implementasi Matriks dalam Estimasi Laju Pertumbuhan Populasi Wanita. *Jurnal Riset Matematika*, 101-109.