Desain Didaktis Tetrahedron melalui Model PBL Berbantuan Teknologi *GeoGebra* untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Abstraksi Siswa

Reni Rasnita Manurung[1*], KMA Fauzi[2]
[1,2,] Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
*Corresponding Author: renirasnita@mhs.unimed.ac.id

Abstrak

Penelitian ini dilatarbelakangi oleh rendahnya kemampuan berpikir abstraksi siswa pada materi statistika dan teridentifikasinya hambatan belajar yang bersifat epistemologis, ontogenik, dan didaktik. Penelitian bertujuan: (1) mengidentifikasi karakteristik hambatan belajar peserta didik ketika mengerjakan soal yang mengukur kemampuan berpikir abstraksi, (2) merancang desain didaktis tetrahedron melalui model Problem Based Learning (PBL) berbantuan GeoGebra berdasarkan hambatan yang ditemukan, dan (3) mengetahui keefektifan rancangan tersebut dalam meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa. Pendekatan yang digunakan adalah Design-Based Research (DBR) dengan tahapan prospektif, metapedadidaktik, dan retrospektif. Subjek penelitian adalah 28 siswa kelas XI Matlangraf di SMA Negeri 1 Percut Sei Tuan. Data dikumpulkan melalui tes diagnostik, tes identifikasi akhir, lembar observasi, angket respon siswa, dan wawancara guru. Hasil menunjukkan bahwa 10,71% siswa mengalami hambatan epistemologis, 22,62% mengalami hambatan ontogenik, dan 45,24% mengalami hambatan didaktik. Desain didaktis berbasis PBL dan GeoGebra efektif mengurangi hambatan tersebut dan meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi, dengan peningkatan terbesar pada indikator mengembangkan objek matematika ke tingkat lebih kompleks (71,43%), diikuti menyusun keterkaitan teori (45,24%) dan merepresentasikan masalah ke simbol matematika (35,71%); indikator identifikasi masalah (3,57%) dan manipulasi simbol (1,19%) masih memerlukan penguatan. Temuan non-tes (angket, observasi, penilaian guru) mendukung efektivitas rancangan; oleh karena itu disarankan penguatan aktivitas problem-posing serta latihan prosedural terarah dalam implementasi selanjutnya.
Kata kunci: berpikir abstraksi; desain didaktis; GeoGebra; Problem Based Learning; statistika.

Abstract

This study was motivated by the low level of students' abstract thinking in statistics and the identification of epistemological, ontogenic, and didactic learning obstacles. The objectives are: (1) to identify students' learning obstacles when solving problems that measure abstract thinking, (2) to design a tetrahedral didactic model using Problem Based Learning (PBL) assisted by GeoGebra based on identified obstacles, and (3) to determine the effectiveness of the design in improving students' abstract thinking. The study employed Design-Based Research (DBR) with prospective, metapedadidactic, and retrospective stages. The participants were 28 eleventh-grade students of Matlangraf at SMA Negeri 1 Percut Sei Tuan. Data were collected through diagnostic tests, final identification tests, observation sheets, student questionnaires, and teacher interviews. Findings indicated that 10.71% of students experienced epistemological obstacles, 22.62% ontogenic obstacles, and 45.24% didactic obstacles. The PBL-based didactic design assisted by GeoGebra effectively reduced these obstacles and enhanced abstract thinking, with the largest gains in developing mathematical objects to a higher level (71.43%), connecting theories (45.24%), and representing problems symbolically (35.71%); problem identification (3.57%) and symbolic manipulation (1.19%) still need reinforcement. Non-test evidence (questionnaires, observations, teacher ratings) corroborated the design's effectiveness; recommendations include strengthening problem-posing tasks and targeted procedural practice in future implementations.
Keywords: abstract thinking; didactic design; GeoGebra; Problem Based Learning; statistics.

Citation: Manurung, R. R., & Fauzi, K. M. A. (2025). Desain Didaktis Tetrahedron melalui Model PBL Berbantuan Teknologi GeoGebra untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Abstraksi Siswa. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 436 – 444.

PENDAHULUAN

Matematika merupakan disiplin ilmu fundamental yang memegang peran penting dalam perkembangan ilmu pengetahuan, teknologi, dan berbagai bidang terapan. Dalam dunia pendidikan, matematika tidak hanya dipandang sebagai kumpulan rumus dan prosedur, tetapi lebih jauh menjadi media untuk mengembangkan kemampuan berpikir logis, sistematis, kritis, dan abstrak pada peserta didik. Kemampuan-kemampuan ini menjadi modal intelektual yang diperlukan dalam menghadapi kompleksitas persoalan di era digital yang serba cepat. Pemahaman konsep matematika tidak hanya memungkinkan siswa menyelesaikan permasalahan numerik, namun juga menafsirkan fenomena dalam berbagai konteks, seperti kalkulus dalam fisika, probabilitas dalam biologi, maupun fungsi dalam ekonomi. Oleh karena itu, pembelajaran matematika harus menekankan pemahaman konsep dan pengembangan pola pikir tingkat tinggi, bukan sekadar penguasaan prosedural (Rezeqi, 2021).

Salah satu kemampuan kognitif penting dalam pembelajaran matematika adalah kemampuan berpikir abstrak. Kemampuan ini memungkinkan peserta didik untuk menggeneralisasi pola, memahami representasi simbolik, dan menganalisis hubungan antarkonsep yang tidak selalu tampak secara konkret. Dalam pembelajaran statistika, kemampuan berpikir abstrak menjadi sangat penting karena siswa tidak hanya diminta untuk menghimpun dan mengolah data, tetapi juga menafsirkan makna dari data tersebut dalam konteks tertentu. Konsep-konsep abstrak seperti distribusi data, variabilitas, kecenderungan sentral, dan *outlier* menuntut siswa untuk mampu melihat keterkaitan antara angka-angka dengan fenomena yang direpresentasikannya. Sejalan dengan Junaidi *et al.* (2020), penyelesaian masalah pada level kognitif tinggi memerlukan kemampuan mengenali pola, membangun generalisasi, dan menghubungkan konsep—semuanya merupakan inti dari kemampuan berpikir abstraksi.

Di era digital saat ini, kemampuan memahami dan menganalisis data bukan lagi kompetensi tambahan, melainkan kebutuhan dasar. Informasi dalam hampir semua sektor kehidupan—ekonomi, kesehatan, pendidikan, teknologi—dikembangkan berdasarkan data. Oleh karena itu, penguasaan statistika pada tingkat sekolah menengah menjadi sangat penting sebagai fondasi literasi data. Namun, pembelajaran statistika memiliki tantangan tersendiri karena materi ini menuntut kemampuan abstraksi yang cukup tinggi. Siswa tidak hanya diminta menguasai prosedur perhitungan *mean*, median, dan modus, tetapi juga memahami makna statistiknya, memilih ukuran pemusatan yang tepat, serta menginterpretasikan data dalam berbagai bentuk visual seperti diagram, grafik, maupun tabel.

Sayangnya, proses pembelajaran statistika di sekolah masih banyak menghadapi hambatan. Berdasarkan temuan observasi dan wawancara pada 14 November 2024 di SMA Negeri 1 Percut Sei Tuan, sebagian besar siswa menunjukkan kemampuan berpikir abstrak yang rendah hingga sedang. Dari 28 siswa yang mengikuti tes diagnostik, hanya 12,5% yang memperoleh hasil memuaskan, sementara sisanya berada pada kategori cukup dan kurang. Analisis indikator menunjukkan bahwa meskipun siswa cukup menguasai pengontrolan variabel (63,64%) dan penalaran proporsional (57,58%), mereka masih mengalami kesulitan pada penalaran probabilistik (12,12%), penalaran korelasional (45,45%), dan penalaran kombinatorial (42,42%). Kesulitan-kesulitan tersebut mengindikasikan adanya hambatan dalam menginterpretasikan data visual serta dalam menghubungkan hasil perhitungan dengan konteks nyata, yang seluruhnya memerlukan kemampuan berpikir abstraksi.

Fenomena ini sejalan dengan penelitian sebelumnya. Nihayah (2021) menemukan bahwa siswa SMA masih menghadapi kesulitan dalam menghubungkan representasi simbolik dengan fenomena abstrak, khususnya dalam materi geometri. Demikian juga Sutrisna *et al.* (2022) melaporkan bahwa meskipun siswa berada pada tahap abstraksi reflektif menurut teori Piaget, mereka tetap memerlukan dukungan berupa media visual dan kegiatan eksploratif untuk mengembangkan kemampuan abstraksinya. Minimnya pengalaman belajar yang menantang secara kognitif menyebabkan siswa kesulitan mengaitkan konsep statistika dengan representasi visual dan simbolik. Selain itu, Dewanti dan Komala (2023) mengungkapkan bahwa pembelajaran matematika di sekolah masih bersifat mekanistik dan berpusat pada guru sehingga menghambat perkembangan kemampuan konseptual siswa.

Selain hambatan epistemologis, kesulitan siswa juga berkaitan dengan hambatan ontogenik dan didaktik. Brousseau (dalam Fauzi & Prasetyo, 2021) menjelaskan bahwa hambatan ontogenik muncul akibat keterbatasan perkembangan kognitif siswa, sedangkan hambatan didaktik muncul karena cara guru mengajar belum sepenuhnya selaras dengan kebutuhan belajar siswa. Observasi di SMA Negeri 1 Percut Sei Tuan menunjukkan bahwa penggunaan metode ceramah masih dominan dan minim eksplorasi. Siswa lebih banyak mengerjakan soal latihan daripada mengeksplorasi hubungan konsep, sehingga kesempatan untuk mengembangkan kemampuan berpikir abstraksi menjadi sangat terbatas. Salah satu cara untuk mengatasi hambatan tersebut adalah dengan memanfaatkan teknologi pembelajaran modern seperti *GeoGebra*. *GeoGebra* memungkinkan visualisasi konsep-konsep matematika secara dinamis dan interaktif, sehingga membantu siswa memahami keterkaitan antara representasi simbolik dan representasi visual. Penelitian Mahardhika dan Nurjanah (2024) menunjukkan bahwa penggunaan *GeoGebra* dalam pembelajaran berbasis masalah mampu meningkatkan pemahaman konsep matematis dan partisipasi aktif siswa. Dengan visualisasi dinamis, siswa dapat melihat perubahan grafik dan data secara langsung serta mengeksplorasi hubungan antar variabel. Hal ini sejalan dengan kebutuhan pembelajaran statistika yang memerlukan pemahaman terhadap distribusi data dan pola-pola dalam data.

Model *Problem Based Learning* (PBL) juga telah terbukti mampu meningkatkan kemampuan berpikir kritis dan abstrak melalui penyajian masalah nyata yang menuntut analisis, refleksi, dan investigasi. Dalam konteks statistika, PBL memberikan kesempatan bagi siswa untuk memecahkan masalah berdasarkan data nyata, menganalisis pola, dan menarik kesimpulan berdasarkan bukti. Ketika digabungkan dengan media visual seperti *GeoGebra*, PBL tidak hanya

meningkatkan keterlibatan siswa, tetapi juga memperkuat kemampuan mereka dalam memahami representasi data. Kombinasi ini memberikan pengalaman belajar yang lebih kaya karena siswa dapat melihat hubungan antara data konkret dan representasi abstrak secara langsung. Sementara itu, konsep desain didaktis menawarkan kerangka teoretis yang dapat membantu guru merancang pembelajaran yang lebih adaptif dan efektif. Menurut Suryadi (2020), desain didaktis terdiri dari tiga phase utama: analisis prospektif, metapedadidaktik, dan analisis retrospektif. Melalui pendekatan ini, guru dapat mengidentifikasi hambatan belajar, memprediksi respons siswa, dan merancang antisipasi didaktis untuk memastikan pembelajaran berjalan efektif. Pendekatan ini sangat sesuai diterapkan pada materi statistika yang bersifat abstrak dan sering menimbulkan kesulitan bagi siswa.

Kajian literatur terdahulu menunjukkan bahwa meskipun berbagai penelitian telah dilakukan mengenai PBL, *GeoGebra*, maupun desain didaktis, penelitian yang mengintegrasikan ketiganya dalam satu kerangka pembelajaran masih relatif terbatas. Selain itu, sebagian besar penelitian tentang desain didaktis difokuskan pada materi geometri atau aljabar, bukan pada statistika. Padahal, statistika merupakan bidang yang sarat dengan kebutuhan visualisasi dan interpretasi data yang kompleks. Oleh karena itu, pengembangan desain didaktis berbentuk tetrahedron melalui model PBL berbantuan *GeoGebra* dapat menjadi inovasi penting dalam pembelajaran statistika. Kebaruan ilmiah *(scientific novelty)* dari artikel ini terletak pada integrasi tiga komponen utama: desain didaktis berbentuk tetrahedron, model *Problem Based Learning*, dan penggunaan teknologi *GeoGebra*. Desain didaktis tetrahedron menempatkan empat elemen pembelajaran—guru, siswa, materi, dan teknologi—dalam satu struktur yang saling terhubung. Integrasi ini memungkinkan pembelajaran berlangsung secara lebih adaptif karena setiap elemen dapat saling mendukung dalam mengembangkan pemahaman siswa. Selain itu, penggunaan *GeoGebra* sebagai media visual memungkinkan siswa membangun pemahaman abstrak secara bertahap melalui representasi visual dan eksplorasi langsung. Dengan demikian, artikel ini menawarkan kontribusi ilmiah yang relevan dalam pengembangan model pembelajaran matematika interaktif yang mampu meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa.

Berdasarkan latar belakang tersebut, permasalahan utama dalam penelitian ini dapat dirumuskan sebagai berikut: (1) siswa mengalami hambatan belajar dalam memahami konsep statistika, khususnya ukuran pemusatan data; (2) pembelajaran konvensional belum sepenuhnya mendukung pengembangan kemampuan berpikir abstraksi siswa; (3) belum terdapat desain didaktis yang mengintegrasikan model PBL dengan penggunaan *GeoGebra* untuk mengatasi hambatan belajar; dan (4) diperlukan pengembangan desain didaktis yang sistematis berdasarkan pendekatan *Didactical Design Research* (DDR) yang mampu meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa. Tujuan penelitian ini adalah untuk mengembangkan desain didaktis tetrahedron melalui model PBL berbantuan *GeoGebra* guna meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa pada materi statistika. Secara khusus, artikel ini bertujuan: (1) mengidentifikasi *learning obstacles* yang dialami siswa dalam mengerjakan soal-soal kemampuan berpikir abstraksi pada topik statistika; (2) merancang desain didaktis berbentuk tetrahedron berdasarkan hambatan belajar tersebut; dan (3) menganalisis keefektifan desain didaktis yang dikembangkan dalam meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan *Didactical Design Research* (DDR) yang dikembangkan oleh Suryadi (2020) sebagai kerangka metodologis utama. DDR dipilih karena memiliki karakteristik yang sesuai dengan tujuan penelitian, yaitu mengidentifikasi hambatan belajar *(learning obstacle)* siswa, mengembangkan desain didaktis yang mampu mengatasi hambatan tersebut, serta melakukan perbaikan desain secara berkelanjutan melalui analisis mendalam terhadap interaksi didaktis di kelas. Pendekatan ini menekankan keterkaitan erat antara teori belajar, analisis pembelajaran aktual, dan pengembangan desain pembelajaran yang adaptif. Dengan demikian, DDR memungkinkan peneliti mengkaji secara komprehensif bagaimana proses pembelajaran berlangsung dan bagaimana desain didaktis dapat mengakomodasi berbagai respons siswa. Penelitian dilaksanakan di SMA Negeri 1 Percut Sei Tuan, Kabupaten Deli Serdang, pada semester ganjil Tahun Ajaran 2025/2026. Sekolah ini dipilih karena memiliki karakteristik pembelajaran matematika yang representatif, fasilitas pendukung yang memadai, serta guru yang bersedia bekerja sama dalam implementasi desain didaktis.

Subjek penelitian adalah siswa kelas XI yang telah memperoleh materi statistika pada jenjang sebelumnya. Jumlah siswa adalah 28 orang, terdiri dari siswa dengan kemampuan matematika yang heterogen, mulai dari kategori rendah, sedang, hingga tinggi. Keheterogenan ini sesuai untuk penelitian DDR karena memungkinkan peneliti memetakan variasi hambatan belajar secara lebih akurat. Objek penelitian adalah desain didaktis berbentuk tetrahedron yang dikembangkan melalui model *Problem Based Learning* (PBL) dengan bantuan perangkat lunak *GeoGebra*. Desain ini berfokus pada materi

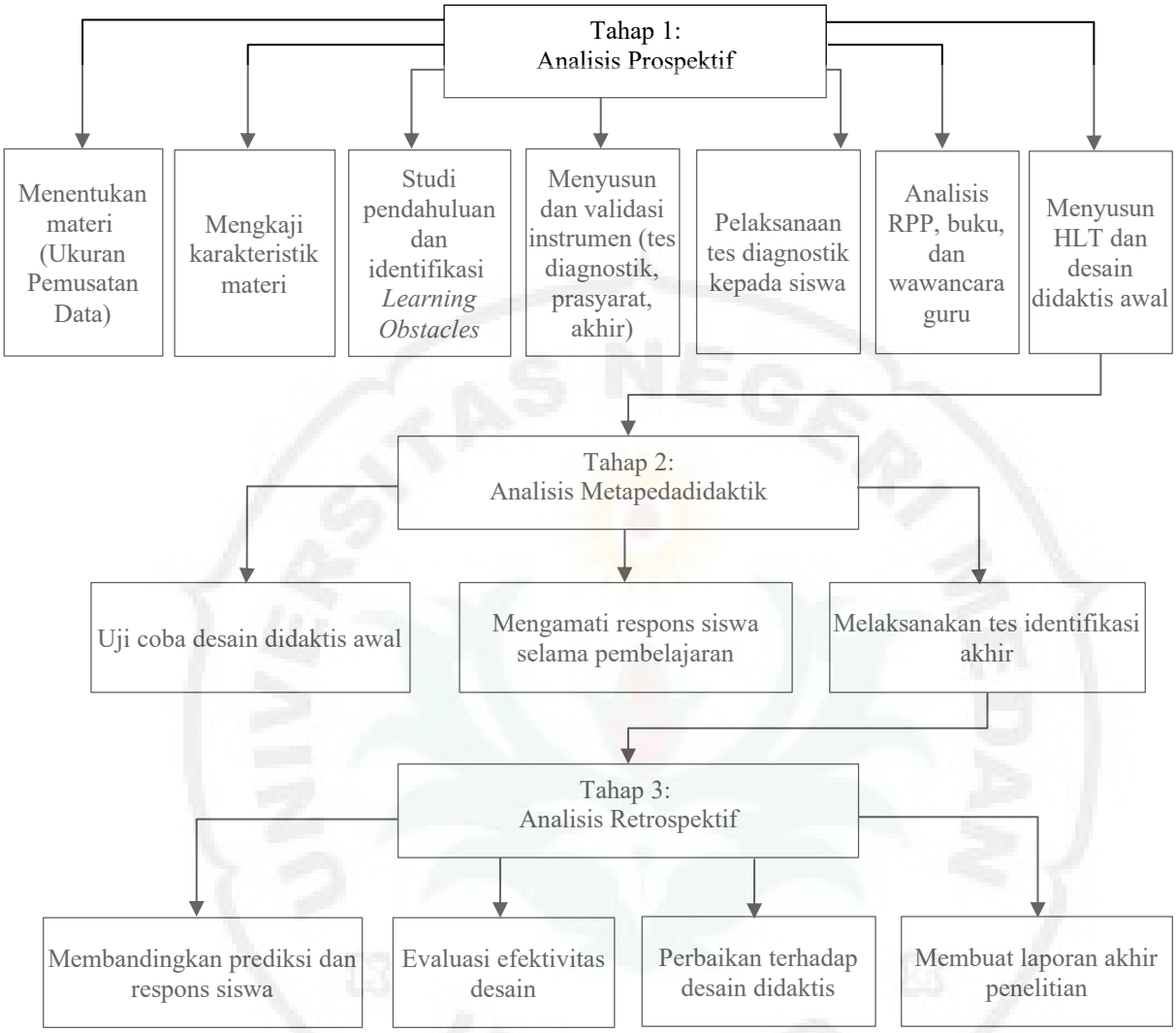
Ukuran Pemusatan Data, yang mencakup konsep *mean*, median, modus, serta interpretasi data dalam konteks dunia nyata.

Dalam paradigma penelitian kualitatif, peneliti berfungsi sebagai instrumen utama yang mengkoordinasikan keseluruhan proses, mulai dari perencanaan, pelaksanaan, observasi, analisis, hingga refleksi. Peneliti melakukan interpretasi langsung terhadap situasi belajar dan terlibat aktif dalam mengamati interaksi didaktis. Instrumen pendukung dalam penelitian ini meliputi; (a) Tes Diagnostik *Learning Obstacles* : digunakan pada tahap studi pendahuluan untuk mengidentifikasi hambatan epistemologis, ontogenik, dan didaktik. Tes disusun berdasarkan indikator kemampuan berpikir abstraksi Nurhasanah (2020) serta materi ukuran pemusatan data; (b) Tes Materi Prasyarat : bertujuan mengevaluasi kesiapan awal siswa terkait konsep-konsep fundamental seperti bilangan, operasi aljabar sederhana, interpretasi grafik dasar, dan pemahaman data. Tes prasyarat penting untuk melihat apakah hambatan yang muncul disebabkan oleh kurangnya fondasi pengetahuan; (c) Tes Identifikasi Akhir : digunakan setelah implementasi desain didaktis untuk mengukur perkembangan kemampuan berpikir abstraksi siswa dan perubahan *learning obstacle*; (d) Pedoman Wawancara : Wawancara semi-terstruktur dilakukan dengan guru dan siswa. Wawancara dengan guru menggali informasi mengenai metode pengajaran yang biasa digunakan, persepsi guru terhadap kesulitan siswa, serta kesiapan dalam menerapkan PBL dan *GeoGebra*. Wawancara siswa digunakan untuk mengonfirmasi penyebab hambatan belajar, persepsi mereka terhadap materi, dan pengalaman belajar selama uji coba desain; (e) Lembar Observasi : dilakukan selama pembelajaran untuk menilai respons siswa, keterlibatan dalam diskusi, penggunaan *GeoGebra*, serta efektivitas *scaffolding* guru. Observasi juga digunakan untuk mendokumentasikan proses metapedadidaktik; (f) Dokumentasi : berupa foto, video pembelajaran, hasil pekerjaan siswa, dan rekaman diskusi. Data dokumentasi menjadi bukti triangulasi dan memperkuat analisis penelitian. Semua instrumen divalidasi oleh ahli (dosen pembimbing dan validator eksternal) sebelum digunakan.

Pada tahap prospektif, penelitian diawali dengan analisis konseptual terhadap materi ukuran pemusatan data. Analisis ini mencakup struktur konsep, hubungan antar-konsep, potensi miskonsepsi, serta berbagai kesulitan umum yang sering dialami siswa dalam mempelajari materi tersebut. Berdasarkan kajian teori dan temuan lapangan, peneliti kemudian memetakan potensi learning obstacle yang dapat memengaruhi proses pembelajaran. Kegiatan pada tahap ini meliputi identifikasi learning obstacle melalui tes diagnostik, wawancara, dan observasi, serta analisis kurikulum yang berfokus pada Capaian Pembelajaran dalam Kurikulum Merdeka. Selanjutnya, peneliti menyusun Hypothetical Learning Trajectory (HLT) yang berisi prediksi respons siswa, kemungkinan kesulitan yang muncul, serta antisipasi didaktis yang dirancang untuk mengatasinya. Setelah itu, disusun desain didaktis awal dalam bentuk tetrahedron yang mengintegrasikan empat komponen utama, yaitu guru, siswa, materi, dan teknologi berupa GeoGebra. Tahap prospektif diakhiri dengan validasi desain oleh ahli serta revisi awal sebagai penyempurnaan sebelum desain diimplementasikan.

HLT memainkan peran penting dalam DDR karena berfungsi sebagai skenario pembelajaran yang membantu peneliti memprediksi pola interaksi dan mempersiapkan antisipasi didaktis yang tepat. Pada tahap metapedadidaktik, desain didaktis diterapkan secara langsung dalam pembelajaran di kelas. Guru bertindak sesuai skenario PBL yang dirancang, sementara peneliti mengamati dinamika pembelajaran. Fokus utama tahap ini adalah:mengamati interaksi didaktis antara guru–siswa–materi–teknologi, mencatat respons aktual siswa dan membandingkannya dengan prediksi HLT, mengidentifikasi kesulitan yang muncul selama pembelajaran, menilai efektivitas intervensi PBL dan *GeoGebra*, serta mengamati bagaimana hambatan epistemologis, ontogenik, dan didaktik muncul atau berkurang. Pada tahap ini pula peneliti melakukan tes identifikasi akhir, wawancara lanjutan, dan analisis perkembangan kemampuan berpikir abstraksi siswa berdasarkan indikator Nurhasanah (2020).

Kemudian tahap retrospektif merupakan bagian sentral dari DDR yang menghubungkan analisis prospektif dengan temuan metapedadidaktik. Pada tahap ini, peneliti membandingkan prediksi dalam HLT dengan respons aktual siswa selama pembelajaran. Aktivitas pada tahap retrospektif meliputi: menganalisis perkembangan kemampuan berpikir abstraksi, mengidentifikasi penurunan atau perubahan *learning obstacles*, menentukan bagian desain yang efektif dan bagian yang perlu diperbaiki, menyusun desain didaktis final yang lebih adaptif berdasarkan temuan aktual, serta membuat rekomendasi untuk implementasi selanjutnya. Tahap retrospektif memberi gambaran menyeluruh mengenai efektivitas desain, sekaligus memberikan dasar bagi penelitian lanjutan. Rangkaian metode kerja penelitian ini—mulai dari identifikasi hambatan hingga perbaikan desain didaktis—dirangkum dalam bagan tahapan DDR (Gambar 1), yang menggambarkan alur sistematis penelitian dalam menghasilkan desain didaktis tetrahedron yang efektif dan sesuai kebutuhan belajar siswa.



Gambar 1. Tahapan Penelitian Desain Didaktis

Analisis data dalam penelitian ini dilakukan dengan menggabungkan pendekatan kualitatif dan kuantitatif sederhana. Pada analisis kualitatif, model Miles & Huberman digunakan yang terdiri dari tiga tahap utama. Pertama, reduksi data, yang melibatkan pemilihan data relevan dari hasil observasi, wawancara, tes, dan dokumentasi. Kedua, penyajian data, di mana temuan-temuan disajikan dalam bentuk tabel, narasi, dan bagan untuk mempermudah pemahaman. Ketiga, penarikan kesimpulan dan verifikasi, yang berfokus pada menyimpulkan efektivitas desain pembelajaran serta perubahan learning obstacle yang dialami siswa. Selain itu, analisis jenis kesalahan seperti prosedural, konseptual, dan faktual digunakan untuk mengaitkan jawaban siswa dengan learning obstacle yang ditemukan. Di sisi lain, analisis kuantitatif digunakan untuk menghitung berbagai hal, seperti persentase hambatan belajar, ketuntasan prasyarat, peningkatan kemampuan berpikir abstraksi, respons siswa, aktivitas siswa, dan kemampuan guru. Perhitungan persentase dilakukan dengan menggunakan rumus Arikunto (2019). Untuk memastikan keabsahan data, triangulasi dilakukan dengan melibatkan triangulasi sumber, teknik, dan waktu. Metode triangulasi ini bertujuan untuk meningkatkan validitas hasil analisis yang diperoleh.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Bagian hasil dan pembahasan ini menyajikan temuan penelitian secara komprehensif berdasarkan tiga tahapan utama *Didactical Design Research* (DDR), yaitu tahap prospektif, metapedadidaktik, dan retrospektif. Analisis dilakukan secara mendalam dengan mengintegrasikan temuan kuantitatif dan kualitatif serta menghubungkannya dengan teori pembelajaran matematika dan penelitian terdahulu. Fokus utama pembahasan bukan sekadar uraian deskriptif mengenai angka hasil tes, melainkan makna ilmiah di balik data tersebut, sehingga menghasilkan temuan ilmiah *(scientific findings)* yang menjelaskan apa yang terjadi, mengapa hal tersebut dapat terjadi, dan bagaimana fenomena tersebut terkait dengan perkembangan kognitif maupun proses pembelajaran siswa.

Hasil tes diagnostik menunjukkan bahwa siswa mengalami tiga kategori hambatan belajar utama, yaitu hambatan epistemologis, ontogenik, dan didaktik. Dari ketiganya, hambatan didaktik muncul sebagai jenis hambatan yang paling dominan. Persentase hambatan didaktik mencapai 45,24%, jauh lebih tinggi dibandingkan hambatan ontogenik dan epistemologis. Tingginya dominasi hambatan didaktik memberikan indikasi bahwa kesulitan siswa bukan semata-mata disebabkan oleh kelemahan individu, tetapi berkaitan erat dengan kualitas pembelajaran yang diterima siswa sebelumnya.

Temuan ilmiah yang paling penting pada bagian ini adalah bahwa pembelajaran statistika di kelas cenderung bersifat prosedural. Siswa terbiasa mengikuti langkah perhitungan *mean*, median, atau modus tanpa memahami alasan konseptual di balik penggunaan ukuran tertentu. Pengetahuan yang bersifat prosedural tersebut bersifat inert; dapat direproduksi ketika konteks soal terstruktur, tetapi tidak dapat digunakan ketika siswa diminta menginterpretasikan data dalam situasi dunia nyata. Minimnya representasi visual dalam pembelajaran sebelumnya menjadi penyebab utama mengapa siswa tidak mampu menghubungkan distribusi data dengan ukuran pemusatan. Tanpa dukungan bentuk visual seperti grafik dan plot data, pemahaman siswa menjadi terfragmentasi dan tidak terstruktur, sehingga mereka gagal melihat keterkaitan antara data dan konsep matematis yang menyertainya. Temuan ini sejalan dengan Purnama *et al.* (2020), yang menyatakan bahwa pembelajaran statistika di Indonesia masih dominan mekanistik. Buku ajar dan metode pengajaran sering berfokus pada rumus dan langkah hitung, bukan pada interpretasi dan pemaknaan data. Dengan demikian, siswa mengetahui "bagaimana menghitung", tetapi tidak memahami "mengapa itu dihitung".

Di sisi lain, hambatan epistemologis muncul terutama dalam konteks kemampuan siswa membedakan fungsi *mean*, median, dan modus, menentukan ukuran pemusatan paling representatif, serta menafsirkan efek *outlier*. Hal ini menunjukkan bahwa pengetahuan siswa belum tersusun dalam kerangka yang jelas sehingga hubungan antar konsep belum sepenuhnya terbentuk. Konsep-konsep statistika berdiri sendiri dalam ingatan siswa dan tidak membentuk jaringan konseptual yang utuh. Kesulitan ini juga muncul karena sifat konsep statistika yang relatif, bukan absolut. Misalnya, ukuran pemusatan yang sesuai tidak selalu sama untuk semua jenis data, sehingga diperlukan penalaran teoretis untuk menentukan ukuran yang tepat. Ketidakstabilan struktur konseptual inilah yang menyebabkan hambatan epistemologis muncul secara berulang. Sementara itu, hambatan ontogenik mencerminkan kondisi di mana sebagian siswa belum sepenuhnya berada pada tahap operasional formal menurut Piaget. Hal ini menyebabkan kesulitan dalam membuat generalisasi, memahami dampak perubahan satu nilai terhadap distribusi data secara keseluruhan, serta mengidentifikasi pola dan karakteristik distribusi, termasuk *skewness*. Temuan ini mendukung penelitian Sutrisna *et al.* (2022), yang menjelaskan bahwa meskipun siswa SMA sudah memasuki tahap abstraksi reflektif, mereka tetap membutuhkan dukungan berupa visualisasi dan aktivitas konkret yang dapat membantu mereka membangun pemahaman konsep abstrak secara bertahap.

Desain didaktis yang dikembangkan dalam penelitian ini mengintegrasikan empat elemen pembelajaran utama dalam bentuk struktur tetrahedron, yaitu guru, siswa, materi, dan teknologi. Model *Problem-Based Learning* (PBL) digunakan sebagai kerangka pedagogis untuk memfasilitasi pemecahan masalah autentik, sedangkan *GeoGebra* berperan sebagai media visualisasi interaktif. Implementasi desain didaktis menunjukkan perubahan signifikan pada dinamika pembelajaran. *GeoGebra* terbukti mempercepat proses abstraksi siswa karena menyediakan representasi visual dinamis. Ketika siswa mengubah satu nilai dalam kumpulan data, mereka dapat melihat perubahan *mean* atau median secara langsung melalui visualisasi grafik. Hal ini mengubah sifat pembelajaran dari sekadar menghitung menjadi memahami hubungan sebab-akibat antara data dan ukuran pemusatan. Visualisasi juga membantu siswa mengenali pola seperti distribusi miring, keberadaan outlier, maupun penyebaran data. Proses ini mendukung tahap interiorisasi menurut Piaget, di mana pengalaman konkret melalui grafik membantu siswa membentuk representasi mental yang lebih abstrak.

Model PBL turut berperan mengurangi hambatan epistemologis. Ketika siswa dihadapkan pada masalah nyata, mereka terdorong untuk bertanya, merumuskan hipotesis, menguji beberapa konsep, dan memberikan argumentasi atas pilihan ukuran pemusatan tertentu. Situasi pembelajaran tersebut menuntut kemampuan *reasoning* tingkat tinggi, sehingga siswa tidak lagi sekadar mengingat rumus, tetapi menalar secara matematis. Diskusi kelompok memperkuat konstruksi pengetahuan secara sosial, sebagaimana dijelaskan dalam teori Vygotsky, bahwa interaksi sosial dapat mempercepat perkembangan kognitif. Selain itu, guru menunjukkan peran penting dalam tahap metapedadidaktik. Melalui *scaffolding* berupa pertanyaan pemantik, klarifikasi konsep, pemberian contoh kontra, dan penyederhanaan masalah, guru membantu siswa bergerak dari zona perkembangan aktual menuju zona perkembangan proksimal (ZPD). *Scaffolding* yang tepat memungkinkan siswa mengatasi batasan kognitif awal yang menjadi penyebab munculnya hambatan ontogenik.

Peningkatan kemampuan berpikir abstraksi siswa terlihat jelas dari perbandingan antara hasil tes diagnostik awal dan tes identifikasi akhir. Hampir seluruh indikator kemampuan berpikir abstraksi meningkat, meskipun dengan tingkat peningkatan yang berbeda-beda. Indikator pertama—kemampuan merepresentasikan masalah ke dalam simbol matematis—mengalami peningkatan signifikan dari 50% menjadi 85,71%. Peningkatan ini terjadi karena *GeoGebra* membantu siswa menjembatani representasi verbal ke representasi simbolik. Representasi visual dalam bentuk grafik dan tabel membuat siswa lebih mudah menginterpretasikan masalah dan mengubahnya ke dalam simbol matematika.

Indikator kedua—kemampuan mengidentifikasi dan merumuskan masalah—menunjukkan peningkatan paling rendah. Meski meningkat dari 42,86% menjadi 46,43%, perkembangan ini masih tergolong kecil. Fenomena ini dapat dijelaskan secara saintifik melalui kultur pembelajaran matematika di Indonesia, yang cenderung bersifat *teacher-centered*. Siswa terbiasa menunggu arahan guru dan tidak terbiasa melakukan *problem posing* mandiri. Selain itu, kemampuan merumuskan masalah merupakan bagian dari kemampuan metakognitif yang tidak mudah berkembang hanya melalui interaksi konseptual. Sebaliknya, indikator ketiga—kemampuan mengembangkan objek matematika—mengalami peningkatan drastis dari 21,43% menjadi 92,86%. Ini merupakan peningkatan tertinggi. Mekanisme visualisasi dinamis pada *GeoGebra* memberi ruang eksplorasi yang luas bagi siswa untuk mengembangkan objek matematika, misalnya dengan mengubah data dan mengamati perubahan statistik secara langsung. Dukungan model PBL yang memungkinkan diskusi dan penyelidikan membuat siswa mampu menyusun prosedur penyelesaian yang lebih kompleks.

Indikator keempat juga mengalami kenaikan signifikan karena siswa semakin mampu mengaitkan konsep satu dengan konsep lainnya dalam statistika. Melalui aktivitas perbandingan dan generalisasi, siswa dapat menyusun teori sederhana berdasarkan bukti visual maupun numerik. Indikator kelima, yaitu kemampuan manipulasi simbol, hanya mengalami peningkatan kecil. Hal ini dapat dipahami karena kemampuan manipulasi simbolik siswa sudah cukup kuat sejak awal. Selain itu, desain didaktis lebih difokuskan pada pengembangan pemahaman konseptual daripada latihan prosedural, sehingga peningkatan pada indikator ini cenderung minimal.

Setelah penerapan desain didaktis tetrahedron, seluruh jenis hambatan belajar menunjukkan penurunan. Hambatan dalam menentukan ukuran pemusatan yang tepat menurun dari 39,29% menjadi 25%. Hambatan dalam memahami *outlier* berkurang dari 19,05% menjadi 7,14%, dan hambatan dalam menginterpretasikan modus turun dari 42,86% menjadi 10,71%. Penurunan ini terjadi karena konsep statistika tidak lagi diajarkan secara abstrak, tetapi melalui kombinasi representasi visual, masalah kontekstual, dan eksplorasi. Visualisasi membuat konsep statistika tidak lagi "mengambang" di benak siswa. Penggunaan grafik dan simulasi konkret sebelum siswa diminta menarik kesimpulan abstrak membantu mengurangi hambatan ontogenik. Sementara itu, pembelajaran yang sebelumnya *teacher-centered* berubah menjadi *student-centered* berbasis masalah, sehingga hambatan didaktik dapat ditekan secara signifikan.

Respon siswa terhadap pembelajaran menunjukkan kecenderungan positif. Sebagian besar siswa merasa pembelajaran lebih menarik karena bersifat visual, interaktif, dan kontekstual. Siswa juga menjadi lebih aktif berdiskusi dan lebih mandiri dalam eksplorasi konsep melalui *GeoGebra*. Tingginya tingkat kenyamanan siswa dalam menggunakan teknologi menjadi bukti bahwa integrasi *GeoGebra* berhasil memfasilitasi pengalaman belajar yang lebih bermakna. Di sisi lain, kualitas implementasi guru berada pada kategori sangat baik. Hal ini penting karena keberhasilan model PBL dan penggunaan *GeoGebra* sangat bergantung pada kemampuan guru dalam memfasilitasi pembelajaran. Guru mampu memberikan *scaffolding* yang tepat dan mengelola dinamika diskusi kelompok sehingga proses konstruksi pengetahuan berjalan optimal. Integrasi seluruh temuan ilmiah dari tahap prospektif, metapedadidaktik, dan retrospektif menunjukkan bahwa desain didaktis tetrahedron yang dikembangkan dalam penelitian ini valid secara teoretis, praktis dalam implementasi, dan efektif dalam meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa. Desain ini secara signifikan mampu mengurangi hambatan belajar epistemologis, ontogenik, maupun didaktik. Seluruh hasil tersebut secara konsisten membuktikan hipotesis yang diajukan dalam penelitian.

KESIMPULAN

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan serta menguji efektivitas desain didaktis tetrahedron melalui model *Problem Based Learning* (PBL) berbantuan *GeoGebra* dalam meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa pada materi ukuran pemusatan data. Kesimpulan penelitian ini dirumuskan berdasarkan analisis prospektif, metapedadidaktik, dan retrospektif yang dilakukan secara sistematis dalam kerangka *Didactical Design Research* (DDR). Secara keseluruhan, hasil penelitian menunjukkan bahwa desain didaktis yang dikembangkan memiliki validitas teoretis dan keefektifan empiris dalam meningkatkan kualitas pembelajaran statistika serta mengurangi hambatan belajar siswa.

Pertama, penelitian ini mengungkapkan bahwa karakteristik hambatan belajar (*learning obstacles*) siswa pada materi ukuran pemusatan data terdiri atas tiga jenis hambatan: epistemologis, ontogenik, dan didaktik. Hambatan epistemologis muncul karena siswa belum mampu membedakan konsep dan fungsi *mean*, median, dan modus secara mendasar. Kesalahan ini bukan semata-mata kekeliruan prosedural, tetapi menunjukkan bahwa struktur kognitif siswa belum matang untuk memahami konsep abstrak yang bersifat relasional. Hambatan ontogenik disebabkan oleh kesiapan kognitif siswa yang belum optimal—khususnya dalam melakukan generalisasi, memahami peran *outlier*, dan menganalisis distribusi data secara reflektif. Sementara itu, hambatan didaktik menjadi hambatan paling dominan, terutama disebabkan oleh metode pembelajaran sebelumnya yang cenderung berpusat pada guru, bersifat mekanistik, kurang memberikan pengalaman eksplorasi, serta minim integrasi teknologi dan representasi visual. Temuan ini memperkuat urgensi pengembangan desain didaktis yang tidak hanya menekankan prosedur perhitungan, tetapi juga membangun pemahaman konseptual dan abstraksi matematis siswa.

Kedua, desain didaktis tetrahedron yang dikembangkan dalam penelitian ini terbukti valid, praktis, dan aplikatif. Desain ini mengintegrasikan empat komponen pembelajaran—guru, siswa, materi, dan teknologi—ke dalam sebuah struktur yang saling melengkapi. Model PBL dipilih sebagai landasan pedagogis karena mampu mengarahkan siswa untuk berfikir kritis, menyusun argumen, mengevaluasi data, serta membangun konsep melalui interaksi sosial dan penyelesaian masalah. Integrasi *GeoGebra* memberikan dukungan teknologi yang memungkinkan siswa memvisualisasikan data secara dinamis, mengeksplorasi hubungan antarvariabel, dan melihat dampak perubahan nilai data terhadap ukuran pemusatan secara langsung. Penggunaan teknologi ini terbukti mengurangi hambatan epistemologis dan ontogenik, karena representasi visual membantu siswa mengaitkan fenomena konkret dengan simbol dan konsep abstrak.

Selain itu, proses implementasi desain didaktis pada tahap metapedadidaktik menunjukkan bahwa guru mampu menjalankan skenario pembelajaran dengan baik, melakukan *scaffolding* secara tepat, dan memfasilitasi diskusi kelompok secara efektif. Kemampuan guru dalam memandu pembelajaran merupakan faktor penentu keberhasilan desain, mengingat PBL menuntut guru untuk berperan bukan sebagai penyampai informasi, tetapi sebagai fasilitator yang membimbing proses konstruksi pengetahuan siswa.

Ketiga, desain didaktis yang diimplementasikan terbukti efektif meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa pada hampir seluruh indikator. Peningkatan paling signifikan terjadi pada indikator mengembangkan objek matematika ke tingkat lebih kompleks, di mana siswa mampu menyusun prosedur analisis data yang lebih sistematis dan fleksibel dibandingkan sebelum intervensi. Peningkatan besar juga tampak pada indikator penyusunan teori terkait dan representasi matematis, menunjukkan bahwa kombinasi PBL dan *GeoGebra* memberikan pengalaman belajar yang mendukung penguatan abstraksi matematis tingkat tinggi. Representasi visual, diskusi kelompok, dan eksplorasi mandiri terbukti memfasilitasi proses internalisasi, generalisasi, dan refleksi konsep. Meski demikian, indikator identifikasi masalah dan manipulasi simbol menunjukkan peningkatan yang relatif kecil. Hal ini mengindikasikan bahwa keterampilan problem posing dan keterampilan prosedural tertentu membutuhkan intervensi tambahan berupa latihan terarah dan penguatan mekanisme metakognitif.

Keempat, temuan penelitian menunjukkan adanya penurunan signifikan pada ketiga jenis *learning obstacles* setelah implementasi desain didaktis. Hambatan epistemologis menurun karena konsep disajikan melalui representasi visual yang lebih bermakna. Hambatan ontogenik berkurang karena siswa diberi pengalaman konkret melalui simulasi dan eksplorasi data sebelum diminta melakukan abstraksi. Hambatan didaktik berkurang secara drastis karena pembelajaran tidak lagi bersifat prosedural, melainkan berbasis masalah yang mendorong siswa untuk melakukan analisis dan refleksi. Penurunan *learning obstacle* ini merupakan indikator kuat bahwa desain didaktis yang dikembangkan mampu mengakomodasi kebutuhan belajar siswa secara menyeluruh.

Secara keseluruhan, penelitian ini menegaskan bahwa desain didaktis tetrahedron berbasis PBL dan *GeoGebra* tidak hanya mampu meningkatkan kemampuan berpikir abstraksi siswa, tetapi juga secara nyata mengurangi hambatan belajar yang sebelumnya menghambat proses pembelajaran statistika. Desain ini memberikan lingkungan belajar yang adaptif, visual, eksploratif, dan kolaboratif, sehingga cocok diterapkan pada pembelajaran matematika yang menuntut kemampuan abstraksi tinggi.

Ke depan, penelitian lanjutan dapat memperluas penerapan desain ini pada topik statistika lainnya atau pada jenjang pendidikan yang berbeda. Penambahan aktivitas *problem posing*, latihan manipulasi simbol, serta integrasi asesmen formatif berbasis teknologi dapat memperkuat capaian pembelajaran dan mendukung stabilitas kemampuan abstraksi siswa. Dengan demikian, desain didaktis tetrahedron yang dikembangkan tidak hanya efektif dalam konteks

penelitian ini, tetapi juga berpotensi menjadi model pembelajaran alternatif yang dapat diadopsi oleh guru matematika secara luas.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada Dr. Kms. Muhammad Amin Fauzi, M.Pd. selaku dosen pembimbing yang telah memberikan arahan, bimbingan, dan masukan berharga selama proses penelitian dan penyusunan artikel ini. Ucapan terima kasih juga disampaikan kepada guru matematika serta peserta didik kelas XI SMA Negeri 1 Percut Sei Tuan yang telah berpartisipasi aktif dalam pelaksanaan uji coba desain pembelajaran. Selain itu, penulis menghargai dukungan dari Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan, yang telah memfasilitasi kegiatan penelitian ini hingga terselesaikan dengan baik.

DAFTAR PUSTAKA

Andani, A., Surya, E., & Syahputra, E. (2021). The effect of Problem Based Learning model on students' mathematical representation ability. *Journal of Mathematics Education*, 6(1), 12–20.

Arikunto, S. (2019). *Prosedur penelitian: Suatu pendekatan praktik*. Rineka Cipta.

Fauzi, K. M. A., & Prasetyo, Z. K. (2021). Analisis learning obstacle dalam pembelajaran matematika berdasarkan teori Brousseau. *Jurnal Pendidikan Matematika*, 15(2), 145–158.

Hakim, A. R., Munandar, A., & Rahmah, S. (2021). Pemanfaatan GeoGebra dalam pembelajaran matematika SMA. *Jurnal EduMat*, 9(1), 55–64.

Insani, R., & Kadarisma, G. (2020). The effect of Problem Based Learning on students' mathematical abstraction. *Infinity Journal*, 9(2), 123–134.

Junaidi, J., Nurkholis, N., & Hartati, S. (2020). Kemampuan generalisasi dan pola berpikir matematis siswa dalam pemecahan masalah. *Jurnal Numeracy*, 7(1), 45–55.

Mahardhika, D., & Nurjanah, E. (2024). Pengaruh integrasi PBL dan GeoGebra terhadap pemahaman konsep matematika siswa SMA. *Jurnal Cendekia: Jurnal Pendidikan Matematika*, 8(1), 99–112.

Maharani, Y., & Rokan, R. (2023). Penerapan model Student Facilitator and Explaining berbantuan mind mapping untuk meningkatkan pengetahuan konseptual matematika siswa. *AlphaMath*, 7(2), 88–96.

Musyrifah, M., Arifin, A., & Firmansyah, D. (2021). Pembelajaran berbasis masalah dalam meningkatkan kemampuan pemecahan masalah siswa. *Jurnal Gantang*, 6(2), 100–108.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Nihayah, L. (2021). Analisis kesulitan siswa SMA dalam mengaitkan simbol matematika dengan fenomena abstrak. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Sains*, 5(1), 33–40.

Nurhasanah, S. (2020). Kemampuan berpikir abstraksi matematis siswa dan implikasinya dalam pembelajaran. *Jurnal Riset Matematika*, 5(2), 220–230.

Purnama, R., Amelia, R., & Yuniati, S. (2020). Kualitas buku ajar statistika dan dampaknya terhadap literasi statistik siswa Indonesia. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*, 4(1), 55–70.

Rezeqi, M. (2021). Pengembangan kemampuan berpikir abstrak dalam pembelajaran matematika. *Pedagogia: Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 18(2), 140–150.

Suryadi, D. (2020). *Didactical Design Research (DDR) dalam pendidikan matematika*. Bandung: Rizqi Press.

Suryani, R. (2021). Penerapan representasi visual dalam pembelajaran statistika untuk meningkatkan abstraksi matematis siswa. *Jurnal Penelitian Pendidikan*, 21(3), 200–210.

Sutrisna, A., Ramdani, A., & Putri, M. (2022). Tahap abstraksi reflektif siswa berdasarkan teori Piaget pada pembelajaran matematika. *Jurnal Kajian Pembelajaran Matematika*, 6(1), 70–82.

Todorova, M. (2021). The role of dynamic geometry software in enhancing mathematical reasoning. *International Journal of Mathematical Education*, 12(4), 255–270.