Analisis Bifurkasi pada Model Lotka–Volterra Kompetitif untuk Persaingan Pangsa Pasar Sistem Operasi Seluler Android dan iOS di Indonesia

Handre Gabriel Pinem[1*], Tri Gustini Simorangkir[2], Santa Falare Sitanggang[3], Elizabeth Hutasoit[4], Hamidah Nasution[5], Alvi Sahrin Nasution[6]
[1,2,3,4,5,6] Matematika, Universitas Negeri Medan, Kota Medan, 20221, Indonesia
*Coresponding Author: handre_gabriel_pinem@mhs.unimed.ac.id

Abstrak

Penelitian ini mengkaji Analisis Bifurkasi Transkritis pada Model Lotka-Volterra Kompetitif untuk memahami dinamika persaingan pangsa pasar sistem operasi seluler Android dan iOS di Indonesia. Perkembangan pesat penggunaan smartphone menjadikan sistem operasi seluler sebagai komponen vital, dengan Android mendominasi pasar (sekitar 89,49% per Maret 2025), meskipun iOS mempertahankan loyalitas pengguna premium. Metode yang digunakan adalah pemodelan matematis dan analisis sistem persamaan diferensial Lotka-Volterra. Fokus utamanya adalah analisis bifurkasi transkritis untuk mengidentifikasi kondisi pertukaran kestabilan antar ekuilibrium akibat variasi koefisien interaksi kompetitif (δ dan η). Bifurkasi terjadi ketika αβ−δη=0, menyebabkan pergeseran dominasi. Hasil analisis menunjukkan bahwa nilai kritis bifurkasi untuk δ (kekuatan kompetitif Android) adalah δc≈18.65, jauh di atas nilai estimasi δ=0.00348. Hal ini mengindikasikan bahwa dominasi Android saat ini stabil. Simulasi numerik lebih lanjut memproyeksikan Android stabil pada ≈97.1%, sementara iOS menurun mendekati 0%. Peningkatan δ hingga δc akan menggeser pasar ke dominasi penuh Android (E_3), sedangkan peningkatan η (kekuatan kompetitif iOS) dapat menyebabkan dominasi iOS (E_2). Penelitian ini memberikan wawasan mengenai skenario kritis pergeseran dominasi pasar sistem operasi seluler di Indonesia.
Kata kunci: *Android; Bifurkasi; iOS; Lotka Volterra.*

Abstract

This research examines the Transcritical Bifurcation Analysis in the Competitive Lotka-Volterra Model to understand the market share competition dynamics between the Android and iOS mobile operating systems in Indonesia. The rapid growth of smartphone use has made mobile operating systems a vital component, with Android dominating the market (approximately 89.49% as of March 2025), although iOS maintains premium user loyalty. The methodology employed involves mathematical modeling and the analysis of the competitive Lotka-Volterra system of differential equations. The primary focus is on transcritical bifurcation analysis to identify the conditions under which an exchange of stability occurs between equilibria due to variations in the competitive interaction coefficients (δ and η). Bifurcation occurs when αβ−δη=0, leading to a shift in market dominance. The analysis results show that the critical bifurcation value for δ (Android's competitive strength) is δc≈18.65, which is significantly higher than the estimated value of δ=0.00348. This indicates that Android's current dominance is stable. Further numerical simulation projects that Android stabilizes at approximately 97.1%, while iOS declines to near 0%. An increase in δ up to δc would shift the market towards full Android dominance (E_3), whereas an increase in η (iOS's competitive strength) could lead to iOS dominance (E_2). This study provides insights into the critical scenarios for the potential shift in mobile operating system market dominance in Indonesia.
Keywords: Android; Bifurcation; iOS; Lotka Volterra.

Citation : Pinem, H. G., dkk. (2025). Analisis Bifurkasi pada Model Lotka–Volterra Kompetitif untuk Persaingan Pangsa Pasar Sistem Operasi Seluler Android dan iOS di Indonesia. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2025*. 48 - 55

PENDAHULUAN

Perkembangan penggunaan smartphone di Indonesia terus meningkat secara pesat, yang menyebabkan sistem operasi seluler menjadi komponen penting dalam kehidupan digital masyarakat. Berdasarkan data terbaru dari Statcounter Global Stats, Android menguasai sekitar 89,49% pangsa pasar OS seluler di Indonesia per Maret 2025, sedangkan iOS hanya sekitar 10,41% Faktor seperti harga perangkat, variasi produk dengan spesifikasi berbeda, dan akses ke jaringan layanan mempengaruhi dominasi Android.

© Jurusan Matematika - Universitas Negeri Medan

Dominasi tersebut meskipun signifikan, tetap diimbangi oleh loyalitas pengguna iOS terutama di segmen premium.

Model matematis yang relevan untuk mempelajari persaingan dua populasi—dalam hal ini Android dan iOS—adalah model Lotka–Volterra kompetitif. Model ini awalnya dikembangkan oleh Alfred Lotka dan Vito Volterra pada 1920-an untuk menggambarkan interaksi mangsa–pemangsa dalam ekologi, namun kemudian berkembang luas dalam bidang ekonomi dan teknologi. Beberapa penelitian terbaru menunjukkan bahwa model Lotka–Volterra kompetitif dapat digunakan untuk memahami dinamika persaingan antar entitas, termasuk dalam bidang teknologi digital(Maurer, Sebastian M. Huberman, 2007). Penelitian sebelumnya oleh Puspita dkk. (2024) telah mengaplikasikan model Lotka–Volterra kompetitif untuk menganalisis kestabilan pangsa pasar Android dan iOS di Indonesia. Hasilnya menunjukkan adanya empat titik ekuilibrium, dengan satu titik tidak stabil dan tiga titik lain bersifat stabil dengan syarat tertentu (Haning Puspita et al., 2024). Namun, penelitian tersebut terbatas pada analisis kestabilan tanpa mengeksplorasi perubahan dinamika sistem yang dapat muncul akibat variasi parameter, misalnya tingkat loyalitas pengguna atau intensitas persaingan.

Salah satu pendekatan yang relevan untuk melengkapi hal tersebut adalah analisis bifurkasi transkritis, yakni kondisi ketika terjadi pertukaran kestabilan antar titik ekuilibrium seiring dengan perubahan parameter. Dalam konteks persaingan pangsa pasar, bifurkasi transkritis dapat menggambarkan skenario ketika dominasi salah satu sistem operasi berpindah ke kompetitornya akibat faktor eksternal, seperti inovasi teknologi, perubahan regulasi, atau strategi pemasaran yang agresif. Penelitian terbaru oleh Branković & Mikić (2024) menunjukkan bahwa dalam sistem Lotka–Volterra kompetitif dua dimensi, bifurkasi transkritis muncul secara alami sebagai akibat perubahan parameter (Branković & Mikić, 2024). Studi lain oleh Danyang & Xianyi (2024) juga mendemonstrasikan terjadinya bifurkasi transkritis pada model predator–prey diskret dengan perilaku kawanan (Li & Li, 2024). Dengan demikian, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji Analisis Bifurkasi Transkritis pada Model Lotka–Volterra Kompetitif, sehingga diperoleh pemahaman lebih mendalam mengenai kemungkinan skenario pergeseran dominasi pangsa pasar Android dan iOS di Indonesia.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode pendekatan studi kepustakaan dan pemodelan matematis dengan membangun model Lotka–Volterra kompetitif untuk merepresentasikan interaksi antara pangsa pasar Android $x(t)$ dan iOS $y(t)$ di Indonesia. Tahapan penelitian meliputi rekonstruksi model dengan memperhatikan tingkat pertumbuhan intrinsik, kapasitas pembatas, serta interaksi kompetitif; penentuan titik ekuilibrium melalui penyelesaian sistem persamaan diferensial; analisis kestabilan dengan linearisasi menggunakan matriks Jacobian dan nilai eigen; serta analisis bifurkasi transkritis untuk mengidentifikasi kondisi pertukaran kestabilan antar ekuilibrium akibat variasi parameter. Data empiris berupa persentasi pengguna Android dan Ios di Indonesia (Juli 2021-Desember 2022) yang diperoleh dari StatCounter telah diestimasi menggunakan regresi nonlinear pada penelitian oleh Haning Puspita, dkk (2024). Selanjutnya, simulasi numerik dan visualisasi dinamika persaingan Android dan iOS dilakukan menggunakan perangkat lunak Python, sehingga hasil analisis dapat menunjukkan kestabilan maupun terjadinya bifurkasi transkritis pada model yang dikembangkan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini mengkaji interaksi persaingan antar sistem operasi seluler yang ada di Indonesia. Meskipun terdapat beberapa sistem operasi yang beredar, fokus utama diarahkan pada Android dan iOS karena keduanya memiliki jumlah pengguna yang jauh lebih besar dibandingkan sistem operasi lainnya. Selain itu, fluktuasi jumlah pengguna yang cukup signifikan menunjukkan bahwa tingkat persaingan antara Android dan iOS berlangsung cukup ketat. Untuk memodelkan dinamika tersebut, digunakan pendekatan Lotka–Volterra yang umumnya dipakai pada model mangsa–pemangsa. Model ini merepresentasikan interaksi

kompetitif dalam pasar sistem operasi seluler melalui sistem persamaan diferensial nonlinier. Sebagaimana pertama kali diperkenalkan oleh Alfred J. Lotka dan Vito Volterra pada tahun 1920, model ini digunakan untuk menggambarkan dinamika numerik dari dua populasi yang saling berinteraksi. Adapun defenisi parameter model yang digunakan adalah sebagai berikut; $x(t)$ = Persentase pengguna sistem operasi Android pada waktu t; $y(t)$ = Persentase pengguna sistem operasi iOS pada waktu t; α = Laju pertumbuhan intrinsik pengguna Android; β = Laju pertumbuhan intrinsik pengguna iOS; γ = Kapasitas maksimum Android; ζ = Kapasitas maksimum iOS; δ = Koefisien interaksi Android- iOS; η = Koefisien interaksi iOS-Android. Dalam persamaan model tersebut; x dan y = jumah populasi mangsa dan predator, a = jumlah kelahiran mangsa tanpa predator; d = jumlah kematian akibat predator; b dan c = interaksi antara mangsa dan predator.

Kemudian di kembangkan dengan menerapkan model predator–mangsa untuk menganalisis serta memprediksi pangsa pasar global sistem operasi seluler. Pada tahap awal yaitu membangun model predator–mangsa untuk dua pesaing utama sistem operasi seluler, yang kemudian diperluas menjadi tiga pesaing utama dalam pasar global sistem operasi perangkat mobile. Analisis yang dilakukan berfokus pada interaksi kompetitif antara dua sistem operasi dengan membuat sejumlah asumsi untuk menyusun model. Dalam pemodelan tersebut, sistem operasi Android dilambangkan dengan variabel x, sedangkan sistem operasi iOS dilambangkan dengan variabel y. Laju pertumbuhan pengguna Android dinyatakan dengan parameter α, sedangkan laju pertumbuhan pengguna iOS dinyatakan dengan parameter β.

Interaksi antara populasi mangsa dan predator diasumsikan dapat meningkatkan pertumbuhan populasi predator (iOS) dan sekaligus menghambat pertumbuhan populasi mangsa (Android) . Interaksi matematis antara kedua populasi ini dijelaskan melalui Persamaan (1), yang juga digunakan untuk memperkirakan laju pertumbuhan pengguna Android terhadap waktu. Persentase pengguna dari kedua sistem operasi tersebut dibatasi oleh kapasitas pasar masing-masing, sehingga pertumbuhan pengguna Android dipengaruhi oleh α, sedangkan pertumbuhan pengguna iOS dipengaruhi oleh β.

Persamaan diferensial untuk laju pertumbuhan sistem operasi Android pada waktu t adalah:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x(\gamma - x) \tag{1}$$

Persamaan diferensial untuk laju pertumbuhan sistem operasi iOS pada waktu t adalah:

$$\frac{dy}{dt} = \beta y(\zeta - y) \tag{2}$$

Selain itu, jika terjadi interaksi antara pengguna sistem operasi Android dan iOS, dimana promosi produk atau kelemahan dalam sistem operasi itu sendiri terjadi, pengguna sistem operasi ini mungkin beralih ke sistem operasi lain atau pesaing sistem operasi seluler. Sehingga hal ini berdampak pada jumlah pengguna Android dan iOS, yang diwakili oleh δ dan η. Model untuk sistem operasi Android pada waktu t :

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x(\gamma - x) - \delta xy \tag{3}$$

Model untuk sistem operasi iOS pada waktu t :

$$\frac{dy}{dt} = \beta y(\zeta - y) - \eta xy \tag{4}$$

Sehingga berdasarkan persamaan diferensial (4) dan (5) dapat ditulis dalam sistem persamaan diferensial tunggal dalam model predator-mangsa.

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x(\gamma - x) - \delta xy; \text{dan } \frac{dy}{dt} = \beta y(\zeta - y) - \eta xy \tag{5}$$

Dengan, $t \geq 0, \alpha, \beta > 0, \delta, \eta, \gamma, \zeta \geq 0$, dan nilai awal $x(t_0) = x_0, y(t_0) = y_0$.

Titik Kesetimbangan

Model kompetisi Android (x) dan iOS (y) diberikan oleh:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x(\gamma - x) - \delta xy; \text{dan } \frac{dy}{dt} = \beta y(\zeta - y) - \eta xy \tag{6}$$

Titik kesetimbangan tercapai ketika tidak ada perubahan dalam sistem; $\frac{dx}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$, Sehingga diperoleh sistem persamaan:

$$\alpha x(\gamma - x) - \delta xy = 0 \quad (7)$$
$$\beta y(\zeta - y) - \eta xy = 0 \quad (8)$$

Kemudian faktorkan persamaan (7) dan (8), sehingga menghasilkan sebagai berikut:

$$x[\alpha(\gamma - x) - \delta y] = 0 \quad (9)$$
$$y[\beta(\zeta - y) - \eta x] = 0$$

Dari faktor persamaan tersebut, dapat diperoleh empat kasus berdasarkan nilai x dan y; **Kasus 1: $x = 0, y = 0$,** Titik kesetimbangan: $E_1(0,0)$; **Kasus 3: $x \neq 0, y = 0$** Substitusi $y = 0$ ke persamaan (1): $\alpha x(\gamma - x) = 0 \Rightarrow x = \gamma$ Titik kesetimbangan: $E_3(\gamma, 0)$; **Kasus 2: $x = 0, y \neq 0$** Substitusi $x = 0$ ke persamaan (2): $\beta y(\zeta - y) = 0 \Rightarrow y = \zeta$. Titik kesetimbangan: $E_2(0, \zeta)$; dan **Kasus 4: $x \neq 0, y \neq 0$.** Persamaan (7) dan (8) dengan x dan y berturut-turut:

$$\alpha(\gamma - x) - \delta y = 0 \Rightarrow \alpha\gamma - \alpha x - \delta y = 0 \quad (10)$$
$$\beta(\zeta - y) - \eta x = 0 \Rightarrow \beta\zeta - \beta y - \eta x = 0 \quad (11)$$

Selesaikan sistem persamaan linear untuk x dan y dengan $\alpha x + \delta y = \alpha\gamma$ dan $\eta x + \beta y = \beta\zeta$ diperoleh $x = \frac{\beta(\alpha\gamma - \delta\zeta)}{\alpha\beta - \delta\eta}, y = \frac{\alpha(\beta\zeta - \eta\gamma)}{\alpha\beta - \delta\eta}$ dan Titik kesetimbangan: $E_4\left(\frac{\beta(\alpha\gamma - \delta\zeta)}{\alpha\beta - \delta\eta}, \frac{\alpha(\beta\zeta - \eta\gamma)}{\alpha\beta - \delta\eta}\right)$

Analisis Kestabilan dengan sistem persamaan:

$$f_1(x, y) = \alpha x(\gamma - x) - \delta xy$$
$$f_2(x, y) = \beta y(\zeta - y) - \eta xy$$

Matriks Jacobian diperoleh dari linearisasi pada titik Kesetimbangan

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Sehingga

$$J(x, y) = \begin{bmatrix} \alpha\gamma - 2\alpha x - \delta y & -\delta x \\ -\eta y & \beta(\zeta - 2y) - \eta\gamma \end{bmatrix}$$

Uji kestabilan dapat digunakan untuk menentukan sifat dari setiap titik kesetimbangan berdasarkan titik kesetimbangan yang diperoleh. Proses ini dilakukan dengan melakukan linearisasi terhadap nilai eigen dan mensubstitusikan setiap titik kesetimbangan ke dalamnya. Sehingga diperoleh nilai eigen matriks Jacobian dari setiap titik equilibrium yang ada pada tabel berikut, dengan $P = \frac{\alpha\beta(\delta\zeta - \alpha\gamma)}{\alpha\beta - \delta\eta}$, $Q = \frac{\beta\delta(\delta\zeta - \alpha\gamma)}{\alpha\beta - \delta\eta}$, $R = \frac{\alpha\eta(\gamma\eta - \beta\zeta)}{\alpha\beta - \delta\eta}$, $S = \frac{\alpha\beta(\gamma\eta - \beta\zeta)}{\alpha\beta - \delta\eta}$.

Tabel 1. Nilai Eigen dan Jenis Stabilitas Titik Keseimbangan

Equilibrium Point	Eigen Values	Stability
$E_1(0,0)$	$\lambda_1 = \alpha\gamma$ $\lambda_2 = \beta\zeta$	unstable
$E_2(\gamma, 0)$	$\lambda_1 = -\alpha\gamma$ $\lambda_2 = \beta\zeta - \eta y$	Stable if $\beta\zeta < \eta\gamma$
$E_3(0, \zeta)$	$\lambda_1 = \alpha\gamma - \delta\zeta$ $\lambda_2 = -\beta\zeta$	Stable if $\frac{\gamma}{\zeta} < \frac{\delta}{\alpha}$
$E_4\left(\frac{\beta(\alpha\gamma - \zeta\delta)}{\alpha\beta - \delta\eta}, \frac{\alpha(\beta\zeta - \gamma\eta)}{\alpha\beta - \delta\eta}\right)$	$\lambda_{1,2} = \frac{(P+S) \pm \sqrt{(P+s)^2 - 4(PS - QR)}}{2}$	Stable if $\frac{\beta}{\eta} > \frac{\gamma}{\zeta} > \frac{\delta}{\alpha}$

Berdasarkan Tabel 1, titik E_1 bersifat tidak stabil. Titik-titik kesetimbangan lainnya akan menjadi stabil apabila memenuhi sejumlah syarat tertentu pada koefisien dari sistem Persamaan (13). Adapun kondisi yang dapat membuat titik kesetimbangan menjadi stabil adalah:

$$\beta\zeta < \eta\gamma, \frac{\gamma}{\zeta} < \frac{\delta}{\alpha}, \frac{\beta}{\eta} > \frac{\gamma}{\zeta} > \frac{\delta}{\alpha}. \quad (12)$$

Analisis bifurkasi dilakukan untuk mengidentifikasi perubahan kestabilan titik ekuilibrium ketika parameter tertentu mengalami variasi. Dalam konteks model Lotka-Volterra kompetitif antara Android dan iOS, parameter yang berpotensi menyebabkan perubahan dinamika sistem adalah koefisien interaksi kompetitif (δ dan η), yang merepresentasikan tingkat pengaruh satu sistem operasi terhadap yang lain. Sistem diferensial yang digunakan adalah:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \alpha x(\gamma - x) - \delta xy \\ \frac{dy}{dt} = \beta y(\zeta - y) - \eta xy \end{cases}$$

Titik ekuilibrium dalam sistem ini adalah $E_1(0,0), E_2(0,\zeta), E_3(\gamma,0)$, dan $E_4\left(\frac{\beta(\alpha\gamma-\delta\zeta)}{\alpha\beta-\delta\eta}, \frac{\alpha(\beta\zeta-\eta\gamma)}{\alpha\beta-\delta\eta}\right)$.

Bifurkasi transkritis terjadi ketika dua titik ekuilibrium bertukar kestabilan akibat perubahan parameter. Berdasarkan literatur (Branković & Mikić, 2024), pada sistem Lotka-Volterra kompetitif, bifurkasi transkritis muncul ketika determinan penyebut ($\alpha\beta - \delta\eta$) mendekati nol, yaitu: $\alpha\beta - \delta\eta = 0$. Pada kondisi ini, solusi E_4 menjadi tidak terdefinisi dan bertukar kestabilan dengan salah satu titik batas, yaitu E_2 atau E_3, tergantung parameter yang berubah. Secara khusus; (1) Jika δ meningkat hingga $\delta = \frac{\alpha\beta}{\eta}$, maka kompetisi Android terhadap iOS menjadi sangat kuat, sehingga titik $E_3(\gamma,0)$ (Android dominan) menjadi stabil, sementara E_4 kehilangan kestabilannya; (2) Sebaliknya, jika η meningkat hingga $\eta = \frac{\alpha\beta}{\delta}$, maka pengaruh iOS meningkat dan kestabilan berpindah dari E_3 ke $E_2(0,\zeta)$. Dalam konteks pasar sistem operasi; (1) parameter δ menggambarkan kekuatan kompetitif Android terhadap iOS, misalnya melalui inovasi produk, penetrasi harga, atau peningkatan ekosistem aplikasi; (2) parameter η merepresentasikan kekuatan kompetitif iOS terhadap Android, seperti loyalitas pengguna premium atau strategi eksklusivitas produk. Ketika δ meningkat mendekati nilai kritis $\frac{\alpha\beta}{\eta}$, sistem mengalami bifurkasi transkritis, yang menggambarkan pergeseran dominasi pasar dari keseimbangan bersama menuju dominasi penuh Android. Sebaliknya, peningkatan η mendekati batas $\frac{\alpha\beta}{\delta}$ dapat menyebabkan dominasi iOS di pasar.

Dengan parameter estimasi dari data empiris yang diperoleh dari jurnal (Puspita et.al., 2024): $\alpha = 0.4748, \beta = 0.08137, \delta = 0.00348, \eta = 0.00207$, maka nilai kritis parameter bifurkasi dapat dihitung sebagai:

$$\delta_c = \frac{\alpha\beta}{\eta} = \frac{0.4748 \times 0.08137}{0.00207} \approx 18.65$$

Nilai ini jauh lebih besar dari $\delta = 0.00348$, menunjukkan bahwa sistem saat ini berada jauh dari kondisi bifurkasi, sehingga dominasi Android masih stabil. Namun, jika η meningkat (misalnya karena peningkatan loyalitas pengguna iOS), maka δ_c menurun, mendekati kondisi kritis di mana kestabilan sistem dapat berpindah. Dengan melakukan variasi parameter δ dalam rentang $[0,0.02]$, diperoleh kurva respon ekuilibrium $x^*(\delta)$ dan $y^*(\delta)$. Ketika δ melewati nilai kritis δ_c, nilai keseimbangan x^* menurun tajam sementara y^* meningkat, menunjukkan terjadinya pertukaran kestabilan antara Android dan iOS. Untuk $\delta < \delta_c$: $E_3(\gamma,0)$ stabil, Android dominan dan Untuk $\delta > \delta_c$: $E_2(0,\zeta)$ stabil, iOS dominan

Analisis ini menggunakan data statistik mengenai persentase pengguna sistem operasi Android dan iOS di Indonesi. Rentang waktu data yang digunakan mencakup periode dari Juli 2021 hingga Desember 2022. Tabel 2 menyajikan data persentase pengguna sistem operasi Android dan iOS selama periode Juli 2021 hingga Desember 2022.

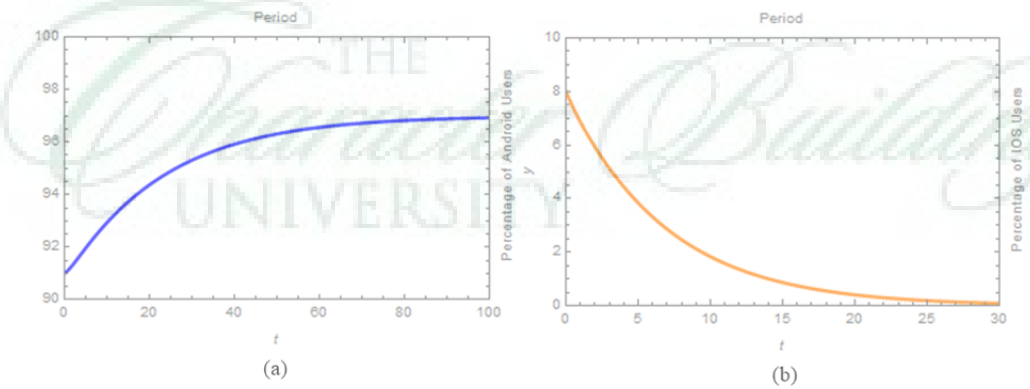
Tabel 2. Persentase Pengguna Android dan iOS di Indonesia

Periode	Pengguna Sistem Operasi		Periode	Pengguna Sistem Operasi	
	Android (%)	iOS (%)		Android (%)	iOS(%)
Juli 2021	90,87	8,89	April 2022	90,67	9,23
Agustus 2021	90,99	8,79	Mei 2022	91,57	8,31
September 2021	90,69	9,14	Jun 2022	90,83	9,06
Oktober 2021	90,82	9,05	Juli 2022	89,97	9,92
November 2021	91,78	9,09	Agustus 2022	89,42	10,46
Desember 2021	91,25	8,64	September 2022	89,79	10,10
Jan 2022	91,43	8,46	Oktober 2022	89,77	10,12
Februari 2022	91,38	8,51	Nov 2022	89,81	10,09
Maret 2022	91,24	8,65	Desember 2022	89,29	10,61

Menggunakan data, sistem persamaan diferensial dan nilai parameter yang diestimasi dari model diperoleh dengan regresi nonlinear dalam perangkat lunak.

$$\frac{dx}{dt} = 0.4748x - 0.00489x^2 - 0.00348xy,$$
$$\frac{dy}{dt} = 0.08137y - 0.00067y^2 - 0.00207xy, \quad (13)$$

Berdasarkan sistem Persamaan (14), sistem operasi Android dan iOS saling bersaing satu sama lain. Kedua bentuk persaingan ini memiliki pengaruh yang berbeda. Dampak penggunaan sistem operasi Android terhadap sistem operasi iOS cukup besar, terutama karena nilai $\beta < \delta = 0.00348$. Sebaliknya, pengaruh penggunaan sistem operasi iOS terhadap sistem operasi Android relatif kecil, dengan nilai $\alpha > \eta = 0.00207$. Model Lotka–Volterra untuk menganalisis persaingan pangsa pasar sistem operasi ini diselesaikan dengan menggunakan parameter estimasi yang tercantum pada Tabel 2, dengan nilai awal $t = 0$yang merepresentasikan data pertama pada bulan Juli 2021. Selanjutnya, grafik simulasi diperoleh berdasarkan persentase pengguna sistem operasi Android dan iOS pada waktu t, seperti ditunjukkan pada Gambar 1.

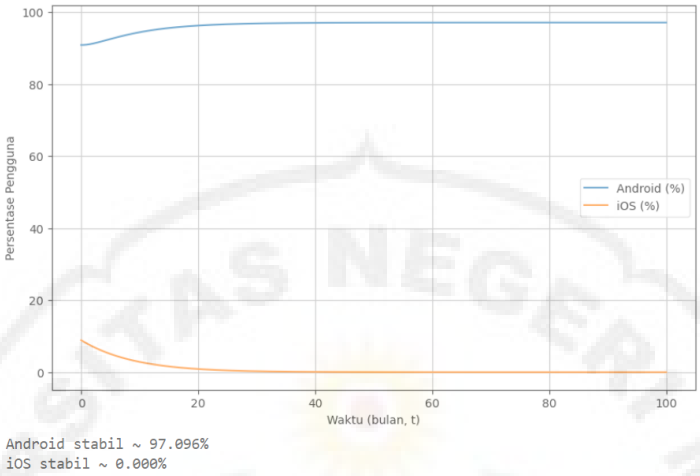


Gambar 1. Laju Pertumbuhan (a) Pengguna Sistem Operasi Android dan (b) iOS pada t

Berdasarkan Gambar 1(a), persentase pengguna sistem operasi Android mengalami peningkatan pada awal masa ekspansinya. Hal ini terjadi akibat adanya interaksi dengan sistem operasi iOS. Sementara itu, pada Gambar 1(b) terlihat bahwa persentase pengguna sistem operasi iOS terus mengalami penurunan akibat

persaingannya dengan sistem operasi Android. Dari hasil tersebut, dapat disimpulkan bahwa sistem operasi Android dan iOS saling bersaing dalam perebutan pangsa pasar.

Berikut hasil simulasi model Lotka–Volterra kompetitif dengan menggunakan *Coding Python*.



Gambar 2. Simulasi Model Lotka-Voltera Kompetitif (Android VS Ios)

Berdasarkan hasil simulasi model Lotka–Volterra kompetitif dengan parameter yang tercantum, terlihat bahwa pangsa pasar Android terus meningkat dari sekitar 91% hingga mencapai kestabilan pada level 97,1%, sementara pangsa pasar iOS menurun secara bertahap hingga mendekati 0%. Hal ini menunjukkan bahwa dalam model tersebut Android menjadi pihak dominan yang mampu bertahan dan menguasai hampir seluruh pasar, sedangkan iOS digambarkan tidak mampu bersaing dan akhirnya hilang dari pasar.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa model Lotka–Volterra kompetitif berhasil merepresentasikan dinamika persaingan pangsa pasar sistem operasi Android dan iOS di Indonesia. Melalui analisis kestabilan dan bifurkasi, teridentifikasi bahwa sistem cenderung stabil pada kondisi dominasi Android dengan pangsa sekitar 97,1%, sementara iOS mengalami penurunan signifikan hingga mendekati 0%. Hal ini menunjukkan bahwa dalam kondisi parameter saat ini, Android mampu mempertahankan posisi dominannya di pasar. Namun, analisis bifurkasi transkritis mengungkap bahwa perubahan pada parameter interaksi, khususnya peningkatan daya saing iOS yang ditunjukkan melalui kenaikan koefisien η, dapat menggeser kestabilan sistem dan memungkinkan iOS untuk merebut pangsa pasar. Temuan ini memberikan implikasi praktis bagi para pengembang dan pemangku kebijakan untuk senantiasa memantau faktor-faktor yang memengaruhi loyalitas pengguna dan intensitas persaingan, guna mengantisipasi potensi pergeseran dominasi pasar di masa depan. Dengan demikian, pendekatan dinamika sistem dan analisis bifurkasi tidak hanya menjelaskan kondisi persaingan saat ini, tetapi juga menjadi alat prediktif yang berharga dalam perencanaan strategis di industri teknologi.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terimakasih kepada Ibu Dosen dan semua anggota tim yang sudah mendukung penyelesaian penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

Branković, D., & Mikić, M. (2024). *Stability of equilibriums and bifurcation analysis of two-dimensional autonomous competitive Lotka-Volterra dynamical system*. 1–16. http://arxiv.org/abs/2410.18119

Further Studies on the Dynamics of a Lotka–Volterra Competitor–Competitor–Mutualist System with Time-Varying Delays. (2023). *Mathematics*, 11(13), 2902. https://doi.org/10.3390/math11132902

Haning Puspita, A. S., Sutrima, S., Setiyowati, R., & Wibowo, S. (2024). Stability Analysis of Cellular Operating System Market Share in Indonesia With the Competitive Lotka-Volterra Model. *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, *18*(1), 0333–0340. https://doi.org/10.30598/barekengvol18iss1pp0333-0340

Jamal, S. W., Suparno, Rashid, U. K., & Fauziah, F. (2024). Competition dynamics of market share for assets in the banking industry using the Lotka-Volterra model approach. *Etikonomi*, 23(2), 299–316. https://doi.org/10.15408/etk.v23i2.32226

Li, D., & Li, X. (2024). Transcritical bifurcation and Neimark-Sacker bifurcation of a discrete predator-prey model with herd behaviour and square root functional response. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, *30*(1), 31–50. https://doi.org/10.1080/13873954.2024.2304798

Liu, W., Liu, J., & Chen, S. (2024). *Dynamics of Lotka–Volterra competition patch models in streams with two branches*. Bulletin of Mathematical Biology, 86, Article 14. https://doi.org/10.1007/s11538-023-01243-3

Maurer, Sebastian M. Huberman, B. A. (2007). Competitive dynamics of e-commerce web sites. *Applied Mathematical Modelling*, *31*(5), 912–919. https://doi.org/10.1016/j.apm.2006.03.029

Shi, B., Li, Y., Liang, T., Sun, X., Cui, L., Zhang, H., & Yin, Y. (2025). The evolution of service ecosystems based on the Lotka–Volterra model. *Applied Sciences*, 15(10), 5403. https://doi.org/10.3390/app15105403

Tang, B. (2021). Further study on dynamics for a fractional-order competitor–competitor–mutualist Lotka–Volterra system. *Complexity*, Article ID 6402459. https://doi.org/10.1155/2021/6402459

Zhou, Z., Lin, P., Gao, T., Tan, C., Wei, K., & Yan, L. (2025). Lotka–Volterra dynamics and sustainable regulation of agroecosystems: Coupled framework of Monte Carlo simulation and multi-objective optimisation. *Sustainability*, 17(10), 4249. https://doi.org/10.3390/su17104249