



Universitas Negeri Medan
Jurusan Matematika



2024

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

Transformasi, Rekonstruksi, dan integrasi keilmuan dalam pembelajaran matematika menuju era inovasi dan kolaborasi



Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd
Narasumber 1



Prof. Dr. Ferra Yanuar, M.Sc
Narasumber 2



Dr. Ani Sutiani, M.Si
Opening Speech



20

NOVEMBER

AT 9 AM

Vol 3 (2024)



Visit our website
semnasmatematika.com

TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN
MATEMATIKA MENUJU ERA INOVASI DAN KOLABORASI

2024

CV. KES

2024

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

**TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI
KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENUJU
ERA INOVASI DAN KOLABORASI**

Penulis

Peserta Prosiding Seminar Nasional
Matematika 2024



Penerbit
CV. Kencana Emas Sejahtera
Medan
2025

2024

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

MATEMATIKA

**TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI
KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENUJU
ERA INOVASI DAN KOLABORASI**

©Penerbit CV. Kencana Emas Sejahtera

All right reserved

Anggota IKAPI

No.030/SUT/2019

Hak cipta dilindungi oleh Undang-undang
Dilarang mengutip atau memperbanyak
sebagian atau seluruh isi buku tanpa
izin tertulis dari Penerbit

Penulis

**Peserta Prosiding Seminar Nasional
Matematika 2024**

TIM EDITOR

Diterbitkan pertama kali oleh
Penerbit CV. Kencana Emas Sejahtera
Jl.Pimpinan Gg. Agama No.17 Medan
Email finamardiana3@gmail.com
HP 082182572299 / 08973796444

Cetakan pertama, Juli 2025
xii + 882 hlm; 21 cm x 29,7 cm
ISBN:978-634-7059-33-8

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala karuniaNya, sehingga Buku Abstrak Prosiding Seminar Nasional Matematika yang diselenggarakan Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Medan. Kegiatan ini mengusung tema Transformasi, Rekonstruksi, dan integrasi keilmuan dalam pembelajaran matematika menuju era inovasi dan kolaborasi dengan keynote speaker Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd. dan Prof. Dr. Ferra Yanuar, M.Sc. serta Dr. Ani Sutiani, M.Si. sebagai *Opening Speech*. Tujuan kegiatan ini selain menciptakan lingkungan akademik di lingkungan jurusan matematika FMIPA Universitas Negeri Medan, juga menjadi wadah untuk menyebarkan pengembangan ilmu pada bidang matematika dan rumpun ilmu yang berkaitan. Kegiatan yang dilaksanakan pada tanggal 20 November ini diikuti oleh 228 peserta seminar dan 131 pemakalah (*presenter*) yang berasal dari beberapa institusi di tingkat Nasional. Artikel yang diterima terdiri dari dikelompokkan pada 4 bidang; (1) ilmu Komputer; (2) Pendidikan matematika; (3) statistik; dan (4) Matematika. Dari 131 Full Paper yang masuk, selain diterbitkan dalam bentuk prosiding, juga akan diterbitkan pada mitra publikasi jurnal kami; (1) Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika; (2) Journal of Mathematics, Computations, and Statistics; (3) jurnal Zero: Jurnal Sains, Matematika dan Terapan dan (4) Journal of Didactic Mathematics

Kelancaran kegiatan persiapan kegiatan seminar ini telah didukung oleh jajaran pimpinan Universitas Medan, oleh karena itu Kami mengucapkan terima kasih kepada (1) Ketua Senat Universitas Negeri Medan; (2) Rektor Universitas Negeri Medan; (3) Dekan FMIPA Universitas; dan (4) ketua Jurusan Pendidikan. Kami juga mengucapkan seluruh pihak-pihak terkait yang tidak dapat kami sebutkan satu terutama Panitia Pelaksana dan partisipan dalam pelaksanaan seminar Nasional ini. Semoga prosiding Seminar Nasional Matematika ini, dapat memberikan wawasan dan melengkapi kemajuan teknologi pada bidang yang berkaitan dengan Matematika.

Medan, 7 Februari 2025
a.n Panitia Pelaksana

Dr. Yulita Molliq Rangkuti, S.Si, M.Sc



Thanks To INVITED SPEAKER

Terima kasih kami ucapkan kepada Invite Speaker



Yulita M. Ranguti, S.Si., M.Sc., Ph.D



Dr. Izwita Dewi, M.Pd



Dra. Nurliani Manurung, M.Pd.



Dra. Katrina Samosir, M.Pd



Kairuddin, S.Si., M.Pd.



Dr. Faiz Ahyaningsih, S.Si., M.Si.

EDITORIAL TEAM

Pengarah	Dr. Ani Sutiani, M.Si.
Penanggung jawab	Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Editor	Suwanto, M.Pd.
Section Editor	Dinda Kartika, S.Pd., M.Si. Fevi Rahmawati Suwanto, S.Pd., M.Pd. Suci Frisnoiry, S.Pd., M.Pd. Sisti Nadia Amalia, S.Pd., M.Stat. Nurul Maulida Surbakti, M.Si. Glory Indira Diana Purba, S.Si., M.Pd.
Reviewer	Nurhasanah Siregar, S.Pd., M.Pd. Dr. Izwita Dewi, M.Pd. Mangaratua M. Simanjorang, M.Pd., Ph.D. Dr. KMS. Amin Fauzi, M.Pd. Dr. Mulyono, M.Si. Dr. Hamidah Nasution, S.Si., M.Si. Didi Febrian, S.Si., M.Sc. Dian Septiana, S.Pd., M.Sc. Dr. Faiz Ahyaningsih, M.Si. Said Iskandar Al Idrus, S.Si., M.Si. Dr. Arnita Sudianto Manullang, S.Si., M.Si. Susiana, S.Si., M.Si.

Pengarah

Dr. Ani Sutiani, M.Si.

Penanggung Jawab

Dr. Jamalum, M.Si.

Dr. Dewi Wulandari, S.Si., M.Si.

Dr. Rahmatsyah, M.Si.

Wakil Penanggung Jawab

Dr. Pardomuan Sitompul, M.Si.

Dr. Lasker P Sinaga, S.Si., M.Si.

Nurhasanah Siregar, S.Pd., M.Pd.

Dr. Hamidah Nasution, S.Si., M.Si.

Said Iskandar Al Idrus, S.Si., M.Si.

Sudianto Manullang, S.Si., M.Si.

Didi Febrian, S.Si., M.Sc.

Ketua

Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc., Ph.D.

Sekretaris

Elfitra, S.Pd., M.Si.

Bendahara

Arnah Ritonga, S.Si., M.Si.

Kesekretariatan

Nadrah Afiati Nasution, M.Pd.

Nurul Ain Farhana, M.Si.

Imelda Wardani Rambe, M.Pd.

Dian Septiana, S.Pd., M.Sc.

Publikasi dan Registrasi

Sri Dewi, M.Kom.

Fanny Ramadhani, S.Kom., M.Kom.

Promosi dan Humas

Dedy Kiswanto, S.Kom., M.Kom.

Tiur Malasari Siregar, S.Pd., M.Si.

Sri Lestari Manurung, S.Pd., M.Pd.

Logistik

Muhammad Badzlan Darari, S.Pd., M.Pd.

Putri Harliana, S.T., M.Kom.

Philips Pasca G. Siagian, S.Pd., M.Pd.

Seksi Acara

Ade Andriani, S.Pd., M.Si.

Dra. Nurliani Manurung, M.Pd.

Dra. Katrina Samosir, M.Pd.

Kairuddin, S.Si., M.Pd.

Ichwanul Muslim Karo Karo, M.Kom.

Konsumsi

Faridawaty Marpaung, S.Si., M.Si.

Marlina Setia Sinaga, S.Si., M.Si.

Erlinawaty Simanjuntak, S.Pd., M.Si.

Dokumentasi

Rizki Habibi, S.Pd., M.Si.

DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	i
Invite Speaker	ii
Editorial Team.....	iii
Daftar Isi	v

Daftar Artikel

Pembangunan Script Python untuk Menunjukkan Solusi dari Persamaan Diferensial Menggunakan Metode Extended Runge-Kutta Khan A. J. M, Rangkuti Y. M., Nianda N., Hidayanti R.....	1
Pengembangan LKPD Berbasis PBL Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP Saragih, B. M., & Fuazi, M. A	12
Pengambilan Keputusan Pemberian Kredit Menggunakan Metode Fuzzy Weighted Product Pada KSP3 Nias Cabang Gunungsitoli Hutapea, T.A., & Lase, K.N.....	22
Peramalan Tingkat Inflasi Indonesia Menggunakan Machine Learning Dengan Metode Backpropagation Neural Network Situngkir, K. M.	31
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Video Menggunakan Aplikasi Canva Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika Peserta Didik Siregar, A. V. & Sitompul, P.	41
Pengembangan Aplikasi Edutainment Berbasis Game Based Learning untuk Meningkatkan Kemampuan Spasial Matematis Siswa SMA Syaputra, F., & Siregar, T. M.....	51
Pengaruh Pendekatan Matematika Realistik Berbantuan GeoGebra Terhadap Kemampuan Berpikir Komputasi Peserta Didik Kelas VIII Saragih, C. A.Z. & Simanjuntak, E	61
Respon Positif Model Pembelajaran PMRI Berbasis Batak Toba Untuk Meningkatkan Kemampuan HOTS Silaban, P. J., Sinaga, B., & Syahputra, E	70
Optimalisasi Pemahaman Konsep Matematis: Pengembangan Media E-Komik Digital Berbasis Pendekatan RME pada Siswa SMP PTPN IV Dolok Sinumbah Limbong, D. K., & Fauzi, M. A	80
Revolusi Pembelajaran Matematika: Pengembangan E-Modul Interaktif dengan Model SAVI untuk Siswa SMP Purba, I. N., & Hia, Y	89

Perancangan Pemrograman Analisis Dinamika Penyebaran DBD dengan Modifikasi Metode Runge-Kutta Kuntzmann Berbasis Rerata Pangkat $P=1/2$ Azzaki, F. A., Sinabariba, A. A., & Azzahra, D. P.	96
Deep Learning untuk Matematika: Pengenalan Rumus dengan Convolutional Neural Network Tampubolon, A. P. H. S. M	105
Pengaruh Model Pembelajaran PBL Berbantuan Canva terhadap Hasil Belajar HOTS Materi Menggunakan Data Kelas VII Anaiyah, N	115
Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe The Power of Two Terhadap Keahlian Komunikasi Matematis Siswa Siahaan, E. E., Manurung, N., & Siagian, P. P. G.	122
Optimasi Jumlah Produksi Toko Kuala Jaya Menggunakan Metode Branch and Bound (Studi Kasus: Toko Kuala Jaya, Pantai Labu) Pandiangan, W. P.	130
Pengelompokan Pasien dengan Faktor Penyakit Jantung Menggunakan Metode Principal Component Analysis dan K Nearest Neighbors Hutapea, B. A.	139
Perbandingan Proporsionalitas Metode Sainte-Laguë dan D'Hondt dalam Penentuan Alokasi Kursi Legislatif Menggunakan Indeks Least Squares Wulandari, G. A., & Sutanto	148
Penentuan Penerima Bantuan Langsung Tunai Dana Desa Menggunakan Metode Fuzzy Analytical Hierarchy Process (AHP) Lumbanraja, I. A., & Hutapea, T. A.	157
Maksimalisasi Keuntungan pada UMKM Batagor dan Tahu Walik Menggunakan Metode Simpleks dan POM-QM Maria, N. S., Marbun, M., Zendrato, M. A., Silalahi, N. D., Zandroto, N., Rizki, P., & Tarigan, P.	166
Optimalisasi Produksi Bakpao dengan Program Linier Menggunakan Metode Simpleks pada Usaha Bakpao Jumat Berkah Saragih, A. G., Wardana, A., Khumairah, A., Adhawina, R., Gisty, R. A., Angraini, S., & Simanjuntak, E.	174
Pengaruh Pendekatan Matematika Realistik Berbantuan Macromedia Flash Terhadap Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Kelas VIII SMP Negeri 1 Nibung Hangus) Wahyuni, S., & Nasution, H.	180
Maksimasi Keuntungan Dari Penjualan Freenchies Tahu.Go Outlet Tempuling Dengan Menggunakan Linear Programming Metode Simpleks dan Aplikasi Operational Research Tarigan, G. H., Putri, I., Simanungkalit, I., Sitepu, I. D. A., Khafifah, S., Tampubolon, S. T. V., & Simbolon, S. S. D.	189

Pengembangan Hypohtetical Learning Trajectory untuk Mendukung Pemahaman Konsep Luas Bangun Datar pada Siswa Kelas VII

Kasiani, P. & Nasution, A. A...... 197

Pembangunan Syntax Python berbasis Metode Runge Kutta Orde Kelima Tahap Keenam untuk Menyelesaikan Masalah Nilai Awal

Manurung, E. V., Rangkuti, Y. M., Faris, M., & Lestari, D...... 208

Pembangunan Python Script berdasarkan Metode Runge-Kutta Orde Lima berbasis pada Rata-rata Heronian untuk Menyelesaikan Model Lengan Robot yang diperkecil

Gultom, J. M., Permadi, W. W., Pohan, N. R. K., & Rangkuti, Y. M...... 216

Pembangunan syntax Python berbasis Metode Modifikasi Runge-Kutta Verner untuk menunjukkan perilaku bullying

Ramadhan, R., Rangkuti, Y. M., Paul, I., & Calista, A...... 224

Pembangunan Algoritma Runge-Kutta Fehlberg dengan Python untuk menyelesaikan Sistem Osilasi Harmonik

Fahrezi, B. A., Istiara, S., M Siregar, M. R. D., & Rangkuti, Y. M...... 232

Klasifikasi Kerusakan pada Gigi Manusia dengan Menggunakan Metode Ekstraksi Fitur Hybrid dan Algoritma KNN

Pohan, N. R. K., Fadluna, E. P., Ananda, D., & Kiswanto, D...... 240

Analisis Dinamik Sistem Reaksi Difusi Model Fitzhugh–Nagumo

Manurung, D. R. M., & Sitompul, P...... 250

Estimator Modified Jackknife untuk Mengatasi Multikolinieritas pada Regresi Poisson (Studi Kasus: Angka Kematian Bayi di Provinsi Sumatera Utara)

Nadya, F., & Manulang, S...... 261

Peran Etnomatematika Budaya Melayu Terhadap Pembelajaran Matematika di Sekolah

Wahyuni, F...... 273

Filosofi Pembelajaran Berdifferensiasi Dalam Pembelajaran Matematika Ditinjau dari Kearifan Lokal Batak Toba

Simanjuntak, S. D. & Sitepu, I...... 283

Strategi Optimalisasi Keuntungan Usaha Jus Buah melalui Metode Simpleks

Siagian, J. A., Naibaho, J. S., Lestari, J. A., Lubis, S. I. A. R., Sidauruk, V. P., Saputra, Y. A., & Simanjuntak, E...... 290

Model Regresi Data Panel dalam Menentukan Faktor yang Berpengaruh Terhadap Tingkat Stunting di Provinsi Sumatera Utara

Dalimunthe, I. Z., & Simamora, E...... 296

Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Menggunakan Newman Error Analysis (NEA) pada Pendekatan Matematika Realistik Di SMP Negeri 43 Medan

Wibowo, M. R. & Fauzi, M. A...... 304

Implementasi Metode Shannon-Runge-Kutta-Gill dalam Model SIR untuk Prediksi Penyebaran COVID-19: Pendekatan Numerik dengan Python Hidayat, M. F., Rangkuti, Y. M., Nasution, S. A. B., & Ginting, J. A. P.	316
Pengembangan Video Pembelajaran Matematika Berbasis Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD untuk Meningkatkan Motivasi Belajar Siswa SMP Kelas VIII Sinaga, E. P., & Sitompul. P.	326
Pengoptimalan Seleksi Tim PON Esports Mobile Legends Perwakilan Sumatera Utara Menggunakan Metode Algoritma Genetika dan Regresi Linear Berganda Silitonga, R. & Febrian, D.	335
Optimalisasi Pemilihan Pupuk Sawit Terbaik di PTPN IV Marihat dengan Metode WASPAS Parinduri, M.A. & Sinaga, L. P.	345
Pengembangan E-Modul Berbasis STEAM Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Di SMP Negeri 1 Patumbak Nasution, N. H., & Samosir, K.	351
Penggunaan Metode Simpleks dalam Mengoptimalisasi Keuntungan Penjualan Es Kul-Kul Waruwu, F., Andini, C. R., Simamora, D. K., Febrianti, D. A., Simamora, E. F., Tambunan, E. E., & Silaban, G. S.	360
Pengaruh Model Pembelajaran Discovery Learning Berbantuan Geogebra terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VIII SMPN 35 Medan Bakara, N. E. E.	367
Pemodelan Waktu Keberangkatan Bus pada Angkutan antar Kota antar Provinsi Jalur Semarang- Surabaya Menggunakan Aljabar Max-Plus Muzammil, A., & Arifin, A. Z.	374
Pembangunan Python Berdasarkan Metode Runge-Kutta Order Keempat Berbasis Rataan Harmonik Untuk Menunjukkan Perilaku Chaotic Sistem Rossler Tambunan, L., Sidabutar, Y. S. M., Harahap, J. & Rangkuti, Y. M.	380
Implementasi Graf Dan Metode Webster Dalam Optimasi Pengaturan Lampu Lalu Lintas (Studi Kasus: Simpang Pemda Flamboyan Raya) Manurung, Y. T. F., & Hutabarat, H. D. M.	389
Etnomatematika Alat Musik Simalungun Gondang Sipitupitu Situngkir, F. L., Gultom, S., & Simanjorang, M.	396
Pembangunan Algoritma Metode Runge-Kutta Orde Ketiga Rataan Aritmatika untuk melihat dinamika Penyebaran penyakit Demam Berdarah Manurung, G. K. D., Safitri, E., Sibarani, R. H. R., & Rangkuti, Y. M.	403
Upaya Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Peserta Didik Kelas VII Menggunakan Model Pembelajaran Kontekstual Handari, I. S. & Sitompul, P.	413

Simulasi Monte Carlo dalam Memprediksi Distribusi Kursi DPR RI Jawa Tengah dengan Metode Sainte-Lague Iriantini, D. S. & Sutanto.	421
Penerapan Fuzzy Logic Tsukamoto dalam Memprediksi Jumlah Stok CPO Tahun 2024 di PTPN IV Unit Dolok Ilir Anggriani, D. & Hutapea, T. A.	431
Aplikasi Model ARIMA dan Modifikasinya dalam Peramalan Jumlah Penumpang di Pelabuhan Tanjung Perak Rizal, J., Lestari, S. P., & Tolok A. N.	439
Prediksi Harga Penutupan Saham BBKA dan BBNI dengan Algoritma K-Nearest Neighbor Saragih, E. N.	452
Perbedaan Kemampuan Komunikasi Matematis Peserta didik Menggunakan Model PBL dan Model DL Hutahaean, B. N., & Widyastuti, E.	461
Pengembangan Media Pembelajaran Interaktif Berbantuan Articulate Storyline Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah pada Peserta Didik Kelas XI SMA Debora, C. E., & Siagian, P.	465
Studi Literatur: Inovasi Pembelajaran Matematika pada Era Kolaboratif Tania, W. P.	471
Efektivitas LKPD Berbantuan Classpoint untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VIII Cahyani, A. P. R., & Siregar, T. M.	479
Pengembangan Media Interaktif Berbasis Android Berbantuan Articulate Storyline Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Pane, A. W. S., & Purba, G. I. D.	486
Sistem Pendukung Keputusan Pemilihan Laptop Terbaik dengan Pendekatan Gabungan AHP dan TOPSIS (Studi Kasus: FMIPA UNIMED). Tampubolon, J.	494
Pembelajaran Aljabar di SMP Dengan Pendekatan Game melalui Metode Drill and Practice dalam Pengembangan Aplikasi Cymath Lubis, R. A., Irvan, & Azis, Z.	505
Analisis Kecanduan Game Online dengan Model SEIPTR Carli, S. G., & Sinaga, L. P.	515
Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Web dengan Pendekatan Problem Based Learning (PBL) pada Materi Scratch Kelas VII SMP Ahmad, F. L., Nugroho, A. L., Anjarsari, D. D., Rahmayanti, R., & Ningrum, G. D. K.	527

Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika pada Peserta Didik Autisme melalui Explicit Instruction dengan Media Permainan Edukatif Agustia, A.	536
Analisis Perbandingan Proporsionalitas Metode Andre Sainte-Lague dan Modifikasinya pada Alokasi Kursi Pemilu Legislatif DPR RI Jawa Tengah 2024 Fourindira, D. A. & Sutanto	545
Pengembangan Media Pembelajaran Web Interaktif Menggunakan Pendekatan Berdiferensiasi Pada Elemen Teknologi Informasi Dan Komunikasi Dengan Model Problem Based Learning Alfan, M., Faisal, R., & Aprilianto, P.	556
Penerapan Regresi Semiparametrik Spline Truncated dalam Memodelkan Angka Harapan Hidup di Sumatera Utara Wulan, C. W. & Mansyur, A.	567
Analisis Prediksi Saham Emas PT Aneka Tambang (Tbk) Menggunakan Long Short-Term Memory (LSTM) dan Gated Recurrent Unit (GRU) Luxfiati, N. A., & Bustamam, A.	578
Penerapan Algoritma Genetika Dalam Optimasi Komposisi Menu Makanan bagi Penderita Stroke Ritonga, Y. A. & Ahyaningsih, F.	584
Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pertumbuhan Ekonomi di Sumatera Utara Menggunakan Regresi Data Panel Naibaho, H. M., & Khairani, N.	593
Peningkatan Kemampuan Komunikasi Matematis Peserta Didik Kelas X dengan Pembelajaran Berbasis Proyek Kolaboratif Berbantuan Media Canva Saragih, G. P.	601
Implementasi Pembelajaran Kooperatif Tipe TGT Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa SMP Islam Al-Fadhli Cindey, T. A. M., & Hasratuddin	611
Pengembangan E-Modul Berbasis Smart Apps Creator 3 untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Peserta Didik Kelas VIII MTs Zain, D. & Kairuddin	621
Analisis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Program Linier Berbantuan Kalkulator Grafik di Kelas XI Elfina, H.	631
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Komik Digital Untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VII SMP Negeri 17 Medan Banurea, L. K., & Siregar, T. M.	642

Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw Terhadap Kemampuan Koneksi Matematis Siswa SMP Negeri 15 Medan Hutagalung, A. F. S., & Siregar, N.	651
Pengaruh Kepercayaan Diri (Self Confidence) terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Ginting, E. R., & Simanjorang, M. M.	662
Penerapan Pembelajaran Kontekstual Berbantuan Aplikasi Desmos untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa SMA Elfani, E.	669
Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Ditinjau dari Gaya Belajar yang Dibelajarkan dengan Model PBM Sinaga, A. P., & Simanullang, M. C.	679
Pemetaan Tenaga Kesehatan di Provinsi Sumatera Utara Menggunakan Metode Multidimensional Scaling Silaban, A. & Susiana	687
Pengembangan Video Pembelajaran Matematika Menggunakan Powtoon untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa di SMP Negeri 1 Kuala Fazriani, A., & Sagala, P. N.	697
Penerapan Metode Adams-Bashfort-Moulton pada Persamaan Logistik dalam Memprediksi Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Sumatera Utara Hasibuan, Z. A. E., & Ritonga, A.	705
Efektivitas Model Pembelajaran Discovery Learning Terhadap Kemampuan Literasi Numerasi Siswa Kelas VII Di UPT SMP Negeri 37 Medan Talaumbanua, B. N.	715
Perbedaan Kemampuan Pemecahan Masalah Diajarkan dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah dan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia Sipayung, E. N., & Napitupulu, E. E.	721
Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis Etnomatematika Berbantuan Classpoint untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VII Tobing, E. L., & Siregar, T. M.	729
Pengaruh Model Pembelajaran Numbered Head Together Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Siswa Yuwindi, F., & Napitupulu, E. E.	737
Peran Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik melalui Budaya Melayu pada Pembelajaran Matematika Nasution, H. H.	745
Meningkatkan Penalaran Matematis Siswa SMP melalui Video Animasi Berbasis Problem-Based Learning dengan Animaker Simbolon, P., & Manurung, N.	756

Pembangunan Algoritma Metode Modifikasi Runge-Kutta Menggunakan Kombinasi Deret
Lehmer dengan Python untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial

Ananda, D., Telaumbanua, L. Y., Nazla, K., & Rangkuti, Y. M. 763

Pembelajaran Matematika SD Dengan Model Kontekstual Berbasis Kearifan Lokal Gotong
Royong Pada Suku Batak Toba

Silalahi, T. M. 773

Analisis Regresi Weibull terhadap Determinan Laju Pemulihan Klinis Pasien Penderita
Stroke

Harahap, S., & Febrian, D. 785

Pengembangan Media Matematika Digital Berbasis Pendidikan Matematika Realistik
Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa SMP Negeri 16
Medan

Napitupulu, S. S., & Kairuddin. 795

The Effect of The Problem-Based Learning Model on Students' Mathematics Problem
Solving Abilities

Sitinjak, W. B. C., & Napitupulu, E. E. 805

Peran Media Komik Berbasis Budaya Lokal Tapanuli Selatan dalam Pembelajaran
Matematika SD

Siregar, Y. A. 813

Pengembangan LKPD untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Peserta Didik pada
Pembelajaran Kooperatif Tipe Snowball Throwing di Kelas VIII SMP

Zuhrah, S. A. 823

Pembangunan Script Python untuk menunjukkan perbandingan antara Metode RK6,
Metode RK4

Ulwan, M. A. N., Pratiwi, I. A., Suana, M. Z., & Rangkuti, Y. M. 831

Penerapan Metode Naive Bayes dalam Memprediksi Kepuasan Pasien Terhadap
Pelayanan Rumah Sakit (Studi Kasus: Rumah Sakit Umum Haji Medan)

Syadia, R. & Kartika D. 838

Penerapan Rantai Markov dalam Menganalisis Tingkat Persaingan Ojek Online

Saputri, A. N., & Ritonga, A. 844

Pembangunan Python untuk menunjukkan Keakuratan Metode Modifikasi RK4
dibandingkan dengan Metode RK Merson untuk MNA

Fadluna, E. P., Saragih, R. Z. F., Alamsyah, R., & Rangkuti, Y. M. 853

Penerapan Analytical Hierarchy Process dalam Menentukan Pemilihan Dompot Digital (E-
Wallet) yang Terpercaya Pada Sektor UMKM di Kecamatan Percut Sei Tuan

Hartati, S., & Ahyaningsih, F. 861

Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think Talk Write Terhadap Kemampuan
Komunikasi Matematis Siswa SMA Negeri 1 Hamparan Perak

Nabila, F., Surya, E. 871

Pembangunan Algoritma Metode Modifikasi Runge-Kutta Menggunakan Kombinasi Deret Lehmer dengan Python untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial

Deswita Ananda^{1*}, Louders Yoakim Telaumbanua², Khaira Nazla³, & Yulita Molliq Rangkuti⁴
^{1,2,3,4}Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan,

Medan 20221, Sumatera Utara, Indonesia

*Corresponding Author:deswitaananda0322@gmail.com

Abstrak, artikel ini membahas tentang pembangunan algoritma dari Metode modifikasi Runge kutta menggunakan kombinasi Deret Lehmer (MRKDL) untuk menyelesaikan penyelesaian persamaan diferensial. Dalam syntax Python yang telah dibangun menggunakan pendekatan input untuk fungsi, syarat awal, dan ukuran langkah. Dari hasil bahwa, simulasi dengan syntax Python ini dapat mencari solusi numerik berbagai persamaan diferensial, interval waktu dan ukuran langkah untuk berbagai nilai α , sehingga penggunaannya lebih fleksibel serta hasil visualisasi ditunjukkan untuk berbagai nilai α juga diperlihatkan di atikel ini. Oleh karena itu, syntax Python ini menjadi alat untuk mensimulasikan metode MRKDL untuk kasus yang lebih kompleks.

Kata kunci: Persamaan diferensial, Metode modifikasi Runge kutta menggunakan kombinasi Deret Lehmer, Python

Abstract, this article discusses the development of an algorithm from the Modified Runge Kutta Method using a combination of Lehmer Series (MRKLS) to solve differential equations. The Python syntax has been built using an input approach for functions, initial conditions, and step sizes. From the results, simulation with this Python syntax can find numerical solutions to various differential equations, time intervals, and step sizes for multiple values of α , so that its use is more flexible, and the visualization results shown for various values of α are also displayed in this article. Therefore, this Python syntax becomes a tool to copy the MRKLS method for more complex cases.

Keywords: Differential equations, Runge Kutta modification method using a combination of Lehmer Series, Python.

Citation : Ananda, D., dkk. (2024). Pembangunan Algoritma Metode Modifikasi Runge-Kutta Menggunakan Kombinasi Deret Lehmer dengan Python untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2024*. 763 - 772

PENDAHULUAN

Persamaan diferensial memainkan peranan yang sangat penting dalam berbagai bidang seperti rekayasa, fisika, ekonomi, dan disiplin ilmu lainnya, di mana persamaan ini berfungsi sebagai alat utama untuk memodelkan fenomena-fenomena yang terjadi di dunia nyata (Zill (2013)). Beberapa kasus yang sering diselesaikan dengan persamaan diferensial meliputi dinamika populasi, gerakan objek, serta fenomena yang berkaitan dengan biologi dan fisika. Contohnya, persamaan diferensial banyak diterapkan dalam model pertumbuhan populasi untuk mengevaluasi perubahan jumlah individu suatu spesies dari waktu ke waktu, yang dapat direpresentasikan sebagai persamaan diferensial orde satu dengan satu variabel. Selain itu, sistem persamaan diferensial yang melibatkan dua variabel banyak diterapkan dalam studi sistem ekologi atau model ekonomi yang lebih kompleks (Rozikin et al., 2021; Nitzan et al., 2021).

Persamaan diferensial orde satu dengan satu variabel umumnya dapat dituliskan dalam bentuk $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$. Sementara itu, untuk persamaan diferensial dengan dua variabel, bentuk umumnya adalah $\frac{dy}{dx} = g(x, y)$ dan $\frac{dz}{dx} = h(x, y, z)$. Penerapan rumus ini dalam fenomena saat ini melibatkan

penggunaan model matematis dalam analisis epidemiologi, contohnya model SIR yang digunakan untuk mensimulasikan penyebaran penyakit menular (Rismayanti et al., 2022).

Metode numerik yang umum diterapkan dalam penyelesaian persamaan diferensial adalah Metode Runge-Kutta Orde Empat (RK4). Metode RK4 merupakan teknik numerik yang dirancang untuk menangani masalah nilai awal maupun masalah nilai batas pada persamaan diferensial, baik yang bersifat linier maupun non-linier. Metode ini menawarkan tingkat akurasi yang lebih baik jika dibandingkan dengan metode Euler dan metode Heun (Enkekes & Mardianto, 2022; Rismayanti et al., 2022). Hasil dari penggunaan metode RK4 umumnya memberikan estimasi nilai fungsi di titik tertentu dengan mempertimbangkan kemiringan di beberapa titik dalam interval yang sudah ditentukan (Butcher, 2021). Dalam hal ini, Deret Lehmer bisa dimanfaatkan untuk mempercepat proses perhitungan dalam metode RK4. Deret ini membantu mengoptimalkan langkah-langkah dalam perhitungan numerik, sehingga efisiensi dan akurasi hasil yang didapatkan bisa meningkat (Lehmer, 2020).

Untuk implementasi metode RK4, kami memanfaatkan Python sebagai alat bantu. Python adalah bahasa pemrograman tingkat tinggi yang dikembangkan oleh Guido Van Rossum dan diperkenalkan pada tahun 1991. Bahasa ini sangat populer karena sintaksisnya yang mudah dipahami, serta dilengkapi dengan berbagai pustaka yang komprehensif seperti NumPy dan SciPy (Alfarizi et al., 2023). Beragam kasus telah ditangani dengan menggunakan Python, mencakup simulasi fisika, analisis data, serta pengembangan model machine learning dan deep learning. Sebagai contoh, dalam penelitian di bidang biomedis, Python sering dimanfaatkan untuk memodelkan dan menganalisis data eksperimen dengan cara yang efisien (Alfarizi et al., 2023; Vázquez et al., 2023).

Tujuan artikel ini adalah membahas tentang pembangunan algoritma dari metode MRKDL dengan Python. Penerapan metode tersebut untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Dalam pembahasan akan dibahas mengenai langkah-langkah pembangunan metode MRKD, pembangunan koding untuk penginputan persamaan diferensial, syarat awal, interval waktu dan ukuran langkah untuk tiga contoh. Terakhir pembangunan syntax untuk visualisasi dengan Python.

METODE MODIFIKASI RUNGE KUTTA MENGGUNAKAN KOMBINASI DERET LEHMER

Metode modifikasi Runge Kutta menggunakan kombinasi Deret Lehmer (MRKDL) merupakan modifikasi dari Runge kutta orde empat klasik berdasarkan rata-rata aritmatik (RK4RA). Selanjutnya, metode RK4RA dimodifikasi dengan menggantikan mbentuk rataaan aritmatik ke dalam bentuk kombinasi konvex Deret Lehmer (Jayanti,2018), seperti pada persamaan 1 (Ulfa & Wartono (2019)):

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{3}(1 - \alpha) \left[\frac{k_1 + k_2}{2} + \frac{k_2 + k_3}{2} + \frac{k_3 + k_4}{2} \right] + \alpha \left[\frac{k_1^4 + k_2^4}{k_1^3 + k_2^3} + \frac{k_2^4 + k_3^4}{k_2^3 + k_3^3} + \frac{k_3^4 + k_4^4}{k_3^3 + k_4^3} \right] \quad (1)$$

Dengan

$$k_1 = hf(t_n, y_n), k_2 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right), k_3 = hf\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{3}{8}\alpha k_1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\alpha\right)k_2\right), \text{ dan} \\ k_4 = hf\left(t_n + h, y_n + \frac{3}{4}\alpha k_1 + \left(\frac{3}{4} - \frac{3\alpha(8+\alpha)}{4}\right)k_2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{3\alpha}{4}\right)k_3\right),$$

Dimana t_n merujuk waktu saat ini, y_n menunjukkan nilai fungsi pada waktu t_n , h merupakan panjang langkah (step size), f adalah fungsi yang mendefinisikan ODE. Persamaan (1) dikenal sebagai Runge Kutta orde empat klasik menggunakan kombinasi Deret Lehmer dengan $p=1$ dan $p=4$.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Prosiding Seminar Nasional Jurusan Matematika

Transformasi, Rekonstruksi, dan Integrasi Keilmuan dalam Pembelajaran Matematika Menuju Era Inovasi dan Kolaborasi
Medan, 20 November 2024

Script Python sudah dibangun pada media ujicoba untuk mendapatkan Solusi persamaan diferensial. Script dimulai dengan menefinisikan beberapa library pendukung sebagai berikut:

```
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
```

Library yang dipilih mendukung pengoperasian rumus matematika import numpy as np, pembuatan grafik dengan import matplotlib.pyplot as plt serta pembuatan tabel dengan import pandas as pd. Pada script python juga dibangun untuk berbagai parameter α ; yaitu $\alpha = 0.9, \alpha = 0.3, \alpha = 0.2, \alpha = 0.0001$ dan $\alpha = 0.0000007$. Script python dapat dilihat sebagai berikut

```
# Fungsi untuk mendapatkan input nilai  $\alpha=0.9, \alpha=0.3, \alpha=0.2, \alpha=0.0001,$  dan  $\alpha=1/10000000$ 
secara manual
alpha1 = 0.9
alpha2 = 0.3
alpha3 = 0.2
alpha4 = 0.0001
alpha5 = 0.0000001
y10 = 1
y20 = 1
y30 = 1
y40 = 1
y50 = 1
```

Dari script di definisikan fungsi untuk menginput fungsi. Selanjutnya didefinisikan juga persamaan dalam sistem dengan python seperti script berikut:

```
# Fungsi untuk mendapatkan input fungsi dari pengguna
def get_function_input(prompt):
    while True:
        try:
            func = input(prompt)
            f = eval("lambda t, y: " + func)
            # Uji fungsi dengan nilai t dan y sembarang
            f(0, 0)
            return f, func
        except:
            print("Input fungsi tidak valid. Silakan coba lagi.")
```

Selanjutnya dibangun script python untuk metode MRKDL untuk berbagai parameter α ; yaitu $\alpha = 0.9, \alpha = 0.3, \alpha = 0.2, \alpha = 0.0001$ dan $\alpha = 0.0000007$ seperti script berikut:

```
# Metode Modifikasi Runge-Kutta Orde keempat Deret Lehmer untuk alpha = 0.9
def MRK4DL_solver1(f, alpha1, y10, t0, tf, h):
    t_values = []
    y1_values = []

    t = t0
    y1 = y10
    while t <= tf:
        t_values.append(t)
        y1_values.append(y1)

        k1 = h*f(t, y1)
        k2 = h*f(t + 0.5*h, y1 + 0.5*k1)
```

```

k3 = h*f(t + 0.5*h, y1 + 3*k1*alpha1/8 + (0.5 - 3*alpha1/8)*k2)
k4 = h*f(t + h, y1 + k1*(3*alpha1)/4 + k2*(3*alpha1*(8 + alpha1))/((4*(3*alpha1 - 4))
) + k3*((8 + 9*alpha1))/((2*(3*alpha1 - 4))))
y1 = y1 + (1/3)* ((1-alpha1)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/2+ alpha1*((k1**4 + k2**4))/((k1**3
+ k2**3)))+ ((k2**4 + k3**4))/((k2**3 + k3**3) )+( (k3**4 + k4**4))/((k3**3 + k4**3)))
t = t + h
return t_values, y1_values

```

Metode Modifikasi Runge-Kutta Orde keempat Deret Lehmer untuk alpha = 0.3

```
def MRK4DL_solver2(f, alpha2, y20, t0, tf, h):
```

```

    t_values = []
    y2_values = []
    t = t0
    y2 = y20
    while t <= tf:
        t_values.append(t)
        y2_values.append(y2)
        k1 = h*f(t, y2)
        k2 = h*f(t + 0.5*h, y2 + 0.5*k1)
        k3 = h*f(t + 0.5*h, y2 + 3*k1*alpha2/8 + (0.5 - 3*alpha2/8)*k2)
        k4 = h*f(t + h, y2 + k1*(3*alpha2)/4 + k2*(3*alpha2*(8 + alpha2))/((4*(3*alpha2 - 4))
+ k3*((8 + 9*alpha2))/((2*(3*alpha2 - 4))))
        y2 = y2 + (1/3)* ((1-alpha2)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/2+ alpha2*((k1**4 + k2**4))/((k1**3
+ k2**3)))+ ((k2**4 + k3**4))/((k2**3 + k3**3) )+( (k3**4 + k4**4))/((k3**3 + k4**3)))
        t = t + h
    return t_values, y2_values

```

Metode Modifikasi Runge-Kutta Orde keempat Deret Lehmer untuk alpha = 0.2

```
def MRK4DL_solver3(f, alpha3, y30, t0, tf, h):
```

```

    t_values = []
    y3_values = []
    t = t0
    y3 = y30
    while t <= tf:
        t_values.append(t)
        y3_values.append(y3)
        k1 = h*f(t, y3)
        k2 = h*f(t + 0.5*h, y3 + 0.5*k1)
        k3 = h*f(t + 0.5*h, y3 + 3*k1*alpha3/8 + (0.5 - 3*alpha3/8)*k2)
        k4 = h*f(t + h, y3 + k1*(3*alpha3)/4 + k2*(3*alpha3*(8 + alpha3))/((4*(3*alpha3 - 4))
+ k3*((8 + 9*alpha3))/((2*(3*alpha3 - 4))))
        y3 = y3 + (1/3)* ((1-alpha3)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/2+ alpha3*((k1**4 + k2**4))/((k1**3
+ k2**3)))+ ((k2**4 + k3**4))/((k2**3 + k3**3) )+( (k3**4 + k4**4))/((k3**3 + k4**3)))
        t = t + h
    return t_values, y3_values

```

Metode Modifikasi Runge-Kutta Orde keempat Deret Lehmer untuk alpha = 1/10000

```
def MRK4DL_solver4(f, alpha4, y40, t0, tf, h):
```

```

    t_values = []
    y4_values = []
    t = t0
    y4 = y40
    while t <= tf:
        t_values.append(t)
        y4_values.append(y4)

```

Prosiding Seminar Nasional Jurusan Matematika

Transformasi, Rekonstruksi, dan Integrasi Keilmuan dalam Pembelajaran Matematika Menuju Era Inovasi dan Kolaborasi
Medan, 20 November 2024

```
k1 = h*f(t, y4)
k2 = h*f(t + 0.5*h, y4 + 0.5*k1)
k3 = h*f(t + 0.5*h, y4 + 3*k1*alpha4/8 + (0.5 - 3*alpha4/8)*k2)
k4 = h*f(t + h, y4 + k1*(3*alpha4)/4 + k2*(3*alpha4*(8 + alpha4))/((4*(3*alpha4 - 4))
) + k3*((8 + 9*alpha4))/((2*(3*alpha4 - 4))))
y4 = y4 + (1/3)* ((1-alpha4)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/2 + alpha4*((k1**4 + k2**4))/((k1**3
+ k2**3)) + ((k2**4 + k3**4))/((k2**3 + k3**3)) + ((k3**4 + k4**4))/((k3**3 + k4**3))))
t = t + h
return t_values, y4_values

# Metode Modifikasi Runge-Kutta Orde keempat Deret Lehmer untuk alpha = 1/10000000
def MRK4DL_solver5(f, alpha5, y50, t0, tf, h):
    t_values = []
    y5_values = []
    t = t0
    y5 = y50
    while t <= tf:
        t_values.append(t)
        y5_values.append(y5)
        k1 = h*f(t, y5)
        k2 = h*f(t + 0.5*h, y5 + 0.5*k1)
        k3 = h*f(t + 0.5*h, y5 + 3*k1*alpha5/8 + (0.5 - 3*alpha5/8)*k2)
        k4 = h*f(t + h, y5 + k1*(3*alpha5)/4 + k2*(3*alpha5*(8 + alpha5))/((4*(3*alpha5 - 4))
) + k3*((8 + 9*alpha5))/((2*(3*alpha5 - 4))))
        y5 = y5 + (1/3)* ((1-alpha5)*(k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)/2 + alpha5*((k1**4 + k2**4))/((k1**3
+ k2**3)) + ((k2**4 + k3**4))/((k2**3 + k3**3)) + ((k3**4 + k4**4))/((k3**3 + k4**3))))
        t = t + h
    return t_values, y5_values
```

Pada script metode MRK4DL dibangun 5 formula dikarenakan nilai α ada lima. Selanjutnya untuk menunjukkan fleksibilitas script python untuk interval waktu dan ukuran langkah di masukkan dengan koding inputan seperti script berikut

```
# Mendapatkan input fungsi dari pengguna
f, f_str = get_function_input("Masukkan fungsi f(t, y): ")
t0 = float(input("Masukkan nilai t0 (waktu awal): "))
tf = float(input("Masukkan nilai tf (waktu akhir): "))
h = float(input("Masukkan nilai h (step size): "))
t_values, y1_values = MRK4DL_solver1(f, alpha1, y10, t0, tf, h)
t_values, y2_values = MRK4DL_solver2(f, alpha2, y20, t0, tf, h)
t_values, y3_values = MRK4DL_solver3(f, alpha3, y30, t0, tf, h)
t_values, y4_values = MRK4DL_solver4(f, alpha4, y40, t0, tf, h)
t_values, y5_values = MRK4DL_solver5(f, alpha5, y50, t0, tf, h)
# Mendapatkan solusi eksak
exact_values = exact_solution(t_values)
```

Untuk menampilkan tabel untuk berbagai parameter α setelah penginputan data dan perhitungan galat dituliskan sebagai berikut:

```
# Membuat tabel data
data = {
    "t": t_values,
    "Solusi Eksak": exact_values,
    "alpha = 0.9": np.abs(y1_values - exact_values),
    "alpha = 0.3": np.abs(y2_values - exact_values),
```

```
"alpha = 0.2": np.abs(y3_values - exact_values),
"alpha = 10^(-4)": np.abs(y4_values - exact_values),
"alpha = 10^(-7)": np.abs(y5_values - exact_values)
}
df = pd.DataFrame(data)
print(df)
```

Untuk memvisualisasikan hasil simulasi melalui script di atas maka visualisasi 2 dimensi ditampilkan melalui script berikut

```
# Plot hasil
plt.figure(figsize=(12,5))
plt.plot(t_values, y1_values, label=f"Solusi numerik untuk $alpha = 0.9$")
plt.plot(t_values, y2_values, label=f"Solusi numerik untuk $alpha = 0.3$")
plt.plot(t_values, y3_values, label=f"Solusi numerik untuk $alpha = 0.2$")
plt.plot(t_values, y4_values, label=f"Solusi numerik untuk $alpha = 1/10000$")
plt.plot(t_values, y5_values, label=f"Solusi numerik untuk $alpha = 1/10000000$")
#plt.plot(t_values, exact_values, label=f"Solusi exaact untuk $y = {fexact_str}$",
marker='.')
plt.xlabel('t')
plt.ylabel('y')
plt.title('Solusi Metode Modifikasi Runge-Kutta Deret Lehmer')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

Contoh 1: Diketahui persamaan diferensial (Ulfa dan Wartono (2019))

$$\frac{dy}{dt} = y, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq t \leq 1$$

Dengan penyelesaian eksak $y = e^t$. Untuk syntaz Python dari metode MRKDL perlu di mendefinisikan fungsi $f(t, y) = y$ sebagai berikut:

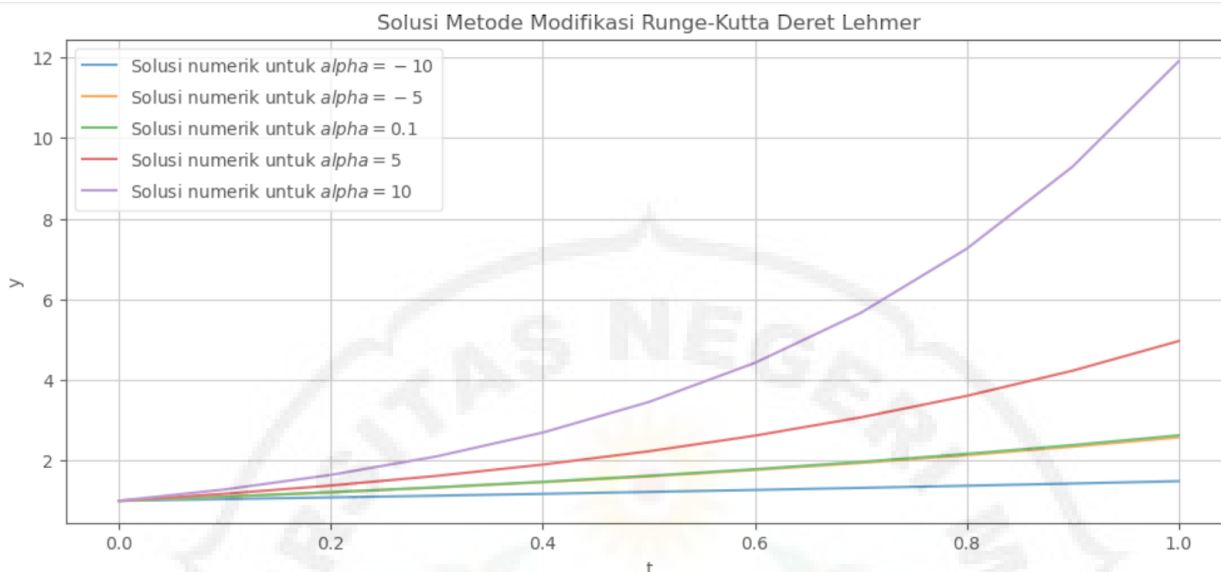
```
Masukkan fungsi f(t, y): y
Masukkan nilai t0 (waktu awal): 0
Masukkan nilai tf (waktu akhir): 1
Masukkan nilai h (step size): 0.001
```

Setelah itu dilakukan simulasi dengan Python makan error dari berbagai nilai α sebagai berikut:

Tabel 1. Galat dari hasil selisih antara penyelesaian eksak dengan hasil simulasi contoh 1

t	Solusi Eksak	alpha = 0.9	alpha = 0.3	alpha = 0.2	alpha = 0.0001	alpha = 0.0000001
0.000	1.000000	0.000000	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
0.001	1.001001	0.000002	6.556830e-07	6.529396e-07	3.335438e-07	3.335001e-07
0.002	1.002002	0.000004	1.312678e-06	1.307185e-06	6.677549e-07	6.676675e-07
0.003	1.003005	0.000006	1.970986e-06	1.962739e-06	1.002634e-06	1.002503e-06
0.004	1.004008	0.000007	2.630609e-06	2.619603e-06	1.338183e-06	1.338008e-06
...	...	...	...	...	...	...
0.995	2.704724	0.004920	1.762237e-03	1.754866e-03	8.965877e-04	8.964703e-04
0.996	2.707430	0.004930	1.765772e-03	1.758387e-03	8.983865e-04	8.982689e-04
0.997	2.710139	0.004940	1.769313e-03	1.761913e-03	9.001881e-04	9.000703e-04
0.998	2.712851	0.004950	1.772859e-03	1.765444e-03	9.019924e-04	9.018743e-04
0.999	2.715565	0.004960	1.776411e-03	1.768981e-03	9.037994e-04	9.036811e-04

Dari tabel 1 bahwa solusi cukup dekat dengan penyelesaian tepat untuk α mendekati nol. Kemudian hasil simulasi diplot untuk menunjukkan ke solusi dari berbagai nilai α , $\alpha = 10, -5, .01, 5$ dan $\alpha = 10$ untuk interval waktu $0 \leq t \leq 1$.



Gambar 1. Grafik hasil penyelesaian untuk persamaan diferensial $dy/dt = y$

Dari gambar 1 dapat dilihat kesan parameter α , semakin kecil parameter α maka nilai y semakin tinggi. Selanjutnya diselesaikan persamaan diferensial yang diperlihatkan dalam contoh 2

Contoh 2. Diketahui persamaan diferensial (Ulfa dan Wartono (2019))

$$\frac{dy}{dt} = y, \quad y(0) = 1, \quad 0 \leq t \leq 1,$$

Dengan penyelesaian eksak $y = e^{-t}$. Untuk syntaz Python dari metode MRKDL perlu di mendefinisikan fungsi $f(t, y) = y$, interval waktu dan ukuran langkah sebagai berikut:

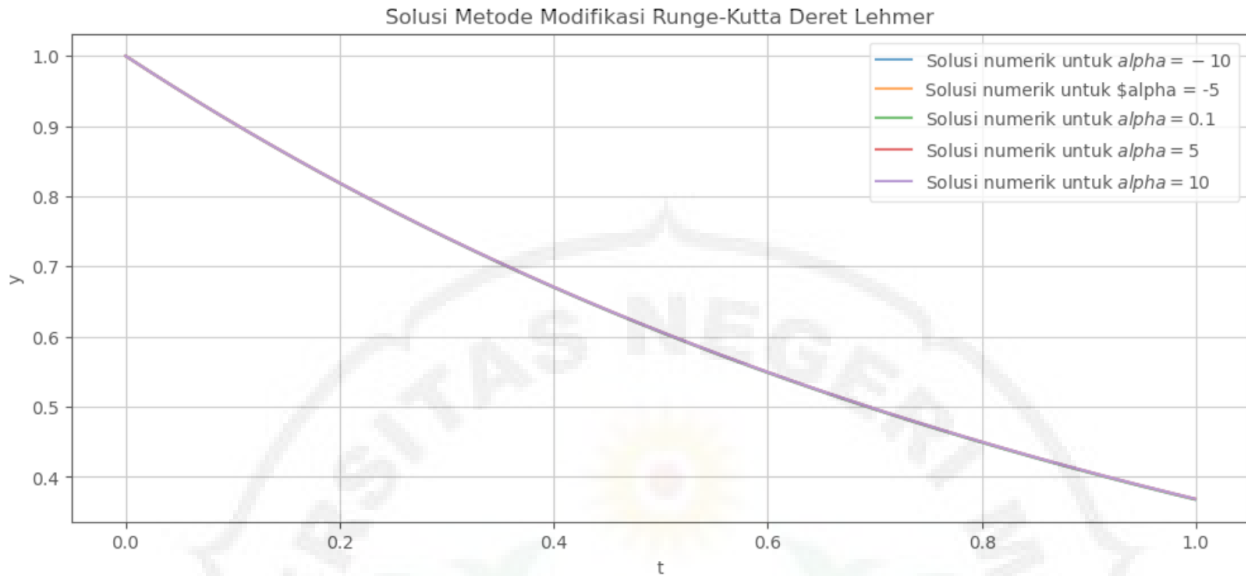
```
Masukkan fungsi f(t, y): -y
Masukkan nilai t0 (waktu awal): 0
Masukkan nilai tf (waktu akhir): 1
Masukkan nilai h (step size): 0.001
```

Setelah itu dilakukan simulasi dengan Python makan error dari berbagai nilai α sebagai berikut:

Tabel 2. Galat dari hasil selisih antara penyelesaian eksak dengan hasil simulasi contoh 2

t	Solusi Eksak	alpha = 0.9	alpha = 0.3	alpha = 0.2	alpha = 10 ⁻⁴	alpha = 10 ⁻⁷
0.000	1.000000	0.000000	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00	0.000000e+00
0.001	0.999000	0.000002	6.567615e-07	6.534305e-07	3.332105e-07	3.331668e-07
0.002	0.998002	0.000004	1.312210e-06	1.305554e-06	6.657549e-07	6.656675e-07
0.003	0.997004	0.000006	1.966347e-06	1.956374e-06	9.976340e-07	9.975030e-07
0.004	0.996008	0.000008	2.619174e-06	2.605890e-06	1.328849e-06	1.328674e-06
...	...	...	...	...	...	...
0.995	0.369723	0.000692	2.417688e-04	2.405429e-04	1.226821e-04	1.226660e-04
0.996	0.369354	0.000692	2.417698e-04	2.405439e-04	1.226826e-04	1.226665e-04
0.997	0.368985	0.000692	2.417705e-04	2.405447e-04	1.226830e-04	1.226669e-04
0.998	0.368616	0.000692	2.417711e-04	2.405452e-04	1.226833e-04	1.226672e-04
0.999	0.368248	0.000692	2.417714e-04	2.405455e-04	1.226835e-04	1.226674e-04

Dari Tabel 2 bahwa solusi cukup dekat dengan penyelesaian tepat untuk α mendekati nol. Kemudian hasil simulasi diplot untuk menunjukkan ke solusi dari berbagai nilai α , $\alpha = 10, -5, .01, 5$ dan $\alpha = 10$ untuk interval waktu $0 \leq t \leq 1$. Berikut ini visualisasi dari solusi dengan berbagai nilai α , $\alpha = 10, -5, .01, 5$ dan $\alpha = 10$.



Gambar 2. Grafik hasil penyelesaian untuk persamaan diferensial $dy/dt = -y$

Dari gambar 2. dapat dilihat bahwa tidak ada perbedaan yang signifikan nilai y untuk berbagai parameter α .

KESIMPULAN

Pada artikel ini, Pembangunan syntax Python menerapkan metode MRKDL untuk menyelesaikan persamaan diferensial. Dari hasil simulasi dengan Python metode MRKDL sangat akurat untuk interval waktu $0 \leq t \leq 1$ dan untuk ukuran langkah $h = 0.001$. Analisis dilakukan dengan dua contoh persamaan diferensial yang sering dijumpai dalam model populasi. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa metode ini mampu memberikan solusi yang akurat dengan kestabilan yang baik selama periode waktu yang ditentukan. Dengan memanfaatkan kemampuan Python serta pustaka seperti NumPy dan Pandas, proses perhitungan dan visualisasi hasil menjadi lebih efisien dan mudah dipahami. Secara keseluruhan, modifikasi ini menunjukkan potensi besar dalam penyelesaian numerik untuk persamaan diferensial yang lebih kompleks di masa mendatang.

UCAPAN TERIMA KASIH

Kami ingin mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam penyelesaian artikel ini..

DAFTAR PUSTAKA

- Butcher, J. C., (2021), Numerical Methods for Ordinary Differential Equations,” Wiley,.
- Lehmer, D. H., (2020) Mathematics of Computation: A Collection of Papers on the Work of the Society, *American Mathematical Society*, 2020.
- A. e. a. Nitzan, (2021), Modeling of ecological dynamics using differential equations, *Ecological Modelling*, 2021.
- J. e. a. Vázquez, “Data analysis and modeling using Python: Applications in biomedicine,” *Journal of Biomedical Informatics*, 2023.

- Rozikin, N., Sarjana, K., Azmi, S., & Hikmah, N., "Aplikasi Persamaan Diferensial Dalam Mengestimasi Jumlah Penduduk dengan Menggunakan Model Eksponensial dan Logistik," *Journal of Mathematics Education and Application*, 2021.
- Nurazizah, Nurman, T. A., & Syata, I., "PENYELESAIAN MODEL PENYEBARAN PENYAKIT ISPA DENGAN MENGGUNAKAN METODE RUNGE KUTTA FEHLBERG DI PROVINSI SULAWESI SELATAN," *Al-Aqlu: Jurnal Matematika, Teknik dan Sains*, 2024.
- S. D. Ifa, "PENGEMBANGAN TEORI PERSAMAAN DIFERENSIAL UNTUK MENINGKATKAN CARA BERFIKIR KRITIS MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA," *Jurnal Inovasi Penelitian*, 2021.
- Hadisusanto, J., & Mungkasi, J., "Penyelesaian Model Epidemiologi SIR Menggunakan Metode Runge Kutta Orde Tiga dan Metode Adams-Bashforth Orde Tiga," *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, 2023.
- Nisa, S., Irwan, & Syata, I., "PENERAPAN METODE RUNGE-KUTTA ORDE 4 MODEL PENYEBARAN DEMAM BERDARAH DENGUE DI KOTA MAKASSAR," *Al-Aqlu: Jurnal Matematika, Teknik dan Sains*, 2024.
- Putra, F. P., Fajar, S. N., Aditya, P., Apriliani, E., Sadjidon, & Arif, D. K., "Numerical simulation of tsunami propagation with Finite Difference Method and Runge Kutta 4th Order Method," *Journal of Physics: Conference Series*, 2020.
- Ningsi, G. P., & Mungkasi, S., "Penerapan Metode Runge-Kutta dan Iterasi Variasional dalam," *Journal of Mathematics and Its Applications*, 2020.
- Susanto, A. (2018). Pemrograman MATLAB untuk Analisis Numerik. Penerbit Graha Ilmu.
- Kartono, Y., & Wahyudi, S. (2015). Persamaan Diferensial: Teori dan Aplikasi. Penerbit Erlangga.
- Taufik, A., & Wahyuni, R. (2016). Metode Numerik dengan MATLAB dan Excel. Penerbit Salemba Teknika.
- Hartono, T. (2019). Analisis dan Penyelesaian Persamaan Diferensial dengan Pendekatan Numerik. Penerbit Deepublish.
- Lehmer, D. H. (2020). Optimization of Numerical Sequences for Differential Equations. *Journal of Computational Mathematics*, 44(1), 89-105.
- Jayanti, E. D., M. Imran., dan Syamsudhuha., (2018). A Third Order Runge-Kutta Method Based on Convex Combination of Lehmer Means. *Journal of Mathematical and Computation Science* 8(6), 673-682.
- Enkekes, M., & Mardianto, D. (2022). Comparative Analysis of Numerical Methods for Solving Ordinary Differential Equations. *Journal of Applied Mathematics and Computation*, 15(3), 123-139.
- Alfarizi, M. A., et al. (2023). Implementing Python for Mathematical Modeling: An Overview of Applications. *Journal of Mathematical Sciences and Applications*, 11(4), 201-219.
- Rismayanti, L., & Susanto, H. (2022). Numerical Solutions for Epidemic Models Using the Runge-Kutta Method. *Journal of Epidemiological Research*, 18(3), 235-248.

- Khalil, M., & Nasser, Y. (2023). Efficient Implementation of Modified Numerical Methods for Differential Equations. *Mathematics and Computers in Simulation*, 62(7), 189-204.
- Prasetyo, D., & Rahayu, W. (2023). Application of Python in Solving Differential Equations in Physics. *Indonesian Journal of Physics Education*, 15(5), 107-116.
- Zahra, A., & Fauzi, F. (2020). Comparison Between Standard RK4 and Modified RK4 with Optimization Techniques. *Journal of Numerical Analysis and Optimization*, 9(4), 89-101.
- Zill, D.G., (2013), A First Course in Differential Equations with Modeling Applications, Brooks/Cole, Boston
- Ulfa, F., & Wartono, (2019), MODIFIKASI METODE RUNGE-KUTTA ORDE EMPAT KLASIK MENGGUNAKAN KOMBINASI DERET LEHMER DENGAN $P = 1$ DAN $P = 4$, Prosiding SainsTeKes, Semnas MIPAKes UMRi, Pekanbaru, vo. 1/ Agustus 2019, 7-15

