



Universitas Negeri Medan
Jurusan Matematika



2024

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

Transformasi, Rekonstruksi, dan integrasi keilmuan dalam pembelajaran matematika menuju era inovasi dan kolaborasi



Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd
Narasumber 1



Prof. Dr. Ferra Yanuar, M.Sc
Narasumber 2



Dr. Ani Sutiani, M.Si
Opening Speech



20
NOVEMBER

AT 9 AM

Vol 3 (2024)



Visit our website
semnasmatematika.com

TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN
MATEMATIKA MENUJU ERA INOVASI DAN KOLABORASI

2024

CV. KES

2024

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

**TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI
KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENUJU
ERA INOVASI DAN KOLABORASI**

Penulis

Peserta Prosiding Seminar Nasional
Matematika 2024



Penerbit
CV. Kencana Emas Sejahtera
Medan
2025

2024

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

MATEMATIKA

**TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI
KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENUJU
ERA INOVASI DAN KOLABORASI**

©Penerbit CV. Kencana Emas Sejahtera

All right reserved

Anggota IKAPI

No.030/SUT/2019

Hak cipta dilindungi oleh Undang-undang
Dilarang mengutip atau memperbanyak
sebagian atau seluruh isi buku tanpa
izin tertulis dari Penerbit

Penulis

Peserta Prosiding Seminar Nasional
Matematika 2024

TIM EDITOR

Diterbitkan pertama kali oleh
Penerbit CV. Kencana Emas Sejahtera
Jl.Pimpinan Gg. Agama No.17 Medan
Email finamardiana3@gmail.com
HP 082182572299 / 08973796444

Cetakan pertama, Juli 2025
xii + 882 hlm; 21 cm x 29,7 cm
ISBN:978-634-7059-33-8

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala karuniaNya, sehingga Buku Abstrak Prosiding Seminar Nasional Matematika yang diselenggarakan Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Medan. Kegiatan ini mengusung tema Transformasi, Rekonstruksi, dan integrasi keilmuan dalam pembelajaran matematika menuju era inovasi dan kolaborasi dengan keynote speaker Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd. dan Prof. Dr. Ferra Yanuar, M.Sc. serta Dr. Ani Sutiani, M.Si. sebagai *Opening Speech*. Tujuan kegiatan ini selain menciptakan lingkungan akademik di lingkungan jurusan matematika FMIPA Universitas Negeri Medan, juga menjadi wadah untuk menyebarkan pengembangan ilmu pada bidang matematika dan rumpun ilmu yang berkaitan. Kegiatan yang dilaksanakan pada tanggal 20 November ini diikuti oleh 228 peserta seminar dan 131 pemakalah (*presenter*) yang berasal dari beberapa institusi di tingkat Nasional. Artikel yang diterima terdiri dari dikelompokkan pada 4 bidang; (1) ilmu Komputer; (2) Pendidikan matematika; (3) statistik; dan (4) Matematika. Dari 131 Full Paper yang masuk, selain diterbitkan dalam bentuk prosiding, juga akan diterbitkan pada mitra publikasi jurnal kami; (1) Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika; (2) Journal of Mathematics, Computations, and Statistics; (3) jurnal Zero: Jurnal Sains, Matematika dan Terapan dan (4) Journal of Didactic Mathematics

Kelancaran kegiatan persiapan kegiatan seminar ini telah didukung oleh jajaran pimpinan Universitas Medan, oleh karena itu Kami mengucapkan terima kasih kepada (1) Ketua Senat Universitas Negeri Medan; (2) Rektor Universitas Negeri Medan; (3) Dekan FMIPA Universitas; dan (4) ketua Jurusan Pendidikan. Kami juga mengucapkan seluruh pihak-pihak terkait yang tidak dapat kami sebutkan satu terutama Panitia Pelaksana dan partisipan dalam pelaksanaan seminar Nasional ini. Semoga prosiding Seminar Nasional Matematika ini, dapat memberikan wawasan dan melengkapi kemajuan teknologi pada bidang yang berkaitan dengan Matematika.

Medan, 7 Februari 2025
a.n Panitia Pelaksana

Dr. Yulita Molliq Rangkuti, S.Si, M.Sc



Thanks To INVITED SPEAKER

Terima kasih kami ucapkan kepada Invite Speaker



Yulita M. Ranguti, S.Si., M.Sc., Ph.D



Dr. Izwita Dewi, M.Pd



Dra. Nurliani Manurung, M.Pd.



Dra. Katrina Samosir, M.Pd



Kairuddin, S.Si., M.Pd.



Dr. Faiz Ahyaningsih, S.Si., M.Si.

EDITORIAL TEAM

Pengarah	Dr. Ani Sutiani, M.Si.
Penanggung jawab	Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Editor	Suwanto, M.Pd.
Section Editor	Dinda Kartika, S.Pd., M.Si. Fevi Rahmawati Suwanto, S.Pd., M.Pd. Suci Frisnoiry, S.Pd., M.Pd. Sisti Nadia Amalia, S.Pd., M.Stat. Nurul Maulida Surbakti, M.Si. Glory Indira Diana Purba, S.Si., M.Pd.
Reviewer	Nurhasanah Siregar, S.Pd., M.Pd. Dr. Izwita Dewi, M.Pd. Mangaratua M. Simanjorang, M.Pd., Ph.D. Dr. KMS. Amin Fauzi, M.Pd. Dr. Mulyono, M.Si. Dr. Hamidah Nasution, S.Si., M.Si. Didi Febrian, S.Si., M.Sc. Dian Septiana, S.Pd., M.Sc. Dr. Faiz Ahyaningsih, M.Si. Said Iskandar Al Idrus, S.Si., M.Si. Dr. Arnita Sudianto Manullang, S.Si., M.Si. Susiana, S.Si., M.Si.

Pengarah

Dr. Ani Sutiani, M.Si.

Penanggung Jawab

Dr. Jamalum, M.Si.

Dr. Dewi Wulandari, S.Si., M.Si.

Dr. Rahmatsyah, M.Si.

Wakil Penanggung Jawab

Dr. Pardomuan Sitompul, M.Si.

Dr. Lasker P Sinaga, S.Si., M.Si.

Nurhasanah Siregar, S.Pd., M.Pd.

Dr. Hamidah Nasution, S.Si., M.Si.

Said Iskandar Al Idrus, S.Si., M.Si.

Sudianto Manullang, S.Si., M.Si.

Didi Febrian, S.Si., M.Sc.

Ketua

Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc., Ph.D.

Sekretaris

Elfitra, S.Pd., M.Si.

Bendahara

Arnah Ritonga, S.Si., M.Si.

Kesekretariatan

Nadrah Afiati Nasution, M.Pd.

Nurul Ain Farhana, M.Si.

Imelda Wardani Rambe, M.Pd.

Dian Septiana, S.Pd., M.Sc.

Publikasi dan Registrasi

Sri Dewi, M.Kom.

Fanny Ramadhani, S.Kom., M.Kom.

Promosi dan Humas

Dedy Kiswanto, S.Kom., M.Kom.

Tiur Malasari Siregar, S.Pd., M.Si.

Sri Lestari Manurung, S.Pd., M.Pd.

Logistik

Muhammad Badzlan Darari, S.Pd., M.Pd.

Putri Harliana, S.T., M.Kom.

Philips Pasca G. Siagian, S.Pd., M.Pd.

Seksi Acara

Ade Andriani, S.Pd., M.Si.

Dra. Nurliani Manurung, M.Pd.

Dra. Katrina Samosir, M.Pd.

Kairuddin, S.Si., M.Pd.

Ichwanul Muslim Karo Karo, M.Kom.

Konsumsi

Faridawaty Marpaung, S.Si., M.Si.

Marlina Setia Sinaga, S.Si., M.Si.

Erlinawaty Simanjuntak, S.Pd., M.Si.

Dokumentasi

Rizki Habibi, S.Pd., M.Si.

DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	i
Invite Speaker	ii
Editorial Team.....	iii
Daftar Isi	v

Daftar Artikel

Pembangunan Script Python untuk Menunjukkan Solusi dari Persamaan Diferensial Menggunakan Metode Extended Runge-Kutta Khan A. J. M, Rangkuti Y. M., Nianda N., Hidayanti R.....	1
Pengembangan LKPD Berbasis PBL Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP Saragih, B. M., & Fuazi, M. A	12
Pengambilan Keputusan Pemberian Kredit Menggunakan Metode Fuzzy Weighted Product Pada KSP3 Nias Cabang Gunungsitoli Hutapea, T.A., & Lase, K.N.....	22
Peramalan Tingkat Inflasi Indonesia Menggunakan Machine Learning Dengan Metode Backpropagation Neural Network Situngkir, K. M.	31
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Video Menggunakan Aplikasi Canva Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika Peserta Didik Siregar, A. V. & Sitompul, P.	41
Pengembangan Aplikasi Edutainment Berbasis Game Based Learning untuk Meningkatkan Kemampuan Spasial Matematis Siswa SMA Syaputra, F., & Siregar, T. M.....	51
Pengaruh Pendekatan Matematika Realistik Berbantuan GeoGebra Terhadap Kemampuan Berpikir Komputasi Peserta Didik Kelas VIII Saragih, C. A.Z. & Simanjuntak, E	61
Respon Positif Model Pembelajaran PMRI Berbasis Batak Toba Untuk Meningkatkan Kemampuan HOTS Silaban, P. J., Sinaga, B., & Syahputra, E	70
Optimalisasi Pemahaman Konsep Matematis: Pengembangan Media E-Komik Digital Berbasis Pendekatan RME pada Siswa SMP PTPN IV Dolok Sinumbah Limbong, D. K., & Fauzi, M. A	80
Revolusi Pembelajaran Matematika: Pengembangan E-Modul Interaktif dengan Model SAVI untuk Siswa SMP Purba, I. N., & Hia, Y	89

Perancangan Pemrograman Analisis Dinamika Penyebaran DBD dengan Modifikasi Metode Runge-Kutta Kuntzmann Berbasis Rerata Pangkat $P=1/2$ Azzaki, F. A., Sinabariba, A. A., & Azzahra, D. P.	96
Deep Learning untuk Matematika: Pengenalan Rumus dengan Convolutional Neural Network Tampubolon, A. P. H. S. M	105
Pengaruh Model Pembelajaran PBL Berbantuan Canva terhadap Hasil Belajar HOTS Materi Menggunakan Data Kelas VII Anaiyah, N	115
Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe The Power of Two Terhadap Keahlian Komunikasi Matematis Siswa Siahaan, E. E., Manurung, N., & Siagian, P. P. G.	122
Optimasi Jumlah Produksi Toko Kuala Jaya Menggunakan Metode Branch and Bound (Studi Kasus: Toko Kuala Jaya, Pantai Labu) Pandiangan, W. P.	130
Pengelompokan Pasien dengan Faktor Penyakit Jantung Menggunakan Metode Principal Component Analysis dan K Nearest Neighbors Hutapea, B. A.	139
Perbandingan Proporsionalitas Metode Sainte-Laguë dan D'Hondt dalam Penentuan Alokasi Kursi Legislatif Menggunakan Indeks Least Squares Wulandari, G. A., & Sutanto	148
Penentuan Penerima Bantuan Langsung Tunai Dana Desa Menggunakan Metode Fuzzy Analytical Hierarchy Process (AHP) Lumbanraja, I. A., & Hutapea, T. A.	157
Maksimalisasi Keuntungan pada UMKM Batagor dan Tahu Walik Menggunakan Metode Simpleks dan POM-QM Maria, N. S., Marbun, M., Zendrato, M. A., Silalahi, N. D., Zandroto, N., Rizki, P., & Tarigan, P.	166
Optimalisasi Produksi Bakpao dengan Program Linier Menggunakan Metode Simpleks pada Usaha Bakpao Jumat Berkah Saragih, A. G., Wardana, A., Khumairah, A., Adhawina, R., Gisty, R. A., Angraini, S., & Simanjuntak, E.	174
Pengaruh Pendekatan Matematika Realistik Berbantuan Macromedia Flash Terhadap Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Kelas VIII SMP Negeri 1 Nibung Hangus) Wahyuni, S., & Nasution, H.	180
Maksimasi Keuntungan Dari Penjualan Freenchies Tahu.Go Outlet Tempuling Dengan Menggunakan Linear Programming Metode Simpleks dan Aplikasi Operational Research Tarigan, G. H., Putri, I., Simanungkalit, I., Sitepu, I. D. A., Khafifah, S., Tampubolon, S. T. V., & Simbolon, S. S. D.	189

Pengembangan Hypothetical Learning Trajectory untuk Mendukung Pemahaman Konsep Luas Bangun Datar pada Siswa Kelas VII

Kasiani, P. & Nasution, A. A...... 197

Pembangunan Syntax Python berbasis Metode Runge Kutta Orde Kelima Tahap Keenam untuk Menyelesaikan Masalah Nilai Awal

Manurung, E. V., Rangkuti, Y. M., Faris, M., & Lestari, D...... 208

Pembangunan Python Script berdasarkan Metode Runge-Kutta Orde Lima berbasis pada Rata-rata Heronian untuk Menyelesaikan Model Lengan Robot yang diperkecil

Gultom, J. M., Permadi, W. W., Pohan, N. R. K., & Rangkuti, Y. M...... 216

Pembangunan syntax Python berbasis Metode Modifikasi Runge-Kutta Verner untuk menunjukkan perilaku bullying

Ramadhan, R., Rangkuti, Y. M., Paul, I., & Calista, A...... 224

Pembangunan Algoritma Runge-Kutta Fehlberg dengan Python untuk menyelesaikan Sistem Osilasi Harmonik

Fahrezi, B. A., Istiara, S., M Siregar, M. R. D., & Rangkuti, Y. M...... 232

Klasifikasi Kerusakan pada Gigi Manusia dengan Menggunakan Metode Ekstraksi Fitur Hybrid dan Algoritma KNN

Pohan, N. R. K., Fadluna, E. P., Ananda, D., & Kiswanto, D...... 240

Analisis Dinamik Sistem Reaksi Difusi Model Fitzhugh-Nagumo

Manurung, D. R. M., & Sitompul, P...... 250

Estimator Modified Jackknife untuk Mengatasi Multikolinieritas pada Regresi Poisson (Studi Kasus: Angka Kematian Bayi di Provinsi Sumatera Utara)

Nadya, F., & Manulang, S...... 261

Peran Etnomatematika Budaya Melayu Terhadap Pembelajaran Matematika di Sekolah

Wahyuni, F...... 273

Filosofi Pembelajaran Berdifferensiasi Dalam Pembelajaran Matematika Ditinjau dari Kearifan Lokal Batak Toba

Simanjuntak, S. D. & Sitepu, I...... 283

Strategi Optimalisasi Keuntungan Usaha Jus Buah melalui Metode Simpleks

Siagian, J. A., Naibaho, J. S., Lestari, J. A., Lubis, S. I. A. R., Sidauruk, V. P., Saputra, Y. A., & Simanjuntak, E...... 290

Model Regresi Data Panel dalam Menentukan Faktor yang Berpengaruh Terhadap Tingkat Stunting di Provinsi Sumatera Utara

Dalimunthe, I. Z., & Simamora, E...... 296

Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Menggunakan Newman Error Analysis (NEA) pada Pendekatan Matematika Realistik Di SMP Negeri 43 Medan

Wibowo, M. R. & Fauzi, M. A...... 304

Implementasi Metode Shannon-Runge-Kutta-Gill dalam Model SIR untuk Prediksi Penyebaran COVID-19: Pendekatan Numerik dengan Python Hidayat, M. F., Rangkuti, Y. M., Nasution, S. A. B., & Ginting, J. A. P.	316
Pengembangan Video Pembelajaran Matematika Berbasis Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD untuk Meningkatkan Motivasi Belajar Siswa SMP Kelas VIII Sinaga, E. P., & Sitompul. P.	326
Pengoptimalan Seleksi Tim PON Esports Mobile Legends Perwakilan Sumatera Utara Menggunakan Metode Algoritma Genetika dan Regresi Linear Berganda Silitonga, R. & Febrian, D.	335
Optimalisasi Pemilihan Pupuk Sawit Terbaik di PTPN IV Marihat dengan Metode WASPAS Parinduri, M.A. & Sinaga, L. P.	345
Pengembangan E-Modul Berbasis STEAM Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Di SMP Negeri 1 Patumbak Nasution, N. H., & Samosir, K.	351
Penggunaan Metode Simpleks dalam Mengoptimalisasi Keuntungan Penjualan Es Kul-Kul Waruwu, F., Andini, C. R., Simamora, D. K., Febrianti, D. A., Simamora, E. F., Tambunan, E. E., & Silaban, G. S.	360
Pengaruh Model Pembelajaran Discovery Learning Berbantuan Geogebra terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VIII SMPN 35 Medan Bakara, N. E. E.	367
Pemodelan Waktu Keberangkatan Bus pada Angkutan antar Kota antar Provinsi Jalur Semarang- Surabaya Menggunakan Aljabar Max-Plus Muzammil, A., & Arifin, A. Z.	374
Pembangunan Python Berdasarkan Metode Runge-Kutta Order Keempat Berbasis Rataan Harmonik Untuk Menunjukkan Perilaku Chaotic Sistem Rossler Tambunan, L., Sidabutar, Y. S. M., Harahap, J. & Rangkuti, Y. M.	380
Implementasi Graf Dan Metode Webster Dalam Optimalisasi Pengaturan Lampu Lalu Lintas (Studi Kasus: Simpang Pemda Flamboyan Raya) Manurung, Y. T. F., & Hutabarat, H. D. M.	389
Etnomatematika Alat Musik Simalungun Gondang Sipitupitu Situngkir, F. L., Gultom, S., & Simanjorang, M.	396
Pembangunan Algoritma Metode Runge-Kutta Orde Ketiga Rataan Aritmatika untuk melihat dinamika Penyebaran penyakit Demam Berdarah Manurung, G. K. D., Safitri, E., Sibarani, R. H. R., & Rangkuti, Y. M.	403
Upaya Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Peserta Didik Kelas VII Menggunakan Model Pembelajaran Kontekstual Handari, I. S. & Sitompul, P.	413

Simulasi Monte Carlo dalam Memprediksi Distribusi Kursi DPR RI Jawa Tengah dengan Metode Sainte-Lague

Iriantini, D. S. & Sutanto. 421

Penerapan Fuzzy Logic Tsukamoto dalam Memprediksi Jumlah Stok CPO Tahun 2024 di PTPN IV Unit Dolok Ilir

Anggriani, D. & Hutapea, T. A...... 431

Aplikasi Model ARIMA dan Modifikasinya dalam Peramalan Jumlah Penumpang di Pelabuhan Tanjung Perak

Rizal, J., Lestari, S. P., & Tolok A. N...... 439

Prediksi Harga Penutupan Saham BBKA dan BBNI dengan Algoritma K-Nearest Neighbor

Saragih, E. N. 452

Perbedaan Kemampuan Komunikasi Matematis Peserta didik Menggunakan Model PBL dan Model DL

Hutahaean, B. N., & Widyastuti, E. 461

Pengembangan Media Pembelajaran Interaktif Berbantuan Articulate Storyline Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah pada Peserta Didik Kelas XI SMA

Debora, C. E., & Siagian, P...... 465

Studi Literatur: Inovasi Pembelajaran Matematika pada Era Kolaboratif

Tania, W. P. 471

Efektivitas LKPD Berbantuan Classpoint untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VIII

Cahyani, A. P. R., & Siregar, T. M. 479

Pengembangan Media Interaktif Berbasis Android Berbantuan Articulate Storyline Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis

Pane, A. W. S., & Purba, G. I. D...... 486

Sistem Pendukung Keputusan Pemilihan Laptop Terbaik dengan Pendekatan Gabungan AHP dan TOPSIS (Studi Kasus: FMIPA UNIMED).

Tampubolon, J. 494

Pembelajaran Aljabar di SMP Dengan Pendekatan Game melalui Metode Drill and Practice dalam Pengembangan Aplikasi Cymath

Lubis, R. A., Irvan, & Azis, Z. 505

Analisis Kecanduan Game Online dengan Model SEIPTR

Carli, S. G., & Sinaga, L. P...... 515

Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Web dengan Pendekatan Problem Based Learning (PBL) pada Materi Scratch Kelas VII SMP

Ahmad, F. L., Nugroho, A. L., Anjarsari, D. D., Rahmayanti, R., & Ningrum, G. D. K.

..... 527

Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika pada Peserta Didik Autisme melalui Explicit Instruction dengan Media Permainan Edukatif Agustia, A.	536
Analisis Perbandingan Proporsionalitas Metode Andre Sainte-Lague dan Modifikasinya pada Alokasi Kursi Pemilu Legislatif DPR RI Jawa Tengah 2024 Fourindira, D. A. & Sutanto	545
Pengembangan Media Pembelajaran Web Interaktif Menggunakan Pendekatan Berdiferensiasi Pada Elemen Teknologi Informasi Dan Komunikasi Dengan Model Problem Based Learning Alfan, M., Faisal, R., & Aprilianto, P.	556
Penerapan Regresi Semiparametrik Spline Truncated dalam Memodelkan Angka Harapan Hidup di Sumatera Utara Wulan, C. W. & Mansyur, A.	567
Analisis Prediksi Saham Emas PT Aneka Tambang (Tbk) Menggunakan Long Short-Term Memory (LSTM) dan Gated Recurrent Unit (GRU) Luxfiati, N. A., & Bustamam, A.	578
Penerapan Algoritma Genetika Dalam Optimasi Komposisi Menu Makanan bagi Penderita Stroke Ritonga, Y. A. & Ahyaningsih, F.	584
Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pertumbuhan Ekonomi di Sumatera Utara Menggunakan Regresi Data Panel Naibaho, H. M., & Khairani, N.	593
Peningkatan Kemampuan Komunikasi Matematis Peserta Didik Kelas X dengan Pembelajaran Berbasis Proyek Kolaboratif Berbantuan Media Canva Saragih, G. P.	601
Implementasi Pembelajaran Kooperatif Tipe TGT Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa SMP Islam Al-Fadhli Cindey, T. A. M., & Hasratuddin	611
Pengembangan E-Modul Berbasis Smart Apps Creator 3 untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Peserta Didik Kelas VIII MTs Zain, D. & Kairuddin	621
Analisis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Program Linier Berbantuan Kalkulator Grafik di Kelas XI Elfina, H.	631
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Komik Digital Untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VII SMP Negeri 17 Medan Banurea, L. K., & Siregar, T. M.	642

Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw Terhadap Kemampuan Koneksi Matematis Siswa SMP Negeri 15 Medan Hutagalung, A. F. S., & Siregar, N.	651
Pengaruh Kepercayaan Diri (Self Confidence) terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Ginting, E. R., & Simanjorang, M. M.	662
Penerapan Pembelajaran Kontekstual Berbantuan Aplikasi Desmos untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa SMA Elfani, E.	669
Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Ditinjau dari Gaya Belajar yang Dibelajarkan dengan Model PBM Sinaga, A. P., & Simanullang, M. C.	679
Pemetaan Tenaga Kesehatan di Provinsi Sumatera Utara Menggunakan Metode Multidimensional Scaling Silaban, A. & Susiana	687
Pengembangan Video Pembelajaran Matematika Menggunakan Powtoon untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa di SMP Negeri 1 Kuala Fazriani, A., & Sagala, P. N.	697
Penerapan Metode Adams-Bashfort-Moulton pada Persamaan Logistik dalam Memprediksi Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Sumatera Utara Hasibuan, Z. A. E., & Ritonga, A.	705
Efektivitas Model Pembelajaran Discovery Learning Terhadap Kemampuan Literasi Numerasi Siswa Kelas VII Di UPT SMP Negeri 37 Medan Talaumbanua, B. N.	715
Perbedaan Kemampuan Pemecahan Masalah Diajarkan dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah dan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia Sipayung, E. N., & Napitupulu, E. E.	721
Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis Etnomatematika Berbantuan Classpoint untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VII Tobing, E. L., & Siregar, T. M.	729
Pengaruh Model Pembelajaran Numbered Head Together Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Siswa Yuwindi, F., & Napitupulu, E. E.	737
Peran Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik melalui Budaya Melayu pada Pembelajaran Matematika Nasution, H. H.	745
Meningkatkan Penalaran Matematis Siswa SMP melalui Video Animasi Berbasis Problem-Based Learning dengan Animaker Simbolon, P., & Manurung, N.	756

Pembangunan Algoritma Metode Modifikasi Runge-Kutta Menggunakan Kombinasi Deret
Lehmer dengan Python untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial

Ananda, D., Telaumbanua, L. Y., Nazla, K., & Rangkuti, Y. M. 763

Pembelajaran Matematika SD Dengan Model Kontekstual Berbasis Kearifan Lokal Gotong
Royong Pada Suku Batak Toba

Silalahi, T. M. 773

Analisis Regresi Weibull terhadap Determinan Laju Pemulihan Klinis Pasien Penderita
Stroke

Harahap, S., & Febrian, D. 785

Pengembangan Media Matematika Digital Berbasis Pendidikan Matematika Realistik
Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa SMP Negeri 16
Medan

Napitupulu, S. S., & Kairuddin. 795

The Effect of The Problem-Based Learning Model on Students' Mathematics Problem
Solving Abilities

Sitinjak, W. B. C., & Napitupulu, E. E. 805

Peran Media Komik Berbasis Budaya Lokal Tapanuli Selatan dalam Pembelajaran
Matematika SD

Siregar, Y. A. 813

Pengembangan LKPD untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Peserta Didik pada
Pembelajaran Kooperatif Tipe Snowball Throwing di Kelas VIII SMP

Zuhrah, S. A. 823

Pembangunan Script Python untuk menunjukkan perbandingan antara Metode RK6,
Metode RK4

Ulwan, M. A. N., Pratiwi, I. A., Suana, M. Z., & Rangkuti, Y. M. 831

Penerapan Metode Naive Bayes dalam Memprediksi Kepuasan Pasien Terhadap
Pelayanan Rumah Sakit (Studi Kasus: Rumah Sakit Umum Haji Medan)

Syadia, R. & Kartika D. 838

Penerapan Rantai Markov dalam Menganalisis Tingkat Persaingan Ojek Online

Saputri, A. N., & Ritonga, A. 844

Pembangunan Python untuk menunjukkan Keakuratan Metode Modifikasi RK4
dibandingkan dengan Metode RK Merson untuk MNA

Fadluna, E. P., Saragih, R. Z. F., Alamsyah, R., & Rangkuti, Y. M. 853

Penerapan Analytical Hierarchy Process dalam Menentukan Pemilihan Dompot Digital (E-
Wallet) yang Terpercaya Pada Sektor UMKM di Kecamatan Percut Sei Tuan

Hartati, S., & Ahyaningsih, F. 861

Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think Talk Write Terhadap Kemampuan
Komunikasi Matematis Siswa SMA Negeri 1 Hamparan Perak

Nabila, F., Surya, E. 871

Pembangunan Python Berdasarkan Metode Runge-Kutta Order Keempat Berbasis Rataan Harmonik Untuk Menunjukkan Perilaku Chaotic Sistem Rössler

Lowis Tambunan^{1*}, Yusiva SM Sidabutar², Juraidah Harahap³, Yulita Molliq Rangkuti⁴
^{1,2,3,4} Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan,
Medan 20221, Sumatera Utara, Indonesia
*Corresponding Author: lowis11tambunan@gmail.com

Abstrak, artikel ini membahas pengembangan algoritma berbasis Python untuk menganalisis dinamika sistem Rossler, salah satu contoh klasik sistem dinamik chaos. Metode Runge-Kutta Orde Keempat berbasis Rataan Harmonik (RK4RH) digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (ODE) secara numerik dengan akurasi tinggi. Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi perilaku chaos pada sistem Rossler dengan memvariasikan parameter a , b , dan c , serta kondisi awal dan interval waktu. Hasil simulasi menunjukkan pola chaos yang konsisten, terutama dengan parameter $a=0.2$, $b=0.2$, dan $c=5.7$. Visualisasi disajikan melalui grafik dua dimensi $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, serta diagram fase tiga dimensi yang menggambarkan lintasan chaos. Implementasi dalam Python membuktikan efisiensi metode ini dalam analisis, simulasi, dan visualisasi sistem dinamik nonlinear, serta memberikan kontribusi terhadap studi sistem chaos dengan solusi yang akurat dan fleksibel.

Kata kunci: Sistem Rossler, Metode Runge-Kutta, Rataan Harmonik, Chaos, Python

Abstract, this article explores the development of a Python-based algorithm to analyze the dynamics of the Rossler system, a classic example of chaotic dynamical systems. The Fourth-Order Runge-Kutta method with the Harmonic Mean (RK4RH) is employed to solve ordinary differential equations (ODEs) with high accuracy. The study aims to investigate chaotic behavior in the Rossler system by varying parameters a , b , c , initial conditions, and time intervals. Simulation results highlight consistent chaotic patterns, particularly for parameters $a=0.2$, $b=0.2$, and $c=5.7$. Visualizations include two-dimensional solution graphs of $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ and three-dimensional phase diagrams illustrating chaotic trajectories. The implementation in Python demonstrates the method's efficiency in analyzing, simulating, and visualizing nonlinear dynamical systems, offering a robust and flexible solution for studying chaotic systems with accurate results.

Keywords: Rossler System, Runge-Kutta Method, Harmonic Mean, Chaos, Python

Citation : Tambunan, L., dkk. (2024). Pembangunan Python Berdasarkan Metode Runge-Kutta Order Keempat Berbasis Rataan Harmonik Untuk Menunjukkan Perilaku Chaotic Sistem Rössler. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2024*. 380 – 388

PENDAHULUAN

Sistem Rössler adalah salah satu contoh sistem dinamik chaotik yang diperkenalkan oleh Otto Rössler pada tahun 1976 (Rössler, 1976). Sistem ini biasanya dinyatakan dalam bentuk tiga persamaan diferensial biasa (ODE) berikut. Sistem ini digunakan untuk memodelkan interaksi sosial atau jaringan neuron (Boccaletti, Bianconi, Criado, & Gade, 2014) dan dimodelkan untuk interaksi antara populasi dalam ekosistem yang menunjukkan perilaku chaotik (Jansen & van Baalen, 2006). Sistem ini dikenal karena perilaku chaotik-nya, di mana perubahan kecil pada kondisi awal dapat menyebabkan hasil yang sangat berbeda seiring waktu yang sering disebut kondisi kacau. Secara matematis, sistem Rössler dituliskan oleh tiga persamaan diferensial berikut (Rössler, 1976):

$$\frac{dx}{dt} = -(y + z), \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt} = x + ay, \quad (2)$$

$$\frac{dz}{dt} = b + xz - cz, \quad (3)$$

dimana x, y , dan z adalah variabel keadaan, sementara a, b , dan c adalah parameter yang dapat disesuaikan. Dengan memilih nilai tertentu untuk parameter ini, sistem dapat menunjukkan perilaku chaotik. Dalam simulasi ini, nilai $a = 0.2, b = 0.2$, dan nilai dari c menunjukkan kacau atau tidak kacanya sistem tersebut, jika $c = 2.3$ maka sistem berperilaku tidak kacau dan $c = 5.7$ nilai menyatakan sistem kacau (Goh, Noorani, & Hashim, 2009).

Sudah banyak metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan sistem Rössler adalah Metode Runge-Kutta Order keempat berbasis Rataan Harmonik (RK4RH) (Wartono, Putri, Soleh, Suryani, & Aprijon, 2019). Metode ini adalah salah satu metode eksplisit paling akurat dan banyak digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (ODE). Keuntungan metode RK4RH adalah kemampuannya untuk mencapai solusi numerik yang sangat akurat tanpa meningkatkan kompleksitas komputasi secara signifikan. RK4RH bekerja dengan menghitung empat tahapan untuk memperkirakan nilai solusi dalam langkah waktu yang diberikan.

Persamaan diferensial dapat diselesaikan dengan menggunakan teknik analisis, sehingga diperlukan perangkat lunak untuk menyelesaikan persamaan diferensial secara numerik. Ada banyak program matematika yang tersedia untuk tujuan ini seperti Matlab (Rysak & Gregorczyk, 2021), Mathematica (Alomari, 2015), dan Maple (Goh et al., 2009). Selain itu, bahasa pemrograman python juga bisa menyelesaikan persamaan diferensial secara numerik (Rangkuti, Landong, & Tarigan, 2023).

Python diciptakan oleh Guido van Rossum pada akhir 1980-an, dan dirilis pertama kali pada tahun 1991. Van Rossum mengembangkan Python dengan tujuan untuk membuat bahasa pemrograman yang mudah dipelajari dan digunakan, tetapi tetap kuat dan fleksibel untuk menangani berbagai tugas. Python kini menjadi salah satu bahasa pemrograman yang paling populer, terutama di kalangan ilmuwan komputer, ilmuwan data, dan insinyur (Rangkuti, Al Idrus, & Tarigan, 2021; Romzi & Kurniawan, 2020; Syahrudin & Kurniawan, 2018).

Python digunakan untuk implementasi simulasi ini karena fleksibilitas dan kekayaannya dalam library ilmiah. NumPy digunakan untuk perhitungan numerik, dan Matplotlib digunakan untuk visualisasi hasil. Python juga sangat populer di kalangan ilmuwan data dan insinyur karena sintaksisnya yang mudah dipahami dan kemampuannya untuk menangani komputasi skala besar (Rangkuti et al., 2021). Library utama yang digunakan dalam simulasi ini meliputi: (a) NumPy: Untuk melakukan perhitungan numerik pada array multi-dimensi dan melakukan operasi dalam matematika menggunakan library NumPy. (b) Matplotlib: Untuk memvisualisasikan hasil simulasi dalam bentuk grafik 2D dan 3D, termasuk plot lintasan $x(t), y(t), z(t)$ serta diagram fase dan lintasan 3D dari ruang fase menggunakan library `import matplotlib.pyplot as plt` dan `from mpl_toolkits import mplot3d`, (c) pandas: untuk membuat tabel melalui dataframe menggunakan library `import pandas as pd` (Rangkuti et al., 2021). Banyak studi menggunakan Python untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial dengan berbagai metode numerik. Misalnya, Python telah digunakan untuk mengembangkan aplikasi yang memanfaatkan keunggulan bahasa pemrograman scripting dan analisis elemen hingga yang canggih (Zhu et al., 2018). Selain itu, De Palma et al. (2019) membangun program analisis modular menggunakan Python untuk menyederhanakan berbagai model dan algoritma. Terakhir, Koiter's asymptotic method telah diimplementasikan oleh Castro dan Jansen menggunakan alat kolaboratif canggih, Python (Castro & Jansen, 2020). Artikel ini membicarakan tentang pembangunan script Python menyelesaikan Sistem chaotic Rossler menggunakan metode

Runge Kutta order keempat berdasarkan rata-rata harmonik serta menganalisis hasil dengan metode inputan yang dibangun.

METODE RUNGE-KUTTA ORDE KEEMPAT BERDASARKAN RATAAN HARMONIK

Metode Runge-Kutta orde keempat berdasarkan rata-rata harmonik (RK4RH) telah ditemukan oleh Wartono et al. (2019). Metode RK4RH adalah metode numerik yang dikembangkan dari metode RK4 untuk menyelesaikan persamaan dan sistem diferensial biasa (ODE) secara iteratif dengan pendekatan yang akurat, memanfaatkan nilai-nilai fungsi pada beberapa titik dalam satu langkah waktu untuk memperkirakan solusi di akhir langkah tersebut. Proses perhitungan dilakukan melalui empat tahapan, yang pada akhirnya memberikan solusi yang lebih akurat daripada metode Euler atau metode numerik orde yang lebih rendah. Rumus dari RK4RH diringkas sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{h}{2} \left(\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} + 2 \frac{k_2 k_3}{k_2 + k_3} + \frac{k_3 k_4}{k_3 + k_4} \right), \quad (4)$$

dengan

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_i, y_i); \quad k_2 = f\left(t_i + \frac{1}{3}h, y_i + \frac{1}{3}hk_1\right); \\ k_3 &= f\left(t_i + \frac{2}{3}h, y_i + \frac{h}{18}[(7 - \sqrt{265})k_1 + (51 + \sqrt{265})k_2]\right) \\ k_4 &= f\left(t_i + h, y_i + \frac{h}{6}[(-26 + 2\sqrt{265})k_1 + (41 - 3\sqrt{265})k_2 + (-2 + \sqrt{265})k_3]\right). \end{aligned}$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Script Python sudah dibangun pada media ujicoba untuk mendapatkan Solusi sistem chaotic Rossler. Script dimulai dengan menefinisikan beberapa library pendukung sebagai berikut:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d
import pandas as pd
```

Library yang dipilih mendukung pengoperasian rumus matematika, pembuatan grafik baik grafik 2 dimensi maupun grafik 3 dimensi serta pembuatan tabel. Pada script python juga dibangun penginputan parameter untuk mencari parameter terbaik melihat sistem Rossler berperilaku kacau atau tidak. Script python dapat dilihat sebagai berikut:

```
# Fungsi untuk mendapatkan input nilai σ, ρ, dan β secara manual
def get_parameters():
    a = float(input("Masukkan nilai a: "))
    b = float(input("Masukkan nilai b: "))
    c = float(input("Masukkan nilai c: "))
    return a, b, c
```

Dari scrip di definisikan fungsi float untuk menginput parameter-parameter pada sistem Chaotic Rossler. Selanjutnya didefinisikan juga persamaan dalam sistem dengan python seperti script berikut:

```
# Definisikan Sistem Rossler dengan nilai a, b, dan c dari input pengguna
def rossler_x(t, x, y, z, a):
    return -1*(y + z)
def rossler_y(t, x, y, z, b):
    return x + a * y
def rossler_z(t, x, y, z, c):
    return b + x * z - c*z
```

Pada script ini didefinisikan tiga fungsi $\text{rossler_x}(t, x, y, z, a)$, $\text{rossler_y}(t, x, y, z, a)$ dan $\text{rossler_z}(t, x, y, z, a)$ dengan menampilkan tiga variabel. Selanjutnya dibangun script python untuk metode Runge-Kutta Orde 4 Rataan Harmonik seperti script berikut:

```
# Metode Runge-Kutta Orde 4 Rataan Harmonik untuk Sistem Nonlinier (contoh: Sistem Rossler)
def rk4RH_solver(a, b, c, x0, y0, z0, t0, tf, h):
    t_values = []
    x_values = []
    y_values = []
    z_values = []
    t = t0
    x = x0
    y = y0
    z = z0
    while t <= tf:
        t_values.append(t)
        x_values.append(x)
        y_values.append(y)
        z_values.append(z)
        # Metode Runge-Kutta Orde 4
        k1 = h * lorenz_x(t, x, y, z, a)
        l1 = h * lorenz_y(t, x, y, z, b)
        m1 = h * lorenz_z(t, x, y, z, c)
        k2 = h * lorenz_x(t + h/3, x + k1/3, y + l1/3, z + m1/3, a)
        x  l2 = h * lorenz_y(t + h/3, x + k1/3, y + l1/3, z + m1/3, b)
        m2 = h * lorenz_z(t + h/3, x + k1/3, y + l1/3, z + m1/3, c)
        k3 = h * lorenz_x(t + 2*h/3, x + ((7 - np.sqrt(265))*k1 + (51 +
np.sqrt(265))*k2)/18, y + ((7 - np.sqrt(265))*l1 + (51 + np.sqrt(265))*l2)/18, z + ((7 -
np.sqrt(265))*m1 + (51 + np.sqrt(265))*m2)/18, a)
        l3 = h * lorenz_y(t + 2*h/3, x + ((7 - np.sqrt(265))*k1 + (51 +
np.sqrt(265))*k2)/18, y + ((7 - np.sqrt(265))*l1 + (51 + np.sqrt(265))*l2)/18, z + ((7 -
np.sqrt(265))*m1 + (51 + np.sqrt(265))*m2)/18, b)
        m3 = h * lorenz_z(t + 2*h/3, x + ((7 - np.sqrt(265))*k1 + (51 +
np.sqrt(265))*k2)/18, y + ((7 - np.sqrt(265))*l1 + (51 + np.sqrt(265))*l2)/18, z + ((7 -
np.sqrt(265))*m1 + (51 + np.sqrt(265))*m2)/18, c)
        k4 = h * lorenz_x(t + h, x + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*k1 + (41 - np.sqrt(265))*k2 +
(-2 + np.sqrt(265))*k3)/6, y + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*l1 + (41 - np.sqrt(265))*l2 +
(-2 + np.sqrt(265))*l3)/6, z + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*m1 + (41 - np.sqrt(265))*m2 +
(-2 + np.sqrt(265))*m3)/6, a)
        l4 = h * lorenz_y(t + h, x + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*k1 + (41 - np.sqrt(265))*k2 +
(-2 + np.sqrt(265))*k3)/6, y + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*l1 + (41 - np.sqrt(265))*l2 +
(-2 + np.sqrt(265))*l3)/6, z + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*m1 + (41 - np.sqrt(265))*m2 +
(-2 + np.sqrt(265))*m3)/6, b)
        m4 = h * lorenz_z(t + h, x + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*k1 + (41 - np.sqrt(265))*k2 +
(-2 + np.sqrt(265))*k3)/6, y + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*l1 + (41 - np.sqrt(265))*l2 +
(-2 + np.sqrt(265))*l3)/6, z + ((-26 - 2*np.sqrt(265))*m1 + (41 - np.sqrt(265))*m2 +
(-2 + np.sqrt(265))*m3)/6, c)
        x = x + (k1*k2/(k1 + k2) + 2*k2*k3/(k2 + k3) + k3*k4/(k3 + k4))/2
        y = y + (l1*l2/(l1 + l2) + 2*l2*l3/(l2 + l3) + l3*l4/(l3 + l4))/2
        z = z + (m1*m2/(m1 + m2) + 2*m2*m3/(m2 + m3) + m3*m4/(m3 + m4))/2
        t = t + h
    return t_values, x_values, y_values, z_values
```

Pada script metode RK4RH dengan menggunakan library numpy dikarenakan ada bentuk akar pada rumus RK4RH tersebut. Selanjutnya untuk menunjukkan fleksibilitas script python nilai awal, interval waktu dan ukuran langkah di masukkan dengan koding inputan seperti script berikut.

```
# Mendapatkan input parameter a, b, dan c dari pengguna
a, b, c = get_parameters()
# Input manual atau nilai default untuk kondisi awal x0, y0, z0
```



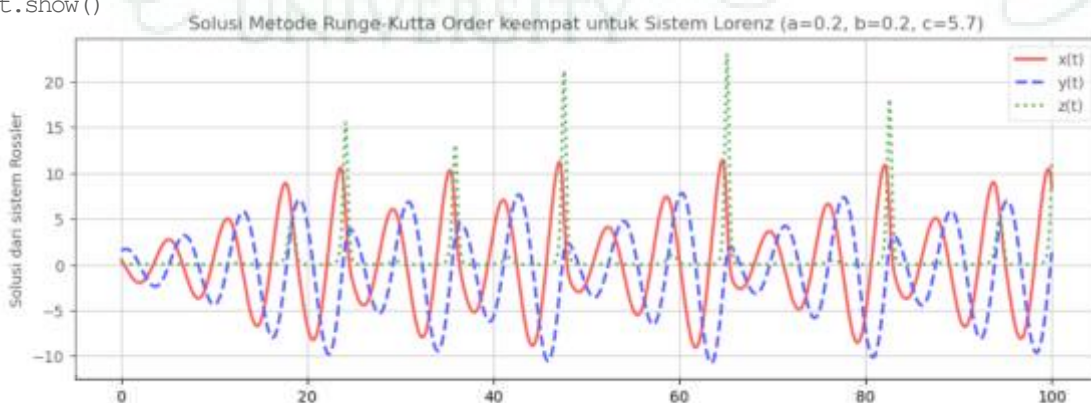
```
x0_input = input("Masukkan nilai x0 (kondisi awal, tekan Enter untuk nilai default 1): ")
y0_input = input("Masukkan nilai y0 (kondisi awal, tekan Enter untuk nilai default 1): ")
z0_input = input("Masukkan nilai z0 (kondisi awal, tekan Enter untuk nilai default 1): ")
x0 = float(x0_input) if x0_input else 1.0
y0 = float(y0_input) if y0_input else 1.0
z0 = float(z0_input) if z0_input else 1.0
# Input waktu awal, waktu akhir, dan ukuran langkah h
t0 = float(input("Masukkan nilai t0 (waktu awal): "))
tf = float(input("Masukkan nilai tf (waktu akhir): "))
h = float(input("Masukkan nilai h (step size): "))
```

Kemudian untuk menampilkan tabel setelah penginputan data dan perhitungan menggunakan RK4RH dituliskan sebagai berikut,

```
# Panggil solver RK4RH untuk menyelesaikan Sistem Rossler
t_values, x_values, y_values, z_values = rk4RH_solver(a, b, c, x0, y0, z0, t0, tf, h)
# Buat DataFrame untuk menyimpan hasil
data = {
    "t": t_values,
    "x": x_values,
    "y": y_values,
    "z": z_values
}
df = pd.DataFrame(data)
print(df)
```

Untuk memvisualisasikan hasil simulasi melalui script di atas maka visualisasi 2 dimensi ditampilkan melalui script berikut

```
# Plot hasilnya
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.plot(t_values, x_values, 'r-', linewidth=2, label='x(t)')
plt.plot(t_values, y_values, 'b--', linewidth=2, label='y(t)')
plt.plot(t_values, z_values, 'g:', linewidth=2, label='z(t)')
plt.xlabel('t')
plt.ylabel('Solusi dari sistem Rossler')
print(f"Nilai input:")
print(f" a = {a}")
print(f" b = {b}")
print(f" c = {c}")
print(f" Kondisi awal: x0 = {x0}, y0 = {y0}, z0 = {z0}")
print(f" Waktu simulasi: t = {t0} sampai t = {tf} dengan langkah waktu dt = {h}")
plt.title(f'Solusi Metode Runge-Kutta Order keempat untuk Sistem Lorenz (a={a}, b={b}, c={c})')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

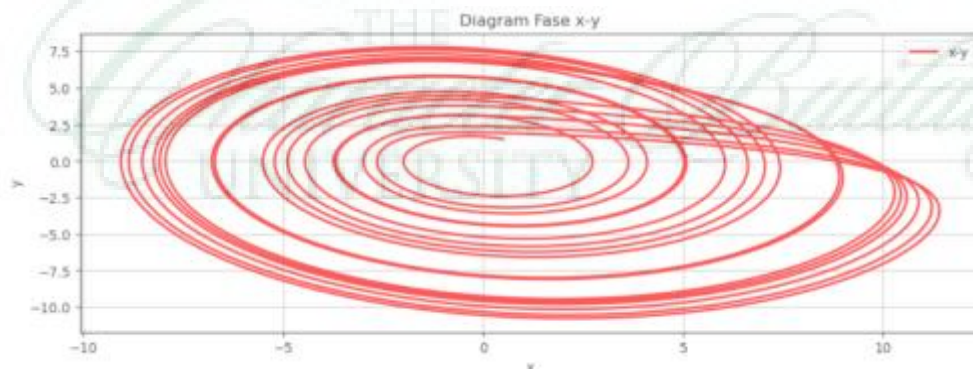


Gambar 1. Grafik Solusi terhadap Waktu

Visualisasi melalui koding python di atas, solusi untuk $x(t)$, $y(t)$ dan $z(t)$ masing-masing berwarna merah, biru dan hitam. Sedangkan tampilan dari $x(t)$ adalah garis, $y(t)$ adalah garis strip dan $z(t)$ garis titik-titik seperti gambar 1. Gambar 1 menunjukkan solusi sistem Rossler dalam domain waktu untuk variabel $x(t)$, $y(t)$, dan $z(t)$ dengan parameter $a=0.2$, $b=0.2$, $c=5.7$. Pola osilasi yang teramati menampilkan sifat chaos dengan amplitudo yang tidak stabil dan periode yang tidak berulang. Grafik ini konsisten dengan teori sistem chaos, di mana solusi tidak periodik mencerminkan sensitivitas terhadap kondisi awal. Bandingkan dengan penelitian Rossler (1976), hasil ini menunjukkan kecocokan dalam menggambarkan perilaku nonlinier sistem dinamis. Selanjutnya, Visualisasi lainnya antar variabel dapat dituliskan seperti koding berikut.

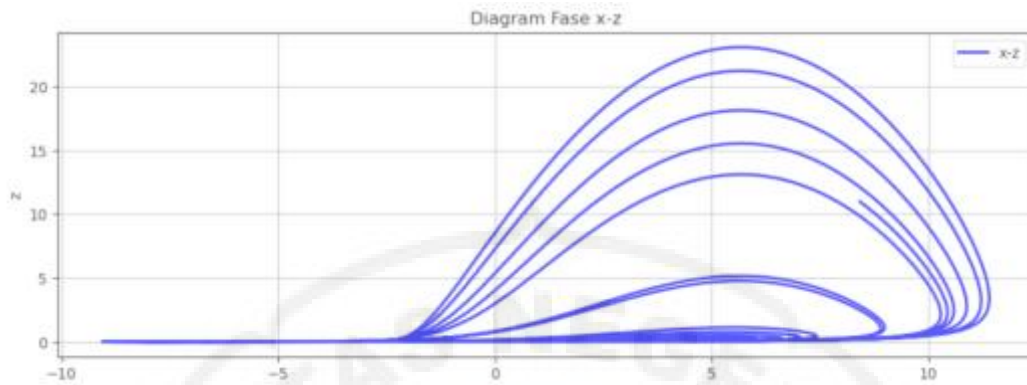
```
# Plot diagram fase x-y, x-z, dan y-z
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.plot(x_values, y_values, 'r-', linewidth=2, label='x-y')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y')
plt.title('Diagram Fase x-y')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.plot(x_values, z_values, 'b-', linewidth=2, label='x-z')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('z')
plt.title('Diagram Fase x-z')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.plot(y_values, z_values, 'g-', linewidth=2, label='y-z')
plt.xlabel('y')
plt.ylabel('z')
plt.title('Diagram Fase y-z')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

Dari koding python hasil dari solusi sistem chaotik Rossler antara variabel ditunjukkan deigram fase; x-y (merah), x-z (biru) dan y-z (hijau seperti berikut



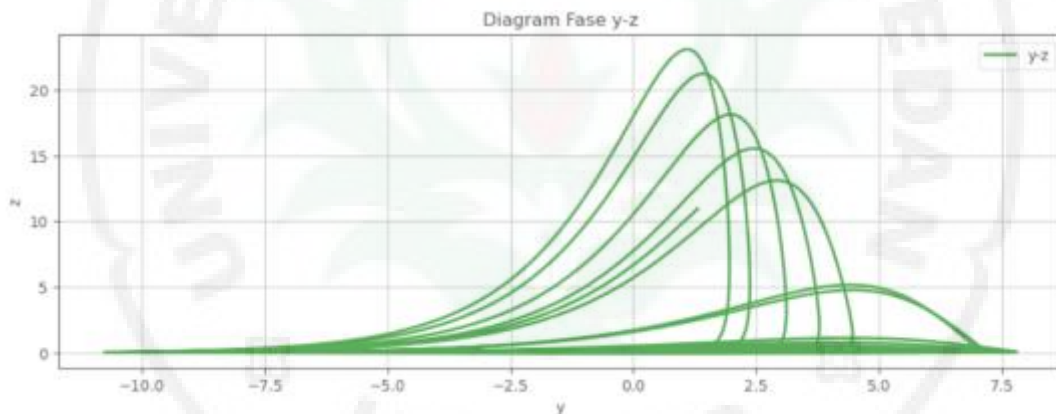
Gambar 2. Diagram Fase x-y

Gambar 2 mengilustrasikan lintasan fase antara variabel x dan y . Lintasan berbentuk spiral menggambarkan atraktor chaos, yang menunjukkan hubungan dinamis antara dua variabel tersebut. Hal ini konsisten dengan studi oleh Jansen et al. (2006) mengenai sifat atraktor pada sistem nonlinear.



Gambar 3. Diagram Fase x-z

Diagram 3 memperlihatkan hubungan antara variabel x dan z , yang menunjukkan pola unik dalam ruang fase. Pola ini memperkuat analisis bahwa sistem Rossler memiliki sifat chaos, sesuai dengan penelitian Goh et al. (2009) yang mendemonstrasikan struktur fase yang kompleks dalam sistem nonlinear.



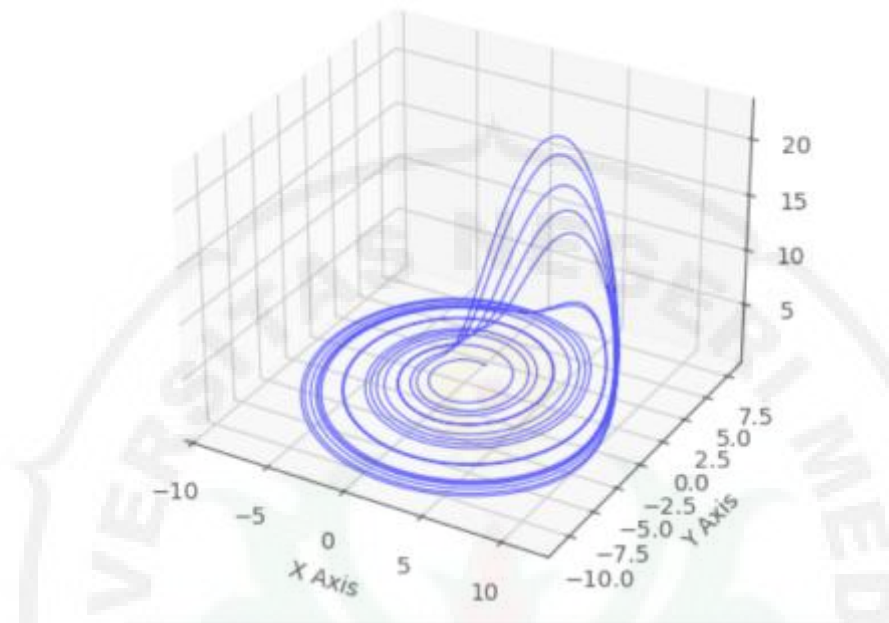
Gambar 4. Diagram Fase y-z

Lintasan fase antara y dan z menunjukkan hubungan yang lebih terfokus dibandingkan pasangan variabel lain. Pola ini memberikan wawasan lebih dalam terhadap dinamika sistem dan mencerminkan atraktor chaos, sebagaimana dibahas dalam teori dasar chaos. Akhirnya, visualisasi dari perilaku chaotic (kacau) dari sistem dapat lebih jelas gambarkan dengan koding python 3d berikut:

```
# Plot lintasan 3D untuk x-y-z
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
fig = plt.figure(figsize=(12, 5))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
ax.plot(x_values, y_values, z_values, color='b', lw=0.75)
ax.set_xlabel('X Axis')
ax.set_ylabel('Y Axis')
ax.set_zlabel('Z Axis')
ax.set title('Lintasan 3D dari Sistem Rossler')
# Menambahkan grid dan menampilkan plot
ax.grid(True)
plt.show()
```

Hasil visualisasi 3 dimensi yang telah dibangun seperti gambar 5, Gambar 5 menampilkan lintasan fase tiga dimensi, yang memberikan representasi komprehensif dari perilaku chaos sistem Rossler. Struktur yang kompleks dan berlapis mencerminkan sifat nonlinier dan sensitivitas tinggi terhadap kondisi awal. Temuan ini selaras dengan penelitian sebelumnya, seperti yang dijelaskan oleh Boccaletti et al. (2014). Analisis di atas menunjukkan bahwa metode RK4RH yang digunakan dalam

penelitian ini efektif dalam menggambarkan perilaku chaos pada sistem Rossler, dengan hasil visualisasi yang mendukung teori sistem dinamis dan chaos.



Gambar 5. Lintasan 3D dari Sistem Rossler

KESIMPULAN

Artikel ini menyajikan penggunaan Python untuk mensimulasikan perilaku chaos pada sistem Rossler menggunakan metode Runge-Kutta Orde Keempat berbasis Rataan Harmonik (RK4RH). Penelitian ini menggunakan nilai awal $x(0)=0.5$, $y(0)=1.5$, dan $z(0)=0.2$ (Watono et al., 2019), serta parameter $a=0.2$, $b=0.2$, dan $c=5.7$, yang menunjukkan perilaku chaos (Goh et al., 2009). Interval waktu yang digunakan adalah $0 \leq t \leq 100$ dengan ukuran langkah $h=0.001$. Python berperan penting dalam simulasi ini melalui penggunaan library *NumPy* untuk perhitungan numerik dan *Matplotlib* untuk visualisasi grafik. Hasil simulasi menunjukkan dengan jelas perilaku chaos, sebagaimana divisualisasikan dalam grafik solusi terhadap waktu, diagram fase $x-y$, $x-z$, $y-z$, dan lintasan tiga dimensi. Pola grafik dan lintasan ini mencerminkan kompleksitas interaksi variabel-variabel sistem Rossler ($x(t)$, $y(t)$, $z(t)$) yang sejalan dengan teori chaos dan hasil penelitian sebelumnya (Jansen et al., 2006). Visualisasi lintasan 3D yang dihasilkan konsisten dengan hasil yang dilaporkan oleh Goh et al. (2009), memperkuat validitas pendekatan yang digunakan. Dengan implementasi ini, script Python berbasis RK4RH membuktikan kemampuannya untuk menganalisis tidak hanya sistem Rossler tetapi juga sistem chaotic, hyperchaotic, dan bentuk sistem dinamis lainnya yang lebih kompleks. Script ini memberikan solusi yang akurat dan efisien untuk studi sistem nonlinear.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam penyelesaian artikel ini. Terutama kepada pihak-pihak yang memberikan dukungan dan bantuan baik secara langsung maupun tidak langsung dalam penelitian ini. Kontribusi yang diberikan sangat berarti dan tidak ternilai harganya. Semua dukungan yang diterima sangat dihargai dan akan selalu dikenang.

DAFTAR PUSTAKA

Rössler, O. E. (1976). An equation for continuous chaos. *Physics Letters A*, 57(5), 397-398.

- Boccaletti, S., Bianconi, G., Criado, R., & Gade, P. (2014). The structure and dynamics of multilayer networks. *Physics Reports*, 544(1), 1-122.
- Jansen, V. A. A., & van Baalen, M. (2006). Allee effects and chaotic dynamics in a metapopulation. *Ecology Letters*, 9(6), 613-620.
- Goh, S. M., Noorani, M. S. M., & Hashim, I. (2009). A new application of variational iteration method for the chaotic Rössler system. *Chaos, Solitons & Fractals*, 42(3), 1604-1610.
- Wartono, P., Putri, S., Soleh, M., Suryani, I., & Aprijon, (2019). Modifikasi metode Runge-Kutta orde empat bentuk Kutta menggunakan rata-rata harmonik. *Seminar Nasional Teknologi Informasi, Komunikasi dan Industri (SNTIKI)*, Pekanbaru, 12 November 2019.
- Rysak, A., & Gregorczyk, M. (2021). Differential transform method as an effective tool for investigating fractional dynamical systems. *Applied Science*, 11(695), 1-10.
- Alomari, A. K. (2015). On accuracy of numerical-analytical solution expression for hyperchaotic Rossler system. *J. Adv. Math. Stud*, 8, 185-196.
- Rangkuti, Y. M., Landong, A., & Tarigan, D. D. (2023). Implementation of the Reyleigh-Ritz method in exploring mode shape frequency of free vibration on fixed free beam using Python programming. *Journal of Mathematics, Computations, and Statistics*, 6(2), 188-196.
- Rangkuti, Y. M., Al Idrus, S. S., & Tarigan, D. D. (2021). *Pengantar Pemrograman Python*. Media Sains Indonesia, Bandung.
- Romzi, K., & Kurniawan, B. (2020). Pembelajaran pemrograman Python dengan pendekatan logika algoritma. *JTIM: Jurnal Teknik Informatika Mahakarya*, 37-44.
- Syahrudin, A. N., & Kurniawan, T. (2018). Input dan output pada bahasa pemrograman Python. *Jurnal Dasar Pemrograman Python STMIK*, 1-7.
- Zhu, M., McKenna, F., & Scott, M. H. (2018). OpenSeesPy: Python library for the OpenSees finite element framework. *SoftwareX*, 7, 6-11.
- De Palma, B., Erba, M., Mantovani, L., & Mosco, N. (2019). A Python program for the implementation of the-method for Monte Carlo simulations. *Computer Physics Communications*, 234, 294-301.
- Castro, S. G. P., & Jansen, E. L. (2020). Displacement-based formulation of Koiter's method: Application to multi-modal post-buckling finite element analysis of plates. *Thin-Walled Structures*, 159, 107217, 1-25.