



Universitas Negeri Medan
Jurusan Matematika



2024

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

Transformasi, Rekonstruksi, dan integrasi keilmuan dalam pembelajaran matematika menuju era inovasi dan kolaborasi



Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd
Narasumber 1



Prof. Dr. Ferra Yanuar, M.Sc
Narasumber 2



Dr. Ani Sutiani, M.Si
Opening Speech



20

NOVEMBER

AT 9 AM

Vol 3 (2024)



Visit our website
semnasmatematika.com

TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN
MATEMATIKA MENUJU ERA INOVASI DAN KOLABORASI

2024

CV. KES

2024

PROSIDING SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA

**TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI
KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENUJU
ERA INOVASI DAN KOLABORASI**

Penulis

Peserta Prosiding Seminar Nasional
Matematika 2024



Penerbit
CV. Kencana Emas Sejahtera
Medan
2025

2024

PROSIDING

SEMINAR NASIONAL

MATEMATIKA

**TRANSFORMASI, REKONSTRUKSI, DAN INTEGRASI
KEILMUAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA MENUJU
ERA INOVASI DAN KOLABORASI**

©Penerbit CV. Kencana Emas Sejahtera

All right reserved

Anggota IKAPI

No.030/SUT/2019

Hak cipta dilindungi oleh Undang-undang
Dilarang mengutip atau memperbanyak
sebagian atau seluruh isi buku tanpa
izin tertulis dari Penerbit

Penulis

Peserta Prosiding Seminar Nasional
Matematika 2024

TIM EDITOR

Diterbitkan pertama kali oleh
Penerbit CV. Kencana Emas Sejahtera
Jl.Pimpinan Gg. Agama No.17 Medan
Email finamardiana3@gmail.com
HP 082182572299 / 08973796444

Cetakan pertama, Juli 2025
xii + 882 hlm; 21 cm x 29,7 cm
ISBN:978-634-7059-33-8

KATA PENGANTAR

Puji syukur kami panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala karuniaNya, sehingga Buku Abstrak Prosiding Seminar Nasional Matematika yang diselenggarakan Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Negeri Medan. Kegiatan ini mengusung tema Transformasi, Rekonstruksi, dan integrasi keilmuan dalam pembelajaran matematika menuju era inovasi dan kolaborasi dengan keynote speaker Prof. Dr. Syawal Gultom, M.Pd. dan Prof. Dr. Ferra Yanuar, M.Sc. serta Dr. Ani Sutiani, M.Si. sebagai *Opening Speech*. Tujuan kegiatan ini selain menciptakan lingkungan akademik di lingkungan jurusan matematika FMIPA Universitas Negeri Medan, juga menjadi wadah untuk menyebarkan pengembangan ilmu pada bidang matematika dan rumpun ilmu yang berkaitan. Kegiatan yang dilaksanakan pada tanggal 20 November ini diikuti oleh 228 peserta seminar dan 131 pemakalah (*presenter*) yang berasal dari beberapa institusi di tingkat Nasional. Artikel yang diterima terdiri dari dikelompokkan pada 4 bidang; (1) ilmu Komputer; (2) Pendidikan matematika; (3) statistik; dan (4) Matematika. Dari 131 Full Paper yang masuk, selain diterbitkan dalam bentuk prosiding, juga akan diterbitkan pada mitra publikasi jurnal kami; (1) Jurnal Fibonacci: Jurnal Pendidikan Matematika; (2) Journal of Mathematics, Computations, and Statistics; (3) jurnal Zero: Jurnal Sains, Matematika dan Terapan dan (4) Journal of Didactic Mathematics

Kelancaran kegiatan persiapan kegiatan seminar ini telah didukung oleh jajaran pimpinan Universitas Medan, oleh karena itu Kami mengucapkan terima kasih kepada (1) Ketua Senat Universitas Negeri Medan; (2) Rektor Universitas Negeri Medan; (3) Dekan FMIPA Universitas; dan (4) ketua Jurusan Pendidikan. Kami juga mengucapkan seluruh pihak-pihak terkait yang tidak dapat kami sebutkan satu terutama Panitia Pelaksana dan partisipan dalam pelaksanaan seminar Nasional ini. Semoga prosiding Seminar Nasional Matematika ini, dapat memberikan wawasan dan melengkapi kemajuan teknologi pada bidang yang berkaitan dengan Matematika.

Medan, 7 Februari 2025
a.n Panitia Pelaksana



Dr. Yulita Molliq Rangkuti, S.Si, M.Sc



Thanks To INVITED SPEAKER

Terima kasih kami ucapkan kepada Invite Speaker



Yulita M. Ranguti, S.Si., M.Sc., Ph.D



Dr. Izwita Dewi, M.Pd



Dra. Nurliani Manurung, M.Pd.



Dra. Katrina Samosir, M.Pd



Kairuddin, S.Si., M.Pd.



Dr. Faiz Ahyaningsih, S.Si., M.Si.

EDITORIAL TEAM

Pengarah	Dr. Ani Sutiani, M.Si.
Penanggung jawab	Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc., Ph.D.
Editor	Suwanto, M.Pd.
Section Editor	Dinda Kartika, S.Pd., M.Si. Fevi Rahmawati Suwanto, S.Pd., M.Pd. Suci Frisnoiry, S.Pd., M.Pd. Sisti Nadia Amalia, S.Pd., M.Stat. Nurul Maulida Surbakti, M.Si. Glory Indira Diana Purba, S.Si., M.Pd.
Reviewer	Nurhasanah Siregar, S.Pd., M.Pd. Dr. Izwita Dewi, M.Pd. Mangaratua M. Simanjorang, M.Pd., Ph.D. Dr. KMS. Amin Fauzi, M.Pd. Dr. Mulyono, M.Si. Dr. Hamidah Nasution, S.Si., M.Si. Didi Febrian, S.Si., M.Sc. Dian Septiana, S.Pd., M.Sc. Dr. Faiz Ahyaningsih, M.Si. Said Iskandar Al Idrus, S.Si., M.Si. Dr. Arnita Sudianto Manullang, S.Si., M.Si. Susiana, S.Si., M.Si.

Pengarah

Dr. Ani Sutiani, M.Si.

Penanggung Jawab

Dr. Jamalum, M.Si.

Dr. Dewi Wulandari, S.Si., M.Si.

Dr. Rahmatsyah, M.Si.

Wakil Penanggung Jawab

Dr. Pardomuan Sitompul, M.Si.

Dr. Lasker P Sinaga, S.Si., M.Si.

Nurhasanah Siregar, S.Pd., M.Pd.

Dr. Hamidah Nasution, S.Si., M.Si.

Said Iskandar Al Idrus, S.Si., M.Si.

Sudianto Manullang, S.Si., M.Si.

Didi Febrian, S.Si., M.Sc.

Ketua

Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc., Ph.D.

Sekretaris

Elfitra, S.Pd., M.Si.

Bendahara

Arnah Ritonga, S.Si., M.Si.

Kesekretariatan

Nadrah Afiati Nasution, M.Pd.

Nurul Ain Farhana, M.Si.

Imelda Wardani Rambe, M.Pd.

Dian Septiana, S.Pd., M.Sc.

Publikasi dan Registrasi

Sri Dewi, M.Kom.

Fanny Ramadhani, S.Kom., M.Kom.

Promosi dan Humas

Dedy Kiswanto, S.Kom., M.Kom.

Tiur Malasari Siregar, S.Pd., M.Si.

Sri Lestari Manurung, S.Pd., M.Pd.

Logistik

Muhammad Badzlan Darari, S.Pd., M.Pd.

Putri Harliana, S.T., M.Kom.

Philips Pasca G. Siagian, S.Pd., M.Pd.

Seksi Acara

Ade Andriani, S.Pd., M.Si.

Dra. Nurliani Manurung, M.Pd.

Dra. Katrina Samosir, M.Pd.

Kairuddin, S.Si., M.Pd.

Ichwanul Muslim Karo Karo, M.Kom.

Konsumsi

Faridawaty Marpaung, S.Si., M.Si.

Marlina Setia Sinaga, S.Si., M.Si.

Erlinawaty Simanjuntak, S.Pd., M.Si.

Dokumentasi

Rizki Habibi, S.Pd., M.Si.

DAFTAR ISI

Kata Pengantar.....	i
Invite Speaker	ii
Editorial Team.....	iii
Daftar Isi	v

Daftar Artikel

Pembangunan Script Python untuk Menunjukkan Solusi dari Persamaan Diferensial Menggunakan Metode Extended Runge-Kutta Khan A. J. M, Rangkuti Y. M., Nianda N., Hidayanti R.	1
Pengembangan LKPD Berbasis PBL Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa SMP Saragih, B. M., & Fuazi, M. A	12
Pengambilan Keputusan Pemberian Kredit Menggunakan Metode Fuzzy Weighted Product Pada KSP3 Nias Cabang Gunungsitoli Hutapea, T.A., & Lase, K.N.	22
Peramalan Tingkat Inflasi Indonesia Menggunakan Machine Learning Dengan Metode Backpropagation Neural Network Situngkir, K. M.	31
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Video Menggunakan Aplikasi Canva Untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika Peserta Didik Siregar, A. V. & Sitompul, P.	41
Pengembangan Aplikasi Edutainment Berbasis Game Based Learning untuk Meningkatkan Kemampuan Spasial Matematis Siswa SMA Syaputra, F., & Siregar, T. M.	51
Pengaruh Pendekatan Matematika Realistik Berbantuan GeoGebra Terhadap Kemampuan Berpikir Komputasi Peserta Didik Kelas VIII Saragih, C. A.Z. & Simanjuntak, E	61
Respon Positif Model Pembelajaran PMRI Berbasis Batak Toba Untuk Meningkatkan Kemampuan HOTS Silaban, P. J., Sinaga, B., & Syahputra, E	70
Optimalisasi Pemahaman Konsep Matematis: Pengembangan Media E-Komik Digital Berbasis Pendekatan RME pada Siswa SMP PTPN IV Dolok Sinumbah Limbong, D. K., & Fauzi, M. A	80
Revolusi Pembelajaran Matematika: Pengembangan E-Modul Interaktif dengan Model SAVI untuk Siswa SMP Purba, I. N., & Hia, Y	89

Perancangan Pemrograman Analisis Dinamika Penyebaran DBD dengan Modifikasi Metode Runge-Kutta Kuntzmann Berbasis Rerata Pangkat $P=1/2$ Azzaki, F. A., Sinabariba, A. A., & Azzahra, D. P.	96
Deep Learning untuk Matematika: Pengenalan Rumus dengan Convolutional Neural Network Tampubolon, A. P. H. S. M	105
Pengaruh Model Pembelajaran PBL Berbantuan Canva terhadap Hasil Belajar HOTS Materi Menggunakan Data Kelas VII Anaiyah, N	115
Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe The Power of Two Terhadap Keahlian Komunikasi Matematis Siswa Siahaan, E. E., Manurung, N., & Siagian, P. P. G.	122
Optimasi Jumlah Produksi Toko Kuala Jaya Menggunakan Metode Branch and Bound (Studi Kasus: Toko Kuala Jaya, Pantai Labu) Pandiangan, W. P.	130
Pengelompokan Pasien dengan Faktor Penyakit Jantung Menggunakan Metode Principal Component Analysis dan K Nearest Neighbors Hutapea, B. A.	139
Perbandingan Proporsionalitas Metode Sainte-Laguë dan D'Hondt dalam Penentuan Alokasi Kursi Legislatif Menggunakan Indeks Least Squares Wulandari, G. A., & Sutanto	148
Penentuan Penerima Bantuan Langsung Tunai Dana Desa Menggunakan Metode Fuzzy Analytical Hierarchy Process (AHP) Lumbanraja, I. A., & Hutapea, T. A.	157
Maksimalisasi Keuntungan pada UMKM Batagor dan Tahu Walik Menggunakan Metode Simpleks dan POM-QM Maria, N. S., Marbun, M., Zendrato, M. A., Silalahi, N. D., Zandroto, N., Rizki, P., & Tarigan, P.	166
Optimalisasi Produksi Bakpao dengan Program Linier Menggunakan Metode Simpleks pada Usaha Bakpao Jumat Berkah Saragih, A. G., Wardana, A., Khumairah, A., Adhawina, R., Gisty, R. A., Angraini, S., & Simanjuntak, E.	174
Pengaruh Pendekatan Matematika Realistik Berbantuan Macromedia Flash Terhadap Kemampuan Koneksi Matematis Siswa Kelas VIII SMP Negeri 1 Nibung Hangus) Wahyuni, S., & Nasution, H.	180
Maksimasi Keuntungan Dari Penjualan Freenchies Tahu.Go Outlet Tempuling Dengan Menggunakan Linear Programming Metode Simpleks dan Aplikasi Operational Research Tarigan, G. H., Putri, I., Simanungkalit, I., Sitepu, I. D. A., Khafifah, S., Tampubolon, S. T. V., & Simbolon, S. S. D.	189

Pengembangan Hypohtetical Learning Trajectory untuk Mendukung Pemahaman Konsep Luas Bangun Datar pada Siswa Kelas VII

Kasiani, P. & Nasution, A. A...... 197

Pembangunan Syntax Python berbasis Metode Runge Kutta Orde Kelima Tahap Keenam untuk Menyelesaikan Masalah Nilai Awal

Manurung, E. V., Rangkuti, Y. M., Faris, M., & Lestari, D...... 208

Pembangunan Python Script berdasarkan Metode Runge-Kutta Orde Lima berbasis pada Rata-rata Heronian untuk Menyelesaikan Model Lengan Robot yang diperkecil

Gultom, J. M., Permadi, W. W., Pohan, N. R. K., & Rangkuti, Y. M...... 216

Pembangunan syntax Python berbasis Metode Modifikasi Runge-Kutta Verner untuk menunjukkan perilaku bullying

Ramadhan, R., Rangkuti, Y. M., Paul, I., & Calista, A...... 224

Pembangunan Algoritma Runge-Kutta Fehlberg dengan Python untuk menyelesaikan Sistem Osilasi Harmonik

Fahrezi, B. A., Istiara, S., M Siregar, M. R. D., & Rangkuti, Y. M...... 232

Klasifikasi Kerusakan pada Gigi Manusia dengan Menggunakan Metode Ekstraksi Fitur Hybrid dan Algoritma KNN

Pohan, N. R. K., Fadluna, E. P., Ananda, D., & Kiswanto, D...... 240

Analisis Dinamik Sistem Reaksi Difusi Model Fitzhugh–Nagumo

Manurung, D. R. M., & Sitompul, P...... 250

Estimator Modified Jackknife untuk Mengatasi Multikolinieritas pada Regresi Poisson (Studi Kasus: Angka Kematian Bayi di Provinsi Sumatera Utara)

Nadya, F., & Manulang, S...... 261

Peran Etnomatematika Budaya Melayu Terhadap Pembelajaran Matematika di Sekolah

Wahyuni, F...... 273

Filosofi Pembelajaran Berdifferensiasi Dalam Pembelajaran Matematika Ditinjau dari Kearifan Lokal Batak Toba

Simanjuntak, S. D. & Sitepu, I...... 283

Strategi Optimalisasi Keuntungan Usaha Jus Buah melalui Metode Simpleks

Siagian, J. A., Naibaho, J. S., Lestari, J. A., Lubis, S. I. A. R., Sidauruk, V. P., Saputra, Y. A., & Simanjuntak, E...... 290

Model Regresi Data Panel dalam Menentukan Faktor yang Berpengaruh Terhadap Tingkat Stunting di Provinsi Sumatera Utara

Dalimunthe, I. Z., & Simamora, E...... 296

Analisis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Geometri Menggunakan Newman Error Analysis (NEA) pada Pendekatan Matematika Realistik Di SMP Negeri 43 Medan

Wibowo, M. R. & Fauzi, M. A...... 304

Implementasi Metode Shannon-Runge-Kutta-Gill dalam Model SIR untuk Prediksi Penyebaran COVID-19: Pendekatan Numerik dengan Python Hidayat, M. F., Rangkuti, Y. M., Nasution, S. A. B., & Ginting, J. A. P.	316
Pengembangan Video Pembelajaran Matematika Berbasis Model Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD untuk Meningkatkan Motivasi Belajar Siswa SMP Kelas VIII Sinaga, E. P., & Sitompul. P.	326
Pengoptimalan Seleksi Tim PON Esports Mobile Legends Perwakilan Sumatera Utara Menggunakan Metode Algoritma Genetika dan Regresi Linear Berganda Silitonga, R. & Febrian, D.	335
Optimalisasi Pemilihan Pupuk Sawit Terbaik di PTPN IV Marihat dengan Metode WASPAS Parinduri, M.A. & Sinaga, L. P.	345
Pengembangan E-Modul Berbasis STEAM Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Di SMP Negeri 1 Patumbak Nasution, N. H., & Samosir, K.	351
Penggunaan Metode Simpleks dalam Mengoptimalisasi Keuntungan Penjualan Es Kul-Kul Waruwu, F., Andini, C. R., Simamora, D. K., Febrianti, D. A., Simamora, E. F., Tambunan, E. E., & Silaban, G. S.	360
Pengaruh Model Pembelajaran Discovery Learning Berbantuan Geogebra terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas VIII SMPN 35 Medan Bakara, N. E. E.	367
Pemodelan Waktu Keberangkatan Bus pada Angkutan antar Kota antar Provinsi Jalur Semarang- Surabaya Menggunakan Aljabar Max-Plus Muzammil, A., & Arifin, A. Z.	374
Pembangunan Python Berdasarkan Metode Runge-Kutta Order Keempat Berbasis Rataan Harmonik Untuk Menunjukkan Perilaku Chaotic Sistem Rossler Tambunan, L., Sidabutar, Y. S. M., Harahap, J. & Rangkuti, Y. M.	380
Implementasi Graf Dan Metode Webster Dalam Optimalisasi Pengaturan Lampu Lalu Lintas (Studi Kasus: Simpang Pemda Flamboyan Raya) Manurung, Y. T. F., & Hutabarat, H. D. M.	389
Etnomatematika Alat Musik Simalungun Gondang Sipitupitu Situngkir, F. L., Gultom, S., & Simanjorang, M.	396
Pembangunan Algoritma Metode Runge-Kutta Orde Ketiga Rataan Aritmatika untuk melihat dinamika Penyebaran penyakit Demam Berdarah Manurung, G. K. D., Safitri, E., Sibarani, R. H. R., & Rangkuti, Y. M.	403
Upaya Meningkatkan Kemampuan Representasi Matematis Peserta Didik Kelas VII Menggunakan Model Pembelajaran Kontekstual Handari, I. S. & Sitompul, P.	413

Simulasi Monte Carlo dalam Memprediksi Distribusi Kursi DPR RI Jawa Tengah dengan Metode Sainte-Lague Iriantini, D. S. & Sutanto.	421
Penerapan Fuzzy Logic Tsukamoto dalam Memprediksi Jumlah Stok CPO Tahun 2024 di PTPN IV Unit Dolok Ilir Anggriani, D. & Hutapea, T. A.	431
Aplikasi Model ARIMA dan Modifikasinya dalam Peramalan Jumlah Penumpang di Pelabuhan Tanjung Perak Rizal, J., Lestari, S. P., & Tolok A. N.	439
Prediksi Harga Penutupan Saham BBKA dan BBNI dengan Algoritma K-Nearest Neighbor Saragih, E. N.	452
Perbedaan Kemampuan Komunikasi Matematis Peserta didik Menggunakan Model PBL dan Model DL Hutahaean, B. N., & Widyastuti, E.	461
Pengembangan Media Pembelajaran Interaktif Berbantuan Articulate Storyline Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah pada Peserta Didik Kelas XI SMA Debora, C. E., & Siagian, P.	465
Studi Literatur: Inovasi Pembelajaran Matematika pada Era Kolaboratif Tania, W. P.	471
Efektivitas LKPD Berbantuan Classpoint untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VIII Cahyani, A. P. R., & Siregar, T. M.	479
Pengembangan Media Interaktif Berbasis Android Berbantuan Articulate Storyline Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Pane, A. W. S., & Purba, G. I. D.	486
Sistem Pendukung Keputusan Pemilihan Laptop Terbaik dengan Pendekatan Gabungan AHP dan TOPSIS (Studi Kasus: FMIPA UNIMED). Tampubolon, J.	494
Pembelajaran Aljabar di SMP Dengan Pendekatan Game melalui Metode Drill and Practice dalam Pengembangan Aplikasi Cymath Lubis, R. A., Irvan, & Azis, Z.	505
Analisis Kecanduan Game Online dengan Model SEIPTR Carli, S. G., & Sinaga, L. P.	515
Pengembangan Media Pembelajaran Berbasis Web dengan Pendekatan Problem Based Learning (PBL) pada Materi Scratch Kelas VII SMP Ahmad, F. L., Nugroho, A. L., Anjarsari, D. D., Rahmayanti, R., & Ningrum, G. D. K.	527

Upaya Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika pada Peserta Didik Autisme melalui Explicit Instruction dengan Media Permainan Edukatif Agustia, A.	536
Analisis Perbandingan Proporsionalitas Metode Andre Sainte-Lague dan Modifikasinya pada Alokasi Kursi Pemilu Legislatif DPR RI Jawa Tengah 2024 Fourindira, D. A. & Sutanto	545
Pengembangan Media Pembelajaran Web Interaktif Menggunakan Pendekatan Berdiferensiasi Pada Elemen Teknologi Informasi Dan Komunikasi Dengan Model Problem Based Learning Alfan, M., Faisal, R., & Aprilianto, P.	556
Penerapan Regresi Semiparametrik Spline Truncated dalam Memodelkan Angka Harapan Hidup di Sumatera Utara Wulan, C. W. & Mansyur, A.	567
Analisis Prediksi Saham Emas PT Aneka Tambang (Tbk) Menggunakan Long Short-Term Memory (LSTM) dan Gated Recurrent Unit (GRU) Luxfiati, N. A., & Bustamam, A.	578
Penerapan Algoritma Genetika Dalam Optimasi Komposisi Menu Makanan bagi Penderita Stroke Ritonga, Y. A. & Ahyaningsih, F.	584
Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Pertumbuhan Ekonomi di Sumatera Utara Menggunakan Regresi Data Panel Naibaho, H. M., & Khairani, N.	593
Peningkatan Kemampuan Komunikasi Matematis Peserta Didik Kelas X dengan Pembelajaran Berbasis Proyek Kolaboratif Berbantuan Media Canva Saragih, G. P.	601
Implementasi Pembelajaran Kooperatif Tipe TGT Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Matematika Siswa SMP Islam Al-Fadhli Cindey, T. A. M., & Hasratuddin	611
Pengembangan E-Modul Berbasis Smart Apps Creator 3 untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Peserta Didik Kelas VIII MTs Zain, D. & Kairuddin	621
Analisis Kesulitan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Program Linier Berbantuan Kalkulator Grafik di Kelas XI Elfina, H.	631
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Berbasis Komik Digital Untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VII SMP Negeri 17 Medan Banurea, L. K., & Siregar, T. M.	642

Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw Terhadap Kemampuan Koneksi Matematis Siswa SMP Negeri 15 Medan Hutagalung, A. F. S., & Siregar, N.	651
Pengaruh Kepercayaan Diri (Self Confidence) terhadap Hasil Belajar Matematika Siswa Ginting, E. R., & Simanjorang, M. M.	662
Penerapan Pembelajaran Kontekstual Berbantuan Aplikasi Desmos untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Siswa SMA Elfani, E.	669
Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa Ditinjau dari Gaya Belajar yang Dibelajarkan dengan Model PBM Sinaga, A. P., & Simanullang, M. C.	679
Pemetaan Tenaga Kesehatan di Provinsi Sumatera Utara Menggunakan Metode Multidimensional Scaling Silaban, A. & Susiana	687
Pengembangan Video Pembelajaran Matematika Menggunakan Powtoon untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Matematis Siswa di SMP Negeri 1 Kuala Fazriani, A., & Sagala, P. N.	697
Penerapan Metode Adams-Bashfort-Moulton pada Persamaan Logistik dalam Memprediksi Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Sumatera Utara Hasibuan, Z. A. E., & Ritonga, A.	705
Efektivitas Model Pembelajaran Discovery Learning Terhadap Kemampuan Literasi Numerasi Siswa Kelas VII Di UPT SMP Negeri 37 Medan Talaumbanua, B. N.	715
Perbedaan Kemampuan Pemecahan Masalah Diajarkan dengan Model Pembelajaran Berbasis Masalah dan Pendidikan Matematika Realistik Indonesia Sipayung, E. N., & Napitupulu, E. E.	721
Pengembangan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Berbasis Etnomatematika Berbantuan Classpoint untuk Meningkatkan Minat Belajar Siswa Kelas VII Tobing, E. L., & Siregar, T. M.	729
Pengaruh Model Pembelajaran Numbered Head Together Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis Matematis Siswa Yuwindi, F., & Napitupulu, E. E.	737
Peran Pendekatan Pembelajaran Matematika Realistik melalui Budaya Melayu pada Pembelajaran Matematika Nasution, H. H.	745
Meningkatkan Penalaran Matematis Siswa SMP melalui Video Animasi Berbasis Problem-Based Learning dengan Animaker Simbolon, P., & Manurung, N.	756

Pembangunan Algoritma Metode Modifikasi Runge-Kutta Menggunakan Kombinasi Deret
Lehmer dengan Python untuk Menyelesaikan Persamaan Diferensial

Ananda, D., Telaumbanua, L. Y., Nazla, K., & Rangkuti, Y. M. 763

Pembelajaran Matematika SD Dengan Model Kontekstual Berbasis Kearifan Lokal Gotong
Royong Pada Suku Batak Toba

Silalahi, T. M. 773

Analisis Regresi Weibull terhadap Determinan Laju Pemulihan Klinis Pasien Penderita
Stroke

Harahap, S., & Febrian, D. 785

Pengembangan Media Matematika Digital Berbasis Pendidikan Matematika Realistik
Untuk Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Konsep Matematis Siswa SMP Negeri 16
Medan

Napitupulu, S. S., & Kairuddin. 795

The Effect of The Problem-Based Learning Model on Students' Mathematics Problem
Solving Abilities

Sitinjak, W. B. C., & Napitupulu, E. E. 805

Peran Media Komik Berbasis Budaya Lokal Tapanuli Selatan dalam Pembelajaran
Matematika SD

Siregar, Y. A. 813

Pengembangan LKPD untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis Peserta Didik pada
Pembelajaran Kooperatif Tipe Snowball Throwing di Kelas VIII SMP

Zuhrah, S. A. 823

Pembangunan Script Python untuk menunjukkan perbandingan antara Metode RK6,
Metode RK4

Ulwan, M. A. N., Pratiwi, I. A., Suana, M. Z., & Rangkuti, Y. M. 831

Penerapan Metode Naive Bayes dalam Memprediksi Kepuasan Pasien Terhadap
Pelayanan Rumah Sakit (Studi Kasus: Rumah Sakit Umum Haji Medan)

Syadia, R. & Kartika D. 838

Penerapan Rantai Markov dalam Menganalisis Tingkat Persaingan Ojek Online

Saputri, A. N., & Ritonga, A. 844

Pembangunan Python untuk menunjukkan Keakuratan Metode Modifikasi RK4
dibandingkan dengan Metode RK Merson untuk MNA

Fadluna, E. P., Saragih, R. Z. F., Alamsyah, R., & Rangkuti, Y. M. 853

Penerapan Analytical Hierarchy Process dalam Menentukan Pemilihan Dompot Digital (E-
Wallet) yang Terpercaya Pada Sektor UMKM di Kecamatan Percut Sei Tuan

Hartati, S., & Ahyaningsih, F. 861

Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Think Talk Write Terhadap Kemampuan
Komunikasi Matematis Siswa SMA Negeri 1 Hamparan Perak

Nabila, F., Surya, E. 871

Pembangunan Script Python untuk Menunjukkan Solusi dari Persamaan Diferensial Menggunakan Metode Extended Runge-Kutta

Adhevtta Jibran Muzakki Khan¹, Yulita Molliq Rangkuti², Nurra Nianda^{3*}, Rahma hidayanti⁴
^{1,2,3,4}.Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Medan,
Medan 20221, Sumatera Utara, Indonesia
*Corresponding Author: niandanurra@gmail.com

Abstrak, Artikel ini membahas pengembangan algoritma melalui Python untuk menunjukkan solusi masalah nilai awal menggunakan Metode Extended Runge-Kutta. Sintaks Python menggunakan metode inputan fungsi. Metode yang dibangun termasuk metode Extended Runge Kutta pada syntax tersebut. Output yang ditampilkan dari syntax Python terdiri dari table yang berisi solusi dan error serta visualisasi dengan menampilkan grafik solusi. Dari hasil tersebut, syntax python ini dapat menjadi alternatif syntax dapat menunjukkan solusi dari berbagai fungsi dari masalah nilai awal yang lebih kompleks.

Kata kunci: Metode Extended Runge-Kutta, Masalah Nilai Awal, Pemrograman Python

Abstract, This article discusses the development of an algorithm in Python to solve the initial value problem using the Extended Runge-Kutta Method. The Python syntax employs the function input method. The implemented method includes the Extended Runge-Kutta technique within the code. The output generated by the Python code consists of a table displaying solutions and errors, as well as a visualization in the form of a solution graph. From these results, this Python implementation can serve as an alternative approach to solving various functions of more complex initial value problems.

Keywords: Extended Runge-Kutta Method, Initial Value Problem, Python programming.

Citation : Khan, A. J. M., dkk. (2024). Pembangunan Script Python untuk Menunjukkan Solusi dari Persamaan Diferensial Menggunakan Metode Extended Runge-Kutta. *Prodising Seminar Nasional Jurusan Matematika 2024*. 1- 11

PENDAHULUAN

Persamaan diferensial memiliki peran penting dalam memodelkan berbagai fenomena dalam kehidupan nyata, baik di bidang teknik, sains, maupun ekonomi. Salah satu kasus yang sering dibahas dalam penyelesaian persamaan diferensial adalah *Duffing Oscillator*, yang digunakan untuk menganalisis osilasi non-linear dalam sistem fisik. Sistem ini menggambarkan banyak fenomena, termasuk dinamika gerak benda dan sinyal lemah, serta aplikasi dalam resonansi non-linear (Roziqin, 2023). Selain itu, persamaan diferensial digunakan dalam pemodelan epidemi, seperti dalam memprediksi penyebaran COVID-19. Model matematika memberikan gambaran tentang tingkat infeksi dan digunakan untuk merancang intervensi kebijakan yang efektif. Di Indonesia, model ini diterapkan dalam berbagai studi untuk mengukur dampak dari kebijakan seperti *lockdown* dan vaksinasi (Nuha & Achmad, 2021).

Penyelesaian persamaan diferensial bisa dilakukan secara analitik, namun banyak kasus di mana penyelesaian analitik tidak memungkinkan karena kompleksitasnya. Salah satu metode numerik yang paling umum digunakan adalah metode Runge Kutta. Metode ini menawarkan pendekatan yang lebih efisien dan akurat dibandingkan metode numerik lainnya, seperti metode Euler atau metode Taylor (Saputra, 2020). Namun, metode *Extended Runge Kutta* memberikan peningkatan akurasi yang lebih baik karena penambahan orde derajat h pada proses perhitungannya (Prasetyo, 2016). Studi di Indonesia menunjukkan bahwa metode numerik seperti Runge Kutta sangat efektif dalam menyelesaikan model prediksi (Ibnas & Irwan, 2023). Hasil penyelesaian menggunakan metode Extended Runge Kutta terbukti memberikan tingkat error yang lebih rendah, terutama pada kasus dengan persamaan non-linear (Karim, 2020). Berbagai software digunakan untuk memfasilitasi

implementasi metode Runge Kutta dan Extended Runge Kutta, termasuk MATLAB, Python, dan Mathematica. Di Indonesia, MATLAB sangat populer di kalangan akademisi dan industri untuk simulasi persamaan diferensial. MATLAB memiliki fungsi bawaan, yang memungkinkan perhitungan numerik yang cepat dan akurat (Samaray, 2023). Python, dengan *library* seperti SciPy dan NumPy, juga banyak digunakan dalam penyelesaian persamaan diferensial (Fadillah, dkk., 2023). Python menawarkan fleksibilitas tinggi dan kemudahan penggunaan, menjadikannya pilihan utama di banyak institusi riset di Indonesia. Studi menunjukkan bahwa Python dan MATLAB menghasilkan hasil yang sebanding dalam hal akurasi (Mahfuzh & Yuliantari, 2022), namun Python sering kali lebih cepat dalam hal waktu komputasi (Kurniawan, 2022).

Metode Runge Kutta adalah salah satu metode numerik terbaik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial, karena menghasilkan solusi yang akurat dengan memanfaatkan software seperti MATLAB atau Python. Kelebihan metode ini adalah teknik yang lebih akurat karena memiliki pemenggalan yang kecil dalam pengintegrasian error (Fatahullah, dkk., 2021). Python, pertama kali dirilis oleh Guido van Rossum pada tahun 1991, telah berkembang menjadi bahasa pemrograman yang sangat populer (Ritonga & Yahfizham, 2023). Saat ini, Python digunakan secara luas untuk komputasi ilmiah, analisis data, serta pengembangan aplikasi machine learning (Mulyahati, 2020). Keunggulan Python terletak pada kesederhanaan sintaksisnya dan dukungan komunitas yang kuat, yang memfasilitasi pengembangan berbagai *library* untuk numerik dan pemrosesan data, termasuk penyelesaian persamaan diferensial menggunakan metode Runge Kutta (Batoa, 2024).

Software Python, dengan berbagai *library* seperti SciPy, NumPy, dan Matplotlib dan pandas, telah digunakan untuk menyelesaikan berbagai kasus yang melibatkan persamaan diferensial (Sahirman, 2022). Beberapa contoh aplikasi tersebut mencakup modeling epidemiologi, di mana Python telah digunakan untuk memodelkan penyebaran penyakit menular, termasuk COVID-19, dengan menggunakan berbagai pendekatan numerik untuk menganalisis dan meramalkan laju infeksi serta efek intervensi kebijakan (Wardhana, dkk., 2023). Selain itu, Python juga digunakan dalam simulasi dinamika fluida, seperti aliran cairan dalam pipa dan reaksi kimia dalam ruang tertutup, yang menunjukkan hasil yang sangat akurat dan membantu dalam perancangan sistem rekayasa (Adli, 2021). Dalam analisis pasar saham, Python digunakan untuk mengembangkan model prediksi yang melibatkan analisis deret waktu, yang sering kali melibatkan persamaan diferensial untuk mengukur perilaku harga dan volatilitas (Prasetya, dkk., 2020). Terakhir, dalam pengolahan sinyal, Python digunakan untuk menganalisis sinyal non-linear yang dapat dimodelkan dengan persamaan diferensial, seperti sinyal audio dan video.

Artikel ini bertujuan untuk mengeksplorasi pembangunan syntax Python berdasarkan metode Extended Runge Kutta dalam menyelesaikan persamaan diferensial, dengan fokus pada aplikasi yang relevan dalam kehidupan nyata. Rencana pembahasan dalam penelitian ini mencakup pemahaman mendalam mengenai persamaan diferensial dan aplikasinya dalam berbagai bidang, penjelasan rinci tentang prosedur syntax Python dari penjelasan inputan fungsi, penjelasan prosedur metode Extended Runge Kutta, dalam bahasa Python, serta diskusi tentang hasil dan akurasi yang diperoleh dengan menunjukkan tabel dan grafik.

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam artikel ini adalah metode Extended Runge Kutta (ERK). Metode ERK merupakan salah satu varian dari metode Runge-Kutta yang lebih kompleks. Tujuannya adalah meningkatkan akurasi dalam menghitung nilai solusi numerik dari persamaan diferensial. Persamaan dasar yang digunakan untuk menghitung nilai y_{n+1} pada langkah selanjutnya dari iterasi adalah sebagai berikut:

$$y_{n+1} = y_n + hk_{11} + \frac{1}{8} h^2 k_{12} + \frac{1}{32} h^2 k_{32} + \frac{25}{72} h^2 k_{42} \quad (1)$$

disini, nilai y_{n+1} dihitung dari nilai sebelumnya y_n , ditambah dengan berbagai konstanta yang dikalikan dengan h , yang merupakan langkah interval untuk setiap iterasi.

dengan

$$k_{11} = f(x_n, y_n) \quad (2)$$

$$k_{21} = f(x_n, y_n) + \frac{1}{2} h k_{11} \quad (3)$$

$$k_{31} = f\left(x_n + \frac{1}{3} h, y_n + h k_{21}\right) \quad (4)$$

$$k_{41} = f\left(x_n + h, y_n + h \left[\frac{7}{25} k_{11} + \frac{2}{25} k_{21} + \frac{1}{25} k_{31} \right] \right) \quad (5)$$

Selain itu, terdapat turunan kedua $k_{12}, k_{22}, k_{32}, k_{42}$ yang mengikuti pola yang mirip dengan $k_{11}, k_{21}, k_{31}, k_{41}$ tetapi menghitung f' , yaitu turunan dari fungsi f .

$$k_{12} = f'(x_n, y_n) \quad (6)$$

$$k_{22} = f'(x_n, y_n) + \frac{1}{2} h k_{12} \quad (7)$$

$$k_{32} = f'\left(x_n + \frac{1}{3} h, y_n + h k_{21}\right) \quad (8)$$

$$k_{42} = f'\left(x_n + h, y_n + h \left[\frac{7}{25} k_{11} + \frac{2}{25} k_{21} + \frac{1}{25} k_{31} \right] \right) \quad (9)$$

Fungsi turunan f' ini beroperasi dengan melakukan beberapa perhitungan antara titik-titik yang saling terkait, menggunakan nilai turunan pertama dan kedua dari fungsi. Metode ini efektif untuk meningkatkan akurasi dibandingkan dengan metode Runge-Kutta klasik, dengan memanfaatkan nilai turunan yang lebih tinggi.

Berisi metode yang digunakan dalam pemecahan permasalahan termasuk metode analisis. Peralatan-peralatan yang dituliskan di bagian ini hanya berisi peralatan-peralatan utama saja dilengkapi dengan merk (misalnya: Furnace elektrik (Carbolite)). Komponen-komponen peralatan penunjang tidak perlu dituliskan. Rangkaian alat utama sebaiknya disajikan di bagian ini dilengkapi dengan keterangan gambar. Keterangan gambar diletakkan menjadi bagian dari judul gambar (*figure caption*) bukan menjadi bagian dari gambar. Metode-metode yang digunakan dalam penyelesaian penelitian dituliskan di bagian ini.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam artikel ini, dibangun Python untuk mencari penyelesaian numerik dari dua contoh persamaan diferensial menggunakan metode ERK dari persamaan diferensial yang dipilih. Syntax Python diawali dengan koding berikut:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d
import pandas as pd
```

Library yang dipilih mendukung pengoperasian rumus matematika dengan import numpy as np, pembuatan grafik pembuatan tabel. Pada script python juga dibangun penginputan parameter untuk mencari parameter terbaik melihat sistem Rossler berperilaku kacau atau tidak. Fungsi `get_function_input` dikembangkan untuk memberi fleksibilitas pengguna dalam memilih fungsi matematis yang ingin diselesaikan. Ini membuat kode lebih dinamis. Script python dapat dilihat sebagai berikut:

```
def get_function_input(prompt):
    while True:
        try:
            func = input(prompt)
            f = eval("lambda x, y: " + func)
            # Uji fungsi dengan nilai x dan y sembarang
            f(0, 0)
            return f, func
        except:
            print("Input fungsi tidak valid. Silakan coba lagi.")
```

Berikut adalah contoh kode untuk menghitung solusi analitik dari persamaan yang diberikan menggunakan *library* SciPy dan NumPy kode ini merupakan pengembangan dari metode Runge-Kutta biasa, dengan menambahkan beberapa konstanta tambahan untuk meningkatkan akurasi solusi pada persamaan diferensial yang lebih kompleks.:

```
# Extend Runge-Kutta Solver
def extend_runge_kutta_solver(f, f_prime, y0, t0, tf, h):
    t_values = []
    y_values = []
    t = t0
    y = y0
    while t <= tf:
        t_values.append(t)
        y_values.append(y)
        # Extend Runge-Kutta
        k11 = f(t, y)
        k21 = f(t, y + 0.5 * h * k11)
        k31 = f(t + (1/36) * h, y + h * k21)
        k41 = f(t + h, y + h * (7/25 * k11 + 2/25 * k21 + 1/25 * k31))
        k12 = f_prime(t, y)
        k22 = f_prime(t + h, y + 0.5 * h * k11)
        k32 = f_prime(t + (1/36) * h, y + h * k21)
        k42 = f_prime(t + h, y + h * (7/25 * k11 + 2/25 * k21 + 1/25 *
k31))
        y = y + h * k11 + (1/8) * h*2 * k12 + (1/32) * h*2 * k32 + (25/72)
* k42
        t = t + h
    return t_values, y_values
# Mendapatkan input fungsi dari pengguna
f, f_str = get_function_input("Masukkan fungsi f(x, y): ")
f_prime, f_prime_str = get_function_input("Masukkan fungsi turunan f'(x,
y): ")
y0 = float(input("Masukkan nilai y0 (kondisi awal): "))
t0 = float(input("Masukkan nilai t0 (waktu awal): "))
tf = float(input("Masukkan nilai tf (waktu akhir): "))
h = float(input("Masukkan nilai h (step size): "))

t_values, y_values = extend_runge_kutta_solver(f, f_prime, y0, t0, tf, h)
# Membuat tabel data
data = {
    "t": t_values,
    "y": y_values
}
df = pd.DataFrame(data)
print(df)
# Plot hasil
plt.figure(figsize=(12,5))
plt.plot(t_values, y_values, label=f"Solusi numerik untuk $f(x, y) =
{f_str}$ dan $f'(x, y) = {f_prime_str}$")
plt.xlabel('t')
plt.ylabel('y')
plt.title('Solusi Metode Extend Runge-Kutta')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```

Code tersebut merupakan implementasi dari metode Runge-Kutta yang telah dikembangkan, yaitu "Extend Runge-Kutta Solver," untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (ODE) yang melibatkan fungsi $f(t,y)$ dan turunannya $f'(t,y)$. Fungsi utama `extend_runge_kutta_solver` menerima parameter fungsi f dan turunannya f' , serta kondisi awal y_0 , waktu awal t_0 , waktu akhir t_f , dan

ukuran langkah h . Fungsi ini menghitung solusi numerik dengan menghasilkan dua daftar, t_values dan y_values , yang menyimpan nilai waktu dan solusi y untuk setiap langkah h . Pengembangan utama dari metode ini terlihat pada cara perhitungan nilai sementara k yang terdiri dari dua set, yaitu $k1$ hingga $k4$ untuk fungsi f , dan $k12$ hingga $k42$ untuk turunan fungsi f' . Dengan memperhitungkan turunan fungsi, metode ini memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan metode Runge-Kutta standar. Pengembangan utama dalam kode tersebut terlihat pada bagian perhitungan k di metode `extended_runge_kutta_solver`. Dengan menambahkan turunan fungsi, $f'(t,y)$, solver ini menjadi lebih akurat dibandingkan metode Runge-Kutta standar yang hanya mengandalkan nilai fungsi $f(t,y)$.

Contoh 1: Persamaan $y' = \frac{y}{4} - \frac{y^2}{80}$ dengan syarat awal $y(0) = 1$, dan $x = [0, 10]$. Persamaan $y' = \frac{y}{4} - \frac{y^2}{80}$

Mempunyai penyelesaian eksak $y = \frac{20}{1+19\exp(-\frac{x}{4})}$ berikut ini hasil yang didapat dari extended runge-kutta dan runge-kutta dalam tabel maksimum error. Kode python:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D # Untuk plot 3D
# Fungsi untuk persamaan diferensial
def f(t, y):
    return (y/4) - (y**2/80)
# Solusi eksak yang diberikan
def exact_solution(x):
    return 20 / (1 + 19 * np.exp(-x/4))
# Metode Extended Runge-Kutta Orde 4
def extended_rk4(f, y0, t0, tf, h):
    t_values = np.arange(t0, tf + h, h)
    y_values = np.zeros(len(t_values))
    y_values[0] = y0
    for i in range(1, len(t_values)):
        t = t_values[i-1]
        y = y_values[i-1]
        k1 = f(t, y)
        k2 = f(t + h/2, y + h*k1/2)
        k3 = f(t + h/2, y + h*k2/2)
        k4 = f(t + h, y + h*k3)
        y_values[i] = y + (h/6) * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)
    return t_values, y_values
# Parameter
y0 = 1
t0 = 0
tf = 10
h = 0.1
# Mendapatkan hasil dari metode Extended Runge-Kutta
t_values, y_values = extended_rk4(f, y0, t0, tf, h)
# Mendapatkan solusi eksak
exact_values = exact_solution(t_values)
# Membuat DataFrame untuk hasil
data = {
    't': t_values,
    'y_numerik': y_values,
    'y_eksak': exact_values,
    'error': np.abs(y_values - exact_values)
}
df = pd.DataFrame(data)
# Tabel hasil perhitungan
print(df.to_string(index=False)) # Menampilkan tabel tanpa index
```

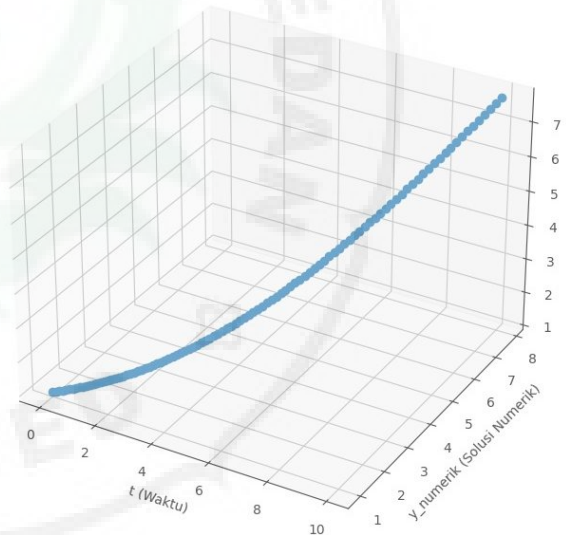
```
# Plot hasil dengan solusi numerik dan solusi eksak dalam 3D
fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
# Menggambar grafik 3D
ax.plot(t_values, y_values, exact_values, label="Solusi 3D", marker='o',
        linestyle='--')
# Labeling sumbu
ax.set_xlabel('t (Waktu)')
ax.set_ylabel('y_numerik (Solusi Numerik)')
ax.set_zlabel('y_eksak (Solusi Eksak)')
ax.set_title('Grafik Solusi 3D Extended Runge-Kutta dan Solusi Eksak')
# Menampilkan legenda
plt.legend(loc='best')
# Menampilkan plot 3D
plt.show()
# Menampilkan error maksimum
print(f"Error maksimum: {np.max(np.abs(y_values - exact_values))}")
```

Hasil simulasi menampilkan table 1 dan visualisasinya ditunjukkan pada gambar 1.

Tabel 1. Hasil simulasi dari contoh 1

t	y_numerik	y_eksak	error
0.0	1.0	1.0	0.0
0.1	1.024.019	1.024.019	5,98E-05
0.2	1.048.583	1.048.583	1,22E-04
0.3	1.073.703	1.073.703	1,87E-04
0.4	109.939	109.939	2,53E-04
0.5	1.125.654	1.125.654	3,23E-04
0.6	1.152.508	1.152.508	3,95E-04
0.7	1.179.963	1.179.963	4,69E-04
0.8	120.803	120.803	5,46E-04
0.9	123.672	123.672	6,26E-04
1.0	1.266.046	1.266.046	7,09E-04

Error maksimum: 1.6383706835654266e-08



Gambar 1. Grafik Solusi 3D Extended Runge-Kutta dan solusi eksak.

Contoh 2. Diketahui Persamaan $y' = y + x^2 + 1$ dengan syarat awal $y(0) = 1$, dan $x = [0,10]$. Persamaan $y' = y + x^2 + 1$ mempunyai penyelesaian eksak $y = 4e^x - x^2 - 2x - 3$. Hasil yang akan dihasilkan adalah maksimum error dan grafik hasil numerik dengan contoh eksaknya. Berikut ini adalah kode python yang dibangun:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D # Untuk plot 3D
# Fungsi turunan yang diberikan: y' = y + x^2 + 1
def f(x, y):
    return y + x**2 + 1
# Solusi eksak: y = 4e^x - x^2 - 2x - 3
def exact_solution(x):
    return 4 * np.exp(x) - x**2 - 2*x - 3
# Metode Runge-Kutta Orde 4 (RK4)
def runge_kutta_4(f, y0, x0, h, x_end):
    n = int((x_end - x0) / h) + 1
    x = np.linspace(x0, x_end, n)
```

Prosiding Seminar Nasional Jurusan Matematika

Transformasi, Rekonstruksi, dan Integrasi Keilmuan dalam Pembelajaran Matematika Menuju Era Inovasi dan Kolaborasi
Medan, 20 November 2024

```
y = np.zeros(n)
y[0] = y0
for i in range(1, n):
    k1 = h * f(x[i-1], y[i-1])
    k2 = h * f(x[i-1] + h/2, y[i-1] + k1/2)
    k3 = h * f(x[i-1] + h/2, y[i-1] + k2/2)
    k4 = h * f(x[i-1] + h, y[i-1] + k3)
    y[i] = y[i-1] + (1/6) * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)
return x, y

# Parameter dan kondisi awal
x0, y0 = 0, 1 # Kondisi awal
h = 0.1       # Langkah
x_end = 10    # Nilai akhir x
# Menghitung solusi numerik dengan metode RK4
x_rk4, y_rk4 = runge_kutta_4(f, y0, x0, h, x_end)
# Menghitung solusi eksak
y_exact = exact_solution(x_rk4)
# Menghitung error maksimum
error = np.abs(y_rk4 - y_exact)
max_error = np.max(error)
# Membuat DataFrame untuk hasil perhitungan
data = {
    'x': x_rk4,
    'y_numerik': y_rk4,
    'y_eksak': y_exact,
    'error': error
}
df = pd.DataFrame(data)
# Tabel hasil perhitungan
print(df.to_string(index=False)) # Menampilkan tabel tanpa index
# Plot hasil dengan solusi numerik dan solusi eksak dalam 3D
fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
# Menggambar grafik 3D
ax.plot(x_rk4, y_rk4, y_exact, label="Solusi 3D", marker='o', linestyle='--')

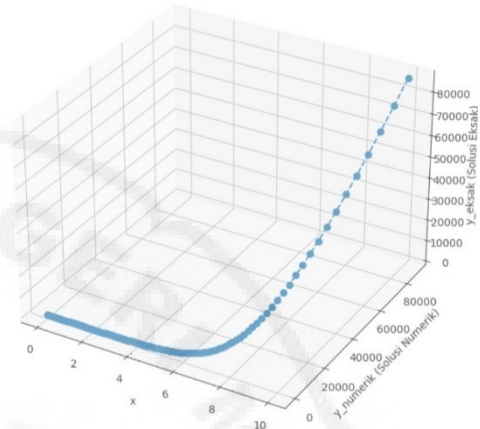
# Labeling sumbu
ax.set_xlabel('x')
ax.set_ylabel('y_numerik (Solusi Numerik)')
ax.set_zlabel('y_eksak (Solusi Eksak)')
ax.set_title('Grafik Solusi 3D RK4 dan Solusi Eksak')
# Menampilkan legenda
plt.legend(loc='best')
# Menampilkan plot 3D
plt.show()
# Menampilkan error maksimum
print(f"Error maksimum: {max_error}")
```

Pengembangan kode ini terletak pada penerapan metode *Runge-Kutta Orde 4* (RK4) untuk meningkatkan akurasi solusi numerik dibandingkan dengan metode lain. Selain itu, kode ini membandingkan solusi numerik dengan solusi eksak dan menghitung error maksimum, yang memungkinkan kita untuk mengevaluasi ketepatan hasil. Visualisasi 3D juga ditambahkan untuk mempermudah pemahaman perbedaan antara solusi numerik dan eksak. Dari implementasi metode ERK dengan syntax Python ditunjukkan tabel 2 dan visualitasnya pada gambar 2

Tabel 2. Hasil simulasi dari contoh 2

x	y_numerik	y_eksak	error
0	1	1	0.00E+00
0.1	1.210684	1.210684	1.31E-07
0.2	1.445611	1.445611	3.11E-07
0.3	1.709435	1.709435	5.49E-07
0.4	2.007298	2.007299	8.56E-07
:	:	:	:
9.7	65153.48565	65153.93879	4.53E-01
9.8	72015.83338	72016.33971	5.06E-01
9.9	79600.10606	79600.67175	5.66E-01
10	87982.23123	87982.86318	6.32E-01

Error maksimum: 0.631945721412194



Gambar 2. Grafik Solusi 3D Runge-Kutta 4 dan Solusi Eksak.

Contoh 3. Diketahui persamaan diferensial: $\frac{d^2y}{dt^2} + y = \varepsilon (0.1 \frac{dy}{dt} - 0.01y^3 + 0.1 \cos(t) + 0.01 \cos(t))$ dengan $\varepsilon = 0.1$ dan kondisi awal $y(0) = 0, y'(0) = 1$. Syntax Python yang dibangun sebagai berikut:

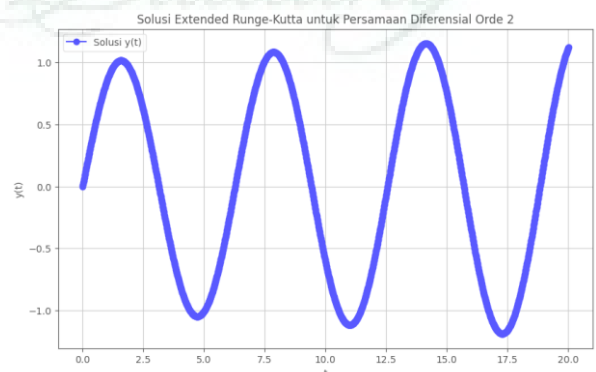
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd
# Parameter epsilon
epsilon = 0.1
# Fungsi turunan untuk y' dan v' (v = y')
def system(t, yv):
    y, v = yv # Memisahkan y dan v
    dydt = v # y' = v
    dvdt = epsilon * (0.1 * v - 0.01 * y**3 + 0.1 * np.cos(t) + 0.01 *
np.cos(t)) - y
    return np.array([dydt, dvdt])
# Metode Extended Runge-Kutta Orde 4
def extended_rk4(f, yv0, t0, tf, h):
    t_values = np.arange(t0, tf + h, h)
    y_values = np.zeros((len(t_values), 2)) # Untuk menyimpan [y, v]
    y_values[0] = yv0
    for i in range(1, len(t_values)):
        t = t_values[i-1]
        yv = y_values[i-1]
        k1 = f(t, yv)
        k2 = f(t + h/2, yv + h*k1/2)
        k3 = f(t + h/2, yv + h*k2/2)
        k4 = f(t + h, yv + h*k3)
        y_values[i] = yv + (h/6) * (k1 + 2*k2 + 2*k3 + k4)
    return t_values, y_values[:, 0], y_values[:, 1] # Mengembalikan t, y,
dan v
# Parameter dan kondisi awal
y0 = 0 # y(0)
v0 = 1 # y'(0)
t0 = 0 # Waktu awal
tf = 20 # Waktu akhir
h = 0.01 # Langkah
# Menjalankan metode Extended Runge-Kutta Orde 4
t_values, y_values, v_values = extended_rk4(system, [y0, v0], t0, tf, h)
```

```
# Membuat DataFrame untuk tabel hasil
data = {
    't': t_values,
    'y': y_values,
    'v (dy/dt)': v_values
}
df = pd.DataFrame(data)
print(df)
# Plot solusi y(t)
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.plot(t_values, y_values, label="Solusi y(t)", color='b', linestyle='-',
', marker='o')
plt.title("Solusi Extended Runge-Kutta untuk Persamaan Diferensial Orde 2")
plt.xlabel("t")
plt.ylabel("y(t)")
plt.grid(True)
plt.legend(loc='best')
plt.show()
# Grafik solusi 3D
fig = plt.figure(figsize=(10, 8))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
# Plot 3D y(t) vs v(t) vs t
ax.plot(t_values, y_values, v_values, label="Solusi 3D", marker='o',
linestyle='--')
# Labeling sumbu
ax.set_xlabel('t')
ax.set_ylabel('y(t)')
ax.set_zlabel("v(t) (dy/dt)")
ax.set_title("Grafik 3D Solusi Extended Runge-Kutta Orde 4")
# Menampilkan legenda
plt.legend(loc='best')
# Menampilkan plot 3D
plt.show()
```

Secara keseluruhan, pengembangan kode ini terletak pada penerapan metode numerik yang lebih canggih, yakni *Extended Runge-Kutta Orde 4*, untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial dengan akurasi lebih tinggi dibandingkan metode yang lebih sederhana seperti Euler. Metode ini memungkinkan pemodelan sistem dinamis yang kompleks dengan memanfaatkan parameter ϵ untuk menangkap pengaruh kecil pada perubahan sistem. Selain itu, kode ini dilengkapi dengan visualisasi hasil dalam dua dimensi dan tiga dimensi, yang memberikan wawasan lebih mendalam tentang dinamika sistem dengan memperlihatkan hubungan antara variabel-variabel yang terlibat, sehingga membantu pemahaman yang lebih baik mengenai perilaku sistem sepanjang waktu. Tabel 3 merupakan hasil simulasi dengan metode ERK melalui aplikasi Python dan gambar 3 merupakan visualisasinya.

Tabel 3. Solusi dari contoh 3 untuk $0 \leq t \leq 20$ dengan $h = 0.01$

Column1	t	y	v dy/dt
0	0	0	1.00E+00
1	0.01	0.01	1.00E+00
2	0.02	0.02	1.00E+00
:	:	:	:
2000	20	1.118	4.90E-01
2001	20.01	1.123	4.70E-01



Gambar 3. Grafik solusi dari Metode ERK

Hasil dan pembahasan berisi hasil-hasil temuan penelitian dan pembahasannya secara ilmiah. Tuliskan temuan-temuan ilmiah (*scientific finding*) yang diperoleh dari hasil-hasil penelitian yang telah dilakukan tetapi harus ditunjang oleh data-data yang memadai. Temuan ilmiah yang dimaksud di sini adalah bukan data-data hasil penelitian yang diperoleh. Temuan-temuan ilmiah tersebut harus dijelaskan secara saintifik meliputi: Apakah temuan ilmiah yang diperoleh? Mengapa hal itu bisa terjadi? Mengapa trend variabel seperti itu? Semua pertanyaan tersebut harus dijelaskan secara saintifik, tidak hanya deskriptif, bila perlu ditunjang oleh fenomena-fenomena dasar ilmiah yang memadai. Selain itu, harus dijelaskan juga perbandingannya dengan hasil-hasil para peneliti lain yang hampir sama topiknya. Hasil-hasil penelitian dan temuan harus bisa menjawab hipotesis penelitian di bagian pendahuluan.

KESIMPULAN

Dalam penelitian ini, metode Extended Runge-Kutta diterapkan untuk menyelesaikan sistem persamaan diferensial yang relevan dengan fenomena nyata. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa metode ini mampu memberikan solusi yang akurat dan efisien. Tabel hasil perhitungan memperlihatkan perkembangan nilai variabel dalam rentang waktu yang telah ditentukan, dengan perubahan yang konsisten sesuai dengan perilaku sistem yang dianalisis. Dari analisis grafik tiga dimensi yang dihasilkan, terlihat bahwa solusi yang diperoleh menunjukkan pola yang stabil dan realistis, mencerminkan dinamika yang diharapkan dari sistem yang dimodelkan. Metode Extended Runge-Kutta tidak hanya terbukti efektif dalam memberikan solusi, tetapi juga menunjukkan fleksibilitas dalam aplikasi berbagai jenis persamaan diferensial.

UCAPAN TERIMA KASIH

Kami mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah berkontribusi dalam membantu melaksanakan dan menyelesaikan penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- Adli, M. (2021). Simulasi Numerik Aliran Fluida Hidrotermal Dan Perpindahan Energi Panas Dengan Hydrotherm Interactive Pada Daerah Padang Cermin, Lampung.
- Battoa, I. N. T. (2024). *Aplikasi Karaoke Berbasis Website Menggunakan Raspberry Pi 3* (Doctoral dissertation, Universitas Muhammadiyah Parepare).
- Fadillah, R. A., Susanto, T. R., Iswandi, F., & Rosyani, P. (2023). Penerapan Python Dengan Perhitungan Kalkulus Dalam Fungsi Turunan. *Alkhowarizmi: Jurnal Matematika, Algoritma dan Sains*, 1(1), 111-116.
- Fatahillah, A., Istiqomah, M., & Dafik, D. (2021). Pemodelan matematika pada kasus kecanduan game online menggunakan metode runge-kutta orde 14. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 18(2), 129-141.
- Ibnas, R., & Irwan, M. (2023). Solusi Numerik Model Penyebaran Penyakit ISPA Menggunakan Metode Runge Kutta Orde Lima (Studi Kasus: Kabupaten Gowa). *Jurnal MSA (Matematika dan Statistika serta Aplikasinya)*, 11(2), 87-92.
- Karim, M. A. (2020). Estimasi Parameter Pada Persamaan Osilator Harmonik Fuzzy: Perbandingan Solusi Hukuhara Diferensial Dan Inklusi Diferensial Fuzzy Dengan Menggunakan Metode Runge-Kutta Diperluas. *Media Bina Ilmiah*, 14(9), 3233-3242.
- Kurniawan, D. (2022). *Pengenalan machine learning dengan python*. Elex Media Komputindo.
- Mahfuzh, M. F., & Yuliantari, R. V. (2022). Analisis Penerapan Artificial Neural Network Algoritma Propagasi Balik untuk Meramalkan Harga Saham pada Bursa Efek Indonesia. *Journal of Applied Electrical Engineering*, 6(1), 1-3.
- Mulyahati, I. L. (2020). Implementasi machine learning prediksi harga sewa apartemen menggunakan algoritma Random Forest melalui framework website Flask Python (Studi kasus: Apartemen di DKI Jakarta pada website mamikos. com).

Prosiding Seminar Nasional Jurusan Matematika

Transformasi, Rekonstruksi, dan Integrasi Keilmuan dalam Pembelajaran Matematika Menuju Era Inovasi dan Kolaborasi
Medan, 20 November 2024

- Nuha, A. R., & Achmad, N. (2021). Analisis Model Matematika Penyebaran Covid-19 Dengan Intervensi Vaksinasi Dan Pengobatan. *Jurnal Matematika UNAND*, 10(3), 406-422.
- Prasetya, B. D., Pamungkas, F. S., & Kharisudin, I. (2020, April). Pemodelan dan Peramalan Data Saham dengan Analisis Time Series menggunakan Python. In *PRISMA, Prosiding Seminar Nasional Matematika* (Vol. 3, pp. 714-718). Pamungkas, Y., & CERDAS, F. T. E. D. I. (2022). *Pengenalan Emosi Senang dan Sedih Berdasarkan Time & Frequency Domain Pada Sinyal EEG* (Doctoral dissertation, Institut Teknologi Sepuluh Nopember).
- Prasetyo, P. (2016). *Analisis Pengaruh Perubahan Reaktansi Saluran Terhadap Transient Stability Of Multimachine Dengan Metode Runge-Kutta Fehlberg* (Doctoral dissertation, Fakultas Teknik).
- Ritonga, A., & Yahfizham, Y. (2023). Studi Literatur Perbandingan Bahasa Pemrograman C++ Dan Bahasa Pemrograman Python Pada Algoritma Pemrograman. *Jurnal Teknik Informatika dan Teknologi Informasi*, 3(3), 56-63.
- Roziqin, R. H. (2023). *Solusi analitik persamaan adveksi-dispersi dengan pendekatan Sturm-Liouville* (Doctoral dissertation, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim).
- Sahirman, S. (2022). Permodelan Sistem Pertanian.
- Samaray, S. (2023). Perbandingan Metode Diferensiasi Numerik Berbasis Matlab Mobile. *Prosiding CORISINDO 2023*.
- Saputra, A. (2020). *Komputasi untuk teknik kimia menggunakan matlab*. Andri Saputra.
- SIMANGUNSONG, L. Penyelesaian Numeris Runge-Kutta dan Aspek Pendidikan dari Model Penyebaran Hiv-Aids Pada Tipe Susceptible, Infected, Aids Cases (Sia).
- Wardhana, R. G., Wang, G., & Sibuea, F. (2023). Penerapan Machine Learning Dalam Prediksi Tingkat Kasus Penyakit Di Indonesia. *Journal of Information System Management (JOISM)*, 5(1), 40-45.