

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Masalah yang dihadapi dalam bidang matematika terus berkembang seiring dengan kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi. Salah satu bidang matematika yang mengalami perkembangan adalah Operasi Riset (OR). Optimisasi adalah cabang matematika terapan yang memiliki arti penting baik dari berbagai macam aplikasinya maupun dari ketersediaan algoritma yang efisien. Dalam matematika, optimisasi adalah topik yang memiliki banyak kegunaan praktis. Optimisasi juga merupakan cara atau langkah yang dapat dilakukan untuk memperoleh hasil atau keputusan yang terbaik.

Secara matematis, optimisasi mengacu pada minimalisasi (atau maksimalisasi) fungsi objektif yang diberikan dari beberapa variabel keputusan yang memenuhi batasan fungsional. Terdapat beberapa pembahasan singkat mengenai program linier dan operasi riset (*research operation*), namun secara keseluruhan topik optimisasi tidak dibahas. Beberapa penyebabnya yaitu karena sebagian besar algoritma optimisasi diselesaikan dengan komputasi numerik serta banyak wawasan matematika yang diperlukan untuk memahami masalah optimisasi yang lebih rumit.

Pada beberapa kasus optimisasi, ada yang tergolong dalam kategori *NP-hard*, singkatan dari "*non-deterministic polynomial-time hard*", yaitu kelas masalah dalam teori kompleksitas komputasional yang memiliki sifat sulit untuk dipecahkan. Sebuah masalah dikategorikan sebagai *NP-hard* jika setiap masalah dalam kelas NP dapat direduksi secara efisien ke masalah tersebut. Dengan kata lain, jika dapat menemukan algoritma yang menyelesaikan masalah *NP-hard* dalam waktu polinomial, maka juga dapat menyelesaikan semua masalah dalam kelas NP dalam waktu polinomial.

Masalah optimisasi polinomial termasuk ke dalam bentuk program nonlinier. Program nonlinier merupakan suatu bentuk masalah optimisasi yang dapat dirumuskan kedalam suatu model matematika, dimana fungsi tujuan atau fungsi kendalanya merupakan nonlinier (Bazaraa *et al.*, 1993). Permasalahan dalam program nonlinier memiliki bentuk yang lebih kompleks dan dinamis yang menyebabkan proses

penyelesaiannya menjadi lebih rumit. Masalah pemrograman polinomial, yang mencakup masalah pemrograman kuadrat, kubik, dan kuartik, memiliki arti penting dalam banyak bidang aplikasi termasuk desain teknik, manajemen risiko, teknik keandalan, ekonomi, serta menyajikan formulasi perantara untuk menyelesaikan masalah pemrograman nonlinier yang dapat difaktorkan, nonlinier, dan bilangan bulat campuran nonlinier.

Dalam kehidupan nyata, banyak masalah yang dapat dimodelkan sebagai masalah optimisasi polinomial, yaitu masalah optimisasi di mana tujuan dan batasannya adalah polinomial multivariat pada variabel keputusan. Oleh karena itu, merancang pendekatan baru untuk menyelesaikan optimisasi polinomial secara global merupakan bidang penelitian yang aktif, misalnya yang dilakukan (Blekherman *et al.*, 2012) dan (Anjos & Lasserre, 2012). Penelitian mengenai optimisasi global dalam kasus polinomial berderajat tinggi pernah dilakukan (Ferrier, 1998) dan (Sherali & Tuncbilek, 1992) yang menghasilkan banyaknya peminimal lokal dengan aproksimasi yang mendorong konvergensi ke solusi optimal global, namun belum menghasilkan relaksasi yang kuat.

Beberapa penelitian terdahulu dan metode yang digunakan dalam menyelesaikan masalah optimisasi polinomial yaitu, (Dalkiran & Ghalami, 2018) menggunakan metode relaksasi program linier, (Sherali *et al.*, 2012) menggunakan metode reduksi RLT, (Elloumi *et al.*, 2021) menggunakan reformulasi kuadrat konveks, (Waki *et al.*, 2008) menggunakan metode relaksasi program semidefinit, (Karia *et al.*, 2022) menggunakan metode reformulasi kuadrat.

Berdasarkan latar belakang diatas, maka penelitian ini akan membahas tentang penyelesaian program polinomial dengan derajat  $n$  dan  $n$  variabel dengan mengkonstruksi suatu relaksasi yang kuat melalui teknik kubikasi, kuadratisasi dan linierisasi. Untuk membantu proses komputasi, maka digunakan aplikasi MATLAB dalam perhitungan optimisasi polinomial.

## 1.2 Batasan Masalah

Penelitian ini dibatasi dalam beberapa hal sebagai berikut

- 1) Fungsi polinomial yang akan diselesaikan dengan derajat  $n$  dan  $n$  variabel.
- 2) Program polinomial memiliki fungsi tujuan dan fungsi kendala berbentuk polinomial.
- 3) Proses relaksasi dilakukan dengan teknik kubikasi, kuadratisasi dan linierisasi secara berurutan.

## 1.3 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang dan pembatasan masalah, maka rumusan masalah yang dapat dirancangkan untuk penelitian yaitu, bagaimana proses penyelesaian program polinomial dengan menggunakan relaksasi bertahap melalui teknik kubikasi, kuadratisasi dan linierisasi?

## 1.4 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menunjukkan relaksasi yang kuat melalui teknik kubikasi, kuadratisasi dan linierisasi dalam menyelesaikan program polinomial derajat  $n$  dan  $n$  variabel.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Hasil dari penelitian ini diharapkan dapat memberikan manfaat teoritis dan praktis dalam menyelesaikan masalah optimisasi polinomial, dimana pada saat sekarang ini masih banyak para peneliti Matematika, khusus dalam bidang optimisasi yang meneliti mengenai masalah ini.

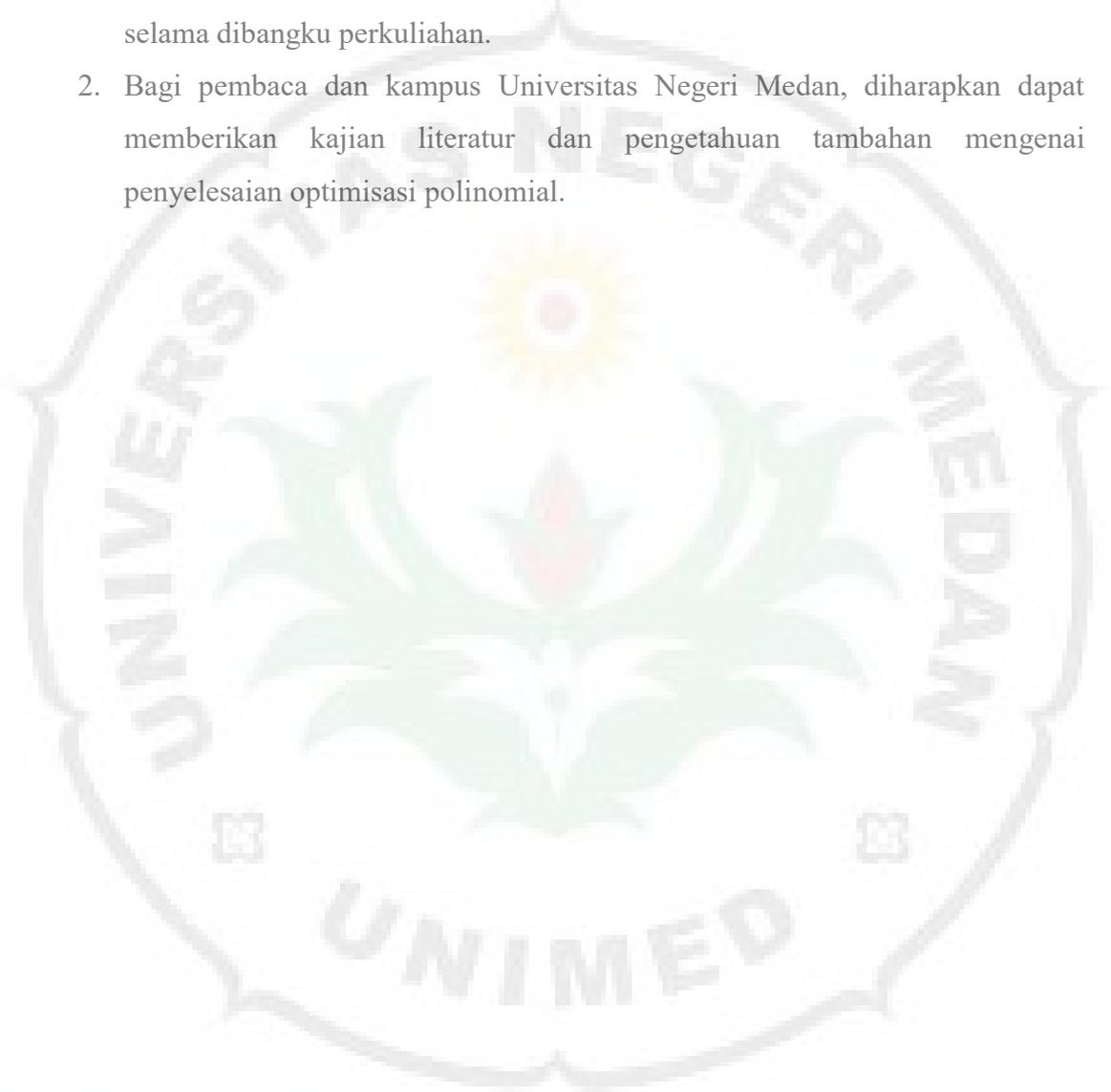
### 1.5.1 Manfaat Teoritis

Manfaat teoritis yang diharapkan dapat diperoleh dari penelitian ini adalah memberikan sarana referensi kepada penelitian selanjutnya mengenai penyelesaian masalah optimisasi polinomial.

### 1.5.2 Manfaat Praktis

Beberapa manfaat praktis yang diharapkan dapat diperoleh dari penelitian ini:

1. Bagi penulis, penulis dapat menerapkan ilmu pengetahuan yang telah diperoleh selama dibangku perkuliahan.
2. Bagi pembaca dan kampus Universitas Negeri Medan, diharapkan dapat memberikan kajian literatur dan pengetahuan tambahan mengenai penyelesaian optimisasi polinomial.



THE  
*Character Building*  
UNIVERSITY