



Dr. Syafruddin Side, S.Si., M.Si. Lahir pada tanggal 2 Februari 1972 di Paladang kabupaten Pinrang. Pendidikan Sekolah Dasar diselesaikan di SDN 165 Paladang pada tahun 1985. Selanjutnya, pendidikan SMP (1988) dan SMA (1991) di selesaikan di kabupaten Pinrang. Tahun 1991 melanjutkan studi di jurusan Matematika Universitas Hasanuddin dan menjadi wisudawan terbaik jurusan

Matematika periode September 1996. Sejak bulan Februari 1997 diangkat menjadi staf pengajar pada Jurusan Matematika Universitas Negeri Makassar sampai sekarang. Ia melanjutkan studi di program megister jurusan Matematika Institut Teknologi Bandung pada tahun 2000 dan menyelesaikan studinya pada bulan Juni tahun 2003, kemudian pada tahun 2009, Ia melanjutkan studinya di jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universiti Kebangsaan Malaysia dan meraih gelar Doktor pada tahun 2013. Selain mengajar di FMIPA Universitas Negeri Makassar, Ia juga menjadi dosen luar biasa di Fakultas Tarbiyah Institut Agama Islam Negeri Alauddin Makassar sejak tahun 2003 dan di Universitas Sulawesi Barat sejak tahun 2010.



Dr. Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc. Lahir pada tanggal 22 Januari 1976 di Lubuk Pakam. Pendidikan Sekolah Dasar diselesaikan di SDN 060929 Medan pada tahun 1988. Selanjutnya, pendidikan SMP (1991) dan SMA (1994) diselesaikan di Medan. Tahun 1994, Ia melanjutkan studi di jurusan Matematika Universitas Sumatera Utara dan wisuda pada tahun 1999. Ia

melanjutkan studi program magister pada jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universiti Kebangsaan Malaysia 2004 dan menyelesaikan studinya pada bulan Juni tahun 2006, kemudian tahun yang sama, Ia melanjutkan studinya di jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universiti Kebangsaan Malaysia dan meraih gelar Doktor pada tahun 2011. Sejak tahun 2009 diangkat menjadi staf pengajar pada Jurusan Matematika Universitas Negeri Medan sampai sekarang.

Perdana
Publishing

PENERBIT BUKU UMUM & PERGURUAN TINGGI
Jl. Sosro No.16A Medan 20224, Tel 061-77151020
Fax 061-7347756 Email. perdanapublishing@gmail.com

ISBN 978-602-8935-99-9



PEMODELAN MATEMATIKA DAN SOLUSI NUMERIK untuk penularan demam berdarah

Dr. Syafruddin Side, S.Si., M.Si.

Dr. Yulita Molliq Rangkuti, S.Si., M.Sc.

PEMODELAN MATEMATIKA DAN SOLUSI NUMERIK untuk penularan demam berdarah

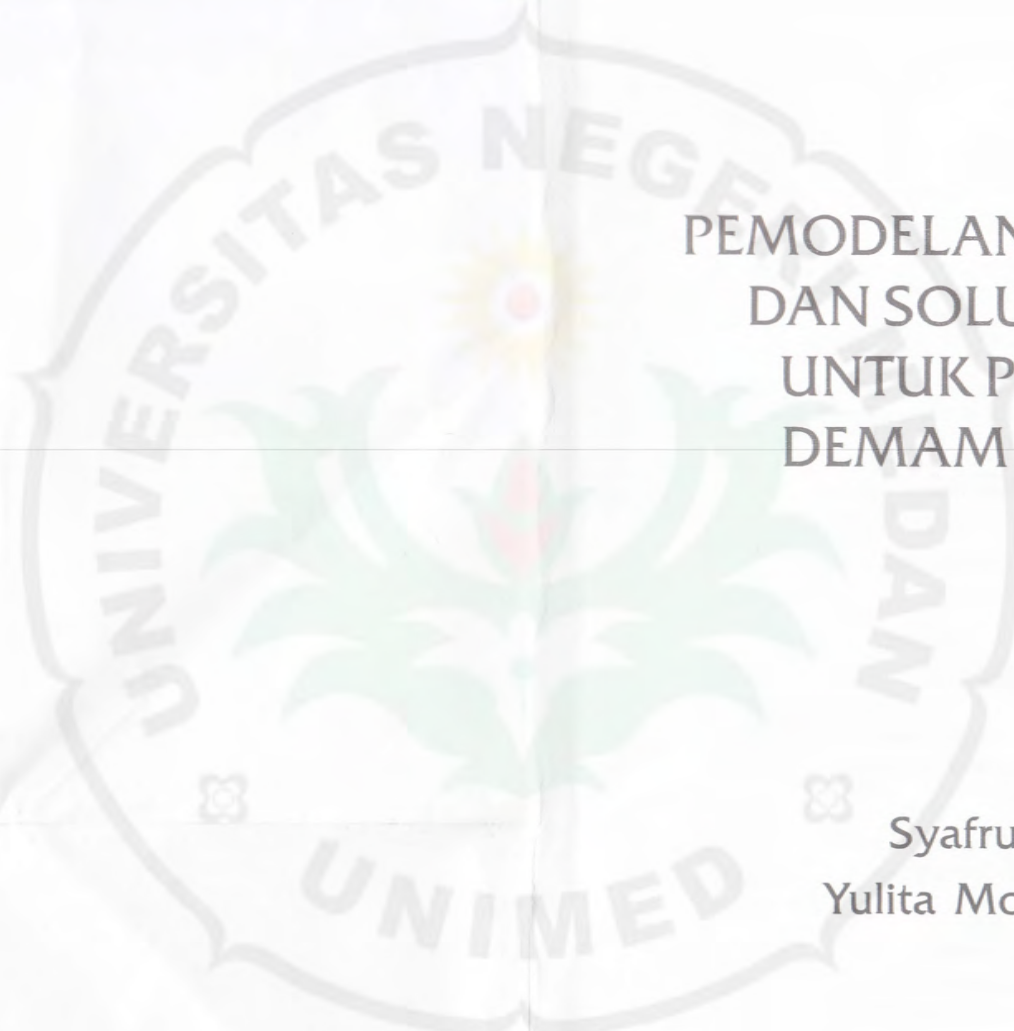


Perdana
Publishing



**Pemodelan Matematika
dan Solusi Numerik
untuk Penularan Demam Berdarah**

THE
Character Building
UNIVERSITY

The background features a large, faint watermark of the UNIMED logo. The logo is a shield-shaped emblem with a green floral design in the center, a yellow sun-like symbol at the top, and the text 'UNIVERSITAS NEGERI PADJARAN' and 'UNIMED' around the perimeter.

PEMODELAN MATEMATIKA
DAN SOLUSI NUMERIK
UNTUK PENULARAN
DEMAM BERDARAH

Syafruddin Side
Yulita Molliq Rangkuti

THE
Character Building
UNIVERSITY

The logo for Perdana Publishing, featuring the word 'Perdana' in a bold, sans-serif font above the word 'Publishing' in a smaller, italicized font, with a stylized grey arc above the text.

Perdana
Publishing

Kelompok Penerbit Perdana Mulya Sarana

KATA PENGANTAR

PEMODELAN MATEMATIKA DAN SOLUSI NUMERIK UNTUK PENULARAN DEMAM BERDARAH

Penulis: Syafruddin Side, dan
Yulita Molliq Rangkuti

Copyright © 2015, pada penulis
Hak cipta dilindungi undang-undang
All rights reserved

Penata letak: Muhammad Yunus Nasution
Perancang sampul: Aulia@rt

Diterbitkan oleh:
PERDANA PUBLISHING

Kelompok Penerbit Perdana Mulya Sarana
(ANGGOTA IKAPI No. 022/SUT/11)
Jl. Sosro No. 16-A Medan 20224
Telp. 061-77151020, 7347756 Faks. 061-7347756
E-mail: perdanapublishing@gmail.com
Contact person: 08126516306

Cetakan pertama: Mei 2015

ISBN 978-602-8935-99-9

Dilarang memperbanyak, menyalin, merekam sebagian atau seluruh bagian buku ini dalam bahasa atau bentuk apapun tanpa izin tertulis dari penerbit atau penulis

Puji Syukur kepada Allah Subhanahu Wata'Ala, karena atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat merampungkan penulisan Buku referensi ini. Salam dan salawat juga selalu tercurah kepada Rasulullah Muhammad Sallallahu Alaihi Wasallam, yang telah menjadi teladan bagi seluruh ummat Islam di dunia.

Buku referensi ini menjelaskan tentang pemodelan matematika SIR dan SEIR, serta solusi Numerik dengan Metode Semi Analitik dari Model SIR pada penularan penyakit demam berdarah dengan studi kasus di provinsi Sulawesi Selatan. Buku referensi ini merupakan hasil penelitian fundamental di bidang matematika dan kesehatan.

Pemodelan matematika adalah salah satu bagian Matematika yang merupakan pengembangan Aljabar, Analisis dan Persamaan Differensial, karena isi dari pemodelan matematika, sebagian besar merupakan penerapan atau aplikasi di bidang tersebut. Solusi numerik dari pemodelan diselesaikan dengan menggunakan metode semi analitik, disini Runge Kutta order ke-4 (RK4) dipilih sebagai penyelesaian eksak bagi sistem persamaan taklinier. Untuk memperoleh jumlah host tersebut, digunakan metode semi-analitik yaitu Metode Iterasi Variasi (MIV), Metode Perturbasi Homotopi (MPH), Metode Analisis Homotopi (MAH)

dan Metode Dekomposisi Adomian Multistage (MDAM) diaplikasikan. MIV merupakan metode yang dijalankan secara iterasi. Pekali Lagrange ditentukan terlebih dahulu dan perhitungan diawali dengan aproksimasi awal dimana ditentukan dari nilai awal. Sedangkan MPH adalah metode yang dijalankan secara iterative juga namun ada pendekatan polynomial He di dalam perhitungannya. MAH juga dijalankan secara iterative yang berdasarkan homotopy theory dan terdapat pemilihan parameter tambahan h . Metode terakhir, MDAM dijalankan secara bertahap dengan membagi interval waktu sebanyak n dan diadopsikan polynomial Adomian sebagai pendekatannya. Untuk mempermudah perhitungan, paket MAPLE digunakan. Dari perhitungan yang dibuat dan penyelesaian yang diperoleh, dari hasil, MDAM merupakan metode terbaik dalam menyelesaikan model penyebaran wabah denggi dibandingkan ketiga metode yaitu MPH, MAH dan MIV. Pemodelan matematika SIR dan SEIR ini dapat dijadikan rujukan untuk penelitian di bidang terapan khususnya bidang kesehatan. Buku referensi ini juga dapat dijadikan rujukan untuk mata kuliah pemodelan matematika sehingga diharapkan dapat menjadi bahan bacaan bagi peneliti dan mahasiswa.

Buku referensi ini berisi tujuh bab, dimana antara bab yang satu dengan yang lain saling terkait dan menjadi syarat untuk bab berikutnya, sehingga pembaca harus memahami dengan teliti setiap babnya.

Penulis menyadari bahwa Buku ini masih jauh dari kesempurnaan, karena itu kritik dan saran yang sifatnya membangun sangat penulis harapkan. Akhirnya penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah memberikan

masukan sampai selesainya Buku Referensi ini. Semoga Buku ini bermanfaat untuk kita semua. Amin

Makassar, Februari 2015

Penulis



Character Building

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	v
Daftar Isi	viii
Daftar Tabel	xii
Daftar Gambar	xiii
Daftar Simbol	xvi

BAB I

PENDAHULUAN	1
1.1 Model Matematika	1
1.2 Klasifikasi Model	2
1.3 Tahapan Pemodelan Matematika	3

BAB II

DEMAM BERDARAH DI SULAWESI SELATAN	6
2.1 Penularan Demam Berdarah	6
2.2 Kasus Demam Berdarah	9
2.3 Kasus Demam Berdarah di Sulawesi Selatan	11

BAB III

TINJAUAN PUSTAKA	13
3.1 Kajian Model Demam Berdarah	13

3.2 Model SIR	18
3.3 Model SEIR	21
3.4 Fungsi Lyapunov	24
3.5 Metode Semi Analitik	25

BAB IV

MODEL SIR DAN SEIR	28
4.1 Pendahuluan	28
4.2 Model Dasar SIR	30
4.3 Pembentukan Model SIR	33
4.4 Pembentukan Model SEIR	37
4.5 Metode Perturbasi Homotopi (MPH)	42
4.6 Metode Iterasi Variasi (MIV)	46
4.7 Metode Analisis Homotopi (MAH)	47
4.8 Metode Dekomposisi Adomian Multistage (MDAM)	50

BAB V

ANALISIS DAN SOLUSI NUMERIK

MODEL SIR DAN SEIR	55
5.1 Analisis Kestabilan Model SIR dan SEIR	55
5.1.1 Eksistensi Model SIR	55
5.1.2 Penyelesaian Positif Model SEIR	58
5.2 Analisis Kestabilan Global	62
5.2.1 Kestabilan Global Keseimbangan Bebas Penyakit model SIR	64
5.2.2 Kestabilan Global Keseimbangan Bebas Penyakit model SEIR	66

x	Pemodelan Matematika dan Solusi Numerik untuk ...		Daftar Isi	xi
5.3	Kestabilan Global Keseimbangan Epidemik	70	6.4	Hasil Numerik Metode MPH, MIV, MAH, dan MDAM untuk Model SIR di Sulawesi Selatan ... 113
5.3.1	Kestabilan Global Keseimbangan Epidemik Penyakit model SIR	70	BAB VII	
5.3.2	Kestabilan Global Keseimbangan Epidemik Penyakit model SEIR	73	PENUTUP	
5.4	Aplikasi Model MPH untuk Model SIR	77	7.1	Kesimpulan
5.5	Aplikasi Model MIV untuk Model SIR	81	7.2	Saran
5.6	Aplikasi Model MAH untuk Model SIR	85	DAFTAR PUSTAKA	
5.7	Aplikasi Model MDAM untuk Model SIR	89	TENTANG PENULIS	
 BAB VI				
SIMULASI MODEL SIR DAN SEIR				
PENULARAN DEMAM BERDARAH				
DI SULAWESI SELATAN				
6.1	Simulasi Model SIR di Sulawesi Selatan	91	123	
6.1.1	Titik Keseimbangan Model SIR	93	134	
6.1.2	Kestabilan Model SIR di Sulawesi Selatan	94		
6.1.3	Hasil Simulasi Model SIR di Sulawesi Selatan	96		
6.2	Simulasi Model SEIR di Sulawesi Selatan	98		
6.2.1	Titik Keseimbangan Model SEIR di Sulawesi Selatan	99		
6.2.2	Kestabilan Model SEIR Sulawesi Selatan	100		
6.2.3	Hasil Simulasi Model SEIR di Sulawesi Selatan	102		
6.3	Kadar Reproduksi Semula di Sulawesi Selatan	111		

DAFTAR TABEL

No.	Tabel	Halaman
3.1	Kajian Matematika tentang Demam Berdarah	14
6.1	Syarat Awal Model SIR	92
6.2	Jenis Kestabilan untuk Titik-Titik Keseimbangan	94
6.3	Syarat Awal Model SEIR	99
6.4	Galat Mutlak dari Penyelesaian MPH dan MIV yang Dibandingkan Kepada RK4 dengan $h= 0,001$	118
6.5	Galat Mutlak dari penyelesaian MPH dan MDAM yang dibandingkan kepada RK4 dengan $h= 0,001$	118

DAFTAR GAMBAR

No.	Tabel	Halaman
2.1	Jumlah kasus DBD di Sulawesi Selatan tahun 2007-2008	12
3.1	Diagram populasi manusia dan vektor model SIR	19
3.2	Diagram populasi manusia dan vektor model SEIR	22
4.1	Hubungan antara individu dalam kelompok <i>Susceptible</i> , <i>Infected</i> dan <i>Recovered</i>	31
4.2	Gambar skema populasi manusia dan vektor model SIR	33
4.3	Skema populasi manusia dan vektor model SEIR	40
6.1	Jumlah kasus DBD di Sulawesi Selatan 2007-2008	96
6.2	Penyebaran denggi dengan syarat awal $S_h(0) = \frac{7675406}{7675893}$, $I_h(0) = \frac{487}{7675893}$ dan $I_v(0) = 0.056$ dengan parameter $\mu_h = 0.000046$, $p = 0.09$, $C_{vh} = 0.75$, $C_{hv} = 0.375$, $\gamma_h = 0.328833$ dan $\mu_v = 0.0323$.	97

6.3 **Penyebaran demam berdarah dengan syarat awal** $s_h(0) = \frac{7675406}{7675893}$, $E_h(0) = \frac{76759}{7675893}$,
 $I_h(0) = \frac{487}{7675893}$, $E_v(0) = 0.01$ dan $I_v(0) = 0.056$
 dengan parameter $\mu_h = 0.000046$, $p = 0.09$,
 $C_{vh} = 0.75$, $\phi_h = 0.1667$, $C_{iv} = 0.375$,
 $\delta_v = 0.1428$, $\alpha_h = 0.0000002$, $\gamma_h = 0.328833$ dan
 $\mu_v = 0.0323$ 103

6.4 **Jumlah kasus DBD di Sulawesi Selatan dan Kabupaten Bone** 104

6.5 **Penularan DBD menggunakan model SIR di Kabupaten Bone** 105

6.6 **Penularan DBD menggunakan model SEIR di Kabupaten Bone** 105

6.7 **Jumlah kasus DBD di Sulawesi Selatan dan Kotamadya Makassar** 106

6.8 **Penularan DBD menggunakan model SIR di Kotamadya Makassar** 106

6.9 **Penularan DBD menggunakan model SEIR di Kotamadya Makassar** 107

6.10 **Jumlah kasus DBD di Sulawesi Selatan dan Kabupaten Pangkep** 107

6.11 **Penularan DBD menggunakan model SIR di Kabupaten Pangkep** 108

6.12 **Penularan DBD menggunakan model SEIR di Kabupaten Pangkep** 108

6.13 **Jumlah kasus DBD di Sulawesi Selatan dan Kabupaten Bulukumba**..... 109

6.14 **Penularan DBD menggunakan model SIR di Kabupaten Bulukumba**..... 109

6.15 **Penularan DBD menggunakan model SEIR di Kabupaten Bulukumba**..... 110

6.16 **Jumlah kasus DBD di Sulawesi Selatan dan Kabupaten Pinrang**..... 110

6.17 **Penularan DBD menggunakan model SIR di Kabupaten Pinrang**..... 111

6.18 **Penularan DBD menggunakan model SEIR di Kabupaten Pinrang**..... 111

6.19 **Penyelesaian hampiran antara iterasi ke-2 dari MIV, term ke-2 dari MPH dan RK4 dengan $\Delta t = 0.001$ untuk kasus; (a) jumlah manusia yang rentan, (b) jumlah Manusia terinfeksi (c) Jumlah nyamuk terinfeksi**..... 115

6.20 **Penyelesaian aproksimasi dari MIV iterasi ke 10, MPH term ke-10 dan RK4 untuk interval waktu $0 \leq t \leq 13$** 116

6.21 **Jumlah penyebaran penyakit demam berdarah untuk; (a) $x(t)$, (b) $y(t)$, (c) $z(t)$ yang dihasilkan menggunakan MPH, MDAM dan RK4**..... 119

DAFTAR SIMBOL

N_h	total populasi manusia	c	persentase nyamuk terinfeksi tetapi tidak menularkan manusia
S_h	jumlah manusia berpotensi terinfeksi virus	$V(t)$	fungsi keseluruhan dari populasi nyamuk
E_h	jumlah manusia memperlihatkan gejala terinfeksi virus	β_v	peluang penularan dari manusia ke nyamuk
I_h	jumlah manusia terinfeksi virus	e	laju populasi yang mudah terinfeksi menjadi terinfeksi
R_h	jumlah manusia yang telah sembuh	q	persentase kelahiran nyamuk terinfeksi
N_v	total populasi nyamuk	α_h	laju kematian disebabkan oleh penyakit DBD
S_v	jumlah nyamuk yang berpotensi membawa virus	F_1	titik keseimbangan pertama
E_v	jumlah nyamuk yang memperlihatkan gejala pembawa virus	F_2	titik keseimbangan kedua
I_v	jumlah nyamuk terinfeksi virus	L	matriks Jakobi
p	jumlah peratusan nyamuk terinfeksi	$L(t)$	fungsi Lyapunov
A	jumlah kelahiran populasi nyamuk	$W(t)$	fungsi Lyapunov
μ_h	laju kelahiran/kematian dari populasi manusia	$L_1(t)$	fungsi untuk populasi manusia
γ_h	laju populasi manusia terinfeksi menjadi sembuh	$L_2(t)$	fungsi untuk populasi nyamuk
b	Rata-rata gigitan nyamuk perhari	t	waktu
β_h	peluang infeksi dari vektor kepada manusia	R_+^5	ruang Riil positif berdimensi lima
δ_v	laju nyamuk terinfeksi virus	R_+^7	ruang Riil positif berdimensi tujuh
φ_h	lajupopulasi manusia terinfeksi virus	λ	nilai eigen
μ_v	laju kelahiran/kematian dari populasi nyamuk	R_0	laju pembiakan awal
I_h	laju kelahiran populasi manusia	D	daerah penyelesaian