

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan salah satu cabang keilmuan yang mempunyai peranan penting dalam kehidupan. Matematika bisa dikatakan sebagai "Queen of Sains" karena matematika menempati posisi yang cukup penting dalam kajian-kajian ilmu yang lain, khususnya ilmu-ilmu sains. Hal ini dapat dilihat dari banyak ditemukannya aplikasi-aplikasi matematika dalam berbagai bidang kehidupan.

Dalam kehidupan, manusia tidak akan lepas dari berbagai macam permasalahan yang memerlukan penyelesaian melalui suatu metode dan ilmu bantu tertentu. Salah satunya adalah ilmu matematika. Dengan ilmu matematika, suatu masalah dapat dipahami dengan cara menyederhanakannya kemudian dianalisis untuk memecahkan dengan logika matematika ataupun dengan cabang ilmu matematika lainnya. Para ahli dari berbagai disiplin ilmu menggunakan matematika untuk berbagai keperluan yang berkaitan dengan keilmuan mereka. Misalnya para ahli fisika menggunakan matematika untuk mengukur kuat arus listrik, merancang pesawat ruang angkasa, menganalisis gerak, mengukur kecepatan, dan lain-lain.

Salah satu cabang ilmu matematika yang banyak digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam keilmuan lain ialah teori graf. Teori graf lahir pada tahun 1736 melalui tulisan L. Euler, seorang matematikawan Swiss, yang berisi pemecahan masalah jembatan Königsberg yang sangat terkenal di Eropa saat itu. Euler menggambar suatu masalah lintasan yang melalui jembatan dan pulau di tengah kota Königsberg. Masalah tersebut digambarkan dengan garis yang digunakan untuk menghubungkan antar titik dan akhirnya berkembang dan dikenal sebagai graf hingga saat ini.

Graf didefinisikan sebagai himpunan titik (*vertex*) yang tidak kosong dan himpunan garis atau sisi (*edge*) yang mungkin kosong. Himpunan titik dari suatu graf G dinyatakan dengan $V(G)$ dan himpunan sisi dinyatakan dengan $E(G)$. Sejak masalah jembatan Königsberg direpresentasikan dengan graf Euler, teori graf

berkembang dengan pesat sebagai cabang ilmu matematika.

Kelebihan dari teori graf terletak pada kesederhanaan pokok bahasan yang dipelajarinya. Permasalahan yang dirumuskan dengan teori graf dibuat sederhana, yaitu diambil aspek-aspek yang diperlukan dan dibuang aspek-aspek lainnya (Purwanto 1998). Suatu permasalahan dalam graf dapat disajikan dengan titik (*vertex*) dan sisi (*edge*). Titik menggambarkan objek-objek tertentu dan sisi menggambarkan hubungan antara objek-objek tersebut. Misalnya graf untuk merepresentasikan bentuk molekul air yang terdiri dari atom hidrogen dan oksigen. Masalah dan solusi yang didapat dari contoh kasus tersebut merupakan teknik dari teori graf, yaitu penggambaran atom dengan titik pada graf dan ikatan antar atom yang dinyatakan oleh sisi-sisi pada graf.

Salah satu topik yang menjadi kajian dalam teori graf adalah himpunan dominasi dan bilangan dominasi. Himpunan dominasi (S) pada graf G adalah subset dari $V(G)$ demikian setiap simpul G yang bukan elemen S terhubung dan berjarak satu terhadap S . Kardinalitas minimum diantara himpunan dominasi pada graf G disebut bilangan dominasi dari graf G dan dinotasikan $\gamma(G)$. Oleh karena itu, bilangan dominasi sangat erat kaitannya dengan himpunan dominasi (Haynes 1996).

Aplikasi topik penelitian terkait dominasi pada graf sangat banyak di berbagai bidang, seperti aljabar linear, optimasi, desain dan analisis jaringan komunikasi, social sciences dan pengawasan militer. Beberapa contoh aplikasi terkait dominasi pada graf dibahas dalam jurnal yang berjudul "Penerapan Konsep Himpunan Dominasi pada Teori Graf untuk Optimalisasi Jumlah Kebocoran Pipa Air Minum di Desa Mausamang, Kabupaten Alor" oleh (Landerius Maroa 2021). Pada jurnal yang berjudul 'Penerapan Teori Bilangan Dominasi Jarak Dua pada Pemilihan Lokasi Pangkal Ojek Online' oleh (Reni Umilasari 2022). Pada artikel yang berjudul 'Penempatan Server Center pada Kabupaten Jember Menggunakan Teori Bilangan Dominasi' oleh (Azhar 2019).

Salah satu topik bahasan yang menarik untuk dikaji adalah bilangan dominasi sisi. Dominasi sisi diperkenalkan pertama kali pada tahun 1977 oleh Mitchell dan Hedetniemi yang merupakan perluasan dari topik titik dominasi pada graf. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung tak berarah dan F adalah sebuah subset dari himpunan E . F dikatakan himpunan dominasi sisi jika setiap sisi di E berada

di F atau bertetangga dengan sisi di F , dan F dikatakan himpunan dominasi sisi minimum jika tidak ada subset F' dari F yang merupakan himpunan dominasi sisi, bilangan dominasi sisi $\gamma'(G)$ adalah kardinalitas minimum dari semua himpunan dominasi sisi minimum (Qomariyah 2019).

Sejarah dominasi (dominating) pada graf dimulai pada awal tahun 1850 sejak pemain catur Eropa berantusias untuk menyelesaikan masalah "dominating queens". Dalam masalah ini, dominasi digunakan untuk menentukan banyaknya queen sedemikian setiap queen bisa mendominasi atau menyerang setiap posisi dengan sekali perpindahan pada catur ukuran 8×8 . Dalam teori graf, queens direpresentasikan sebagai simpul dan jalur perpindahan antar kotak pada papan catur dianggap sebagai sisi.

Dominasi secara matematis dikenalkan pada awal 1960. Sejak saat itu baik himpunan dominasi maupun bilangan dominasi telah banyak digunakan dalam berbagai aplikasi, antara lain menentukan banyaknya penempatan kamera pengawas dalam sudut-sudut lorong pada suatu bangunan dan penentuan lokasi serta banyaknya pos-pos polisi lalu lintas pada sudut-sudut kota agar setiap jalan dapat dipantau dengan baik. Contoh aplikasi lainnya dari bilangan dominasi adalah untuk menentukan banyaknya mobil pemadam kebakaran yang dibutuhkan dalam suatu lingkungan perumahan untuk menangani jika terjadinya kebakaran. Pada rute pemberhentian bus penjemputan siswa sekolah. Lokasi perhentian bus dianggap sebagai himpunan dominasi dimana titik henti bus ditentukan agar setiap siswa berjalan tidak jauh menuju bus (Yesi Januarti 2015).

Berikut merupakan penelitian terdahulu yang terkait dengan topik yang peneliti kaji dan juga sebagai referensi penelitian ini :

Pertama, penelitian yang dilakukan oleh (Oktavia 2014) dalam penelitiannya yang berjudul "Bilangan Kontraksi Sisi Dominasi pada Graf". Hasil dari penelitiannya adalah pola bilangan dominasi dan bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf sikel (C_n), graf roda (W_n) dan graf bunga (F_n). Persamaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Sama-sama menentukan bilangan dominasi pada graf
2. Sama-sama menentukan bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf
3. Prosedur kerja yang digunakan juga sama.
4. Menggunakan graf terhubung.

Sedangkan perbedaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Graf yang digunakan pada penelitian sebelumnya adalah graf sikel (C_n), graf roda (W_n) dan graf bunga (F_n) sedangkan dalam penelitian ini menggunakan graf pohon pisang ($B_{n,k}$) dan graf kembang api ($F_{n,k}$).
2. Pada penelitian ini menggunakan graf khusus keluarga pohon sedangkan pada penelitian sebelumnya tidak.

Kedua, penelitian yang dilakukan oleh (Susanti 2014) dalam penelitiannya yang berjudul "Bilangan Kontraksi Sisi Dominasi Total pada Graf". Hasil dari penelitian ini adalah pola bilangan dominasi total dan bilangan kontraksi sisi dominasi total pada graf lintasan (P_m), graf kipas (F_m) dan graf tangga (L_m). Persamaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Sama-sama menentukan bilangan dominasi pada graf
2. Sama-sama menentukan bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf
3. Prosedur kerja yang digunakan juga sama
4. Menggunakan graf terhubung

Sedangkan perbedaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Graf yang digunakan pada penelitian sebelumnya adalah graf lintasan (P_m), graf kipas (F_m) dan graf tangga (L_m) sedangkan dalam penelitian ini menggunakan graf pohon pisang ($B_{n,k}$) dan graf kembang api ($F_{n,k}$).
2. Graf yang digunakan pada penelitian sebelumnya menggunakan graf hasil operasi pada graf sedangkan pada penelitian ini menggunakan graf hasil gabungan dari 2 graf.

Ketiga, penelitian yang dilakukan oleh (Dwi Agustin Wardani 2014) dalam penelitiannya yang berjudul "Bilangan Dominasi dari Graf-Graf Khusus". Hasil dari penelitian ini adalah bilangan dominasi pada graf bunga (F_{ln}), graf gunung berapi (γ_n), graf firecracker ($F_{n,k}$), graf pohon pisang ($B_{n,m}$) dan graf tunas kelapa ($CR_{n,m}$). Persamaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Sama-sama menentukan bilangan dominasi pada graf
2. Menggunakan graf yang sama yaitu graf pohon pisang ($B_{n,k}$) dan graf kembang api ($F_{n,k}$)

Sedangkan perbedaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Graf yang digunakan pada penelitian sebelumnya selain graf pohon pisang dan graf kembang api adalah graf bunga ($F_{l,n}$), graf gunung berapi (γ_n) dan graf tunas kelapa ($CR_{n,m}$)
2. Pada penelitian sebelumnya menentukan bilangan dominasinya dengan menggunakan teorema mengenai batas atas dan batas bawah dari bilangan dominasi sedangkan pada penelitian ini menentukan bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf.

Keempat, penelitian yang dilakukan oleh (Prasetyawati 2014) dalam penelitiannya yang berjudul ” Kontraksi pada Graf Tangga (L_n) dan Graf Kincir ($K_{1+m}K_2$)”. Hasil dari penelitian ini adalah suatu graf tangga (L_n) (dengan $n \in \mathbb{N}$) jika dikontraksi pada titik sebanyak $2n$ dan kontraksi sisi sebanyak $2(n - 1)$ maka hasil kontraksinya adalah graf lintasan P_n , serta menghasilkan suatu graf kincir ($K_{1+m}K_2$) (dengan $n \in \mathbb{N}$) jika dikenai kontraksi titik sebanyak $2m$ dan kontraksi sisi sebanyak $2m$ maka hasil kontraksinya adalah graf bintang (K_{1m}). Persamaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah sama-sama menengkontraksi graf dan menentukan pola bilangan kontraksi pada graf.

Sedangkan perbedaan penelitian sebelumnya dengan penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Graf yang digunakan pada penelitian sebelumnya adalah graf tangga dan graf kincir sedangkan pada penelitian ini menggunakan graf pohon pisang dan graf kembang api.
2. Pada penelitian sebelumnya mengetahui bilangan kontraksinya dengan menentukan semua kemungkinan cara mengkontraksi setiap graf tangga dan graf kincir sedangkan pada penelitian ini mengetahui bilangan kontraksinya dengan mengkontraksi sisi dominasinya.

Berdasarkan latar belakang dan mempertimbangkan penelitian sebelumnya tersebut, maka pada penelitian ini penulis tertarik untuk mengkaji lebih lanjut mengenai bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf khusus yang diberi judul ”Penentuan Bilangan Kontraksi Sisi Dominasi pada Graf Pohon Pisang (*Banana Tree*) dan Graf Kembang Api (*Firecracker*)” .

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang dikemukakan sebelumnya, permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini antara lain:

1. Bagaimana pola bilangan kontraksi sisi dominasi, pada graf pohon pisang $(B_{n,k})$?
2. Bagaimana pola bilangan kontraksi sisi dominasi, pada graf kembang api seragam $(F_{n,k})$?

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah pada suatu penelitian sangat diperlukan agar objek yang diteliti tidak melebar atau meluas. Pada pembahasan skripsi ini peneliti membatasi pembahasan yaitu mengenai bilangan kontraksi sisi dominasi pada beberapa graf yaitu graf pohon pisang $(B_{n,k})$ dan graf kembang api seragam $(F_{n,k})$ dengan $n \geq 2$, sampai ke- n dengan n elemen bilangan asli dan $k = 4$. Dengan keterangan n adalah jumlah simpul *backbone* dan k adalah jumlah anting.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang sudah diuraikan di atas, maka yang menjadi tujuan penelitian ini adalah:

1. Menentukan pola bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf pohon pisang $(B_{n,k})$.
2. Menentukan pola bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf kembang api seragam $(F_{n,k})$.

1.5 Manfaat Penelitian

Dengan diadakannya penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat sebagai berikut:

1. Bagi peneliti sebagai bentuk partisipasi peneliti dalam memberikan kontribusi terhadap keilmuan dalam bidang matematika tentang perkem-

bangun teori graf khusus mengenai bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf pohon pisang ($B_{n,k}$) dan graf kembang api seragam ($F_{n,k}$).

2. Bagi pengurus tata usaha di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam sebagai bahan pustaka yang dijadikan saran pengembangan wawasan keilmuan khususnya di jurusan matematika untuk mata kuliah teori graf.
3. Bagi pembaca memberikan gambaran tentang bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf khusus, yaitu graf pohon pisang ($B_{n,k}$) dan graf kembang api seragam ($F_{n,k}$) sehingga pembaca dapat mengkaji lebih lanjut mengenai bilangan kontraksi sisi dominasi pada graf sederhana lainnya.

