

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Optimisasi matematika merupakan suatu bagian dari ilmu matematika terapan dalam Operasi Riset (*Research Operation*) atau OR. Tujuan utama dalam OR yaitu melakukan optimisasi. Optimisasi dapat didefinisikan sebagai suatu proses penyelesaian masalah dalam meminimalkan atau memaksimalkan fungsi untuk mendapatkan hasil yang optimal (Guenin *et al.*, 2014). Suatu model optimisasi dengan fungsi tujuan dan fungsi kendala berbentuk linier disebut dengan program linier sebaliknya jika fungsi tujuan dan fungsi kendala berbentuk nonlinier maka disebut program nonlinier.

Masalah optimisasi dalam kehidupan nyata ada yang dapat dimodelkan dalam bentuk pemrograman nonlinier misalnya permasalahan ekonomi yaitu masalah optimisasi biaya produksi perusahaan. Program nonlinier merupakan suatu bentuk masalah optimisasi yang dapat dirumuskan dalam suatu model matematika, meliputi fungsi tujuan atau fungsi kendala yang merupakan nonlinier (Bazaraa & Shetty, 1979). Masalah pada model pemrograman nonlinier memiliki bentuk yang lebih kompleks dan dinamis sehingga dalam penyelesaian masalahnya melibatkan proses yang rumit. Jenis masalah pada model pemrograman nonlinier bergantung pada karakteristik fungsi tujuan dan fungsi kendala (Hillier & Lieberman, 2001). Dari segi jenis fungsinya, fungsi nonlinier dapat berupa fungsi transenden dan fungsi polinomial.

Salah satu kelas pada program nonlinier adalah model nonlinier dengan memuat fungsi polinomial pada fungsi tujuan atau fungsi kendala. Masalah optimisasi nonlinier dengan fungsi polinomial ini seringkali melibatkan fungsi polinomial berderajat tinggi, seperti 4, 5 dan seterusnya. Optimisasi global dalam masalah pemrograman polinomial dengan derajat tinggi pernah dilakukan dalam

penelitian Ferrier (1998) dan Sherali & Tuncbilek (1992) dimana memiliki banyak peminimal lokal dengan aproksimasi yang mendorong konvergensi ke solusi optimal global tetapi belum menghasilkan relaksasi yang ketat. Dalam menemukan solusi optimal global tersebut dengan metode lama merupakan suatu proses yang sangat panjang dan kompleks. Permasalahan tersebut melatarbelakangi penelitian ini untuk meninjau lebih jauh metode yang lebih efektif yang dapat digunakan dalam optimisasi nonlinier dengan fungsi polinomial derajat tinggi seperti derajat lima.

Menurut Park & Boyd (2017) masalah optimisasi dengan polinomial dapat direkonstruksi menjadi model program kuadratik berkendala dengan memperkenalkan variabel tambahan yang merepresentasikan bagian dari fungsi tujuan dan kendala yang sesuai pada model. Tawarmalani & Sahinidis (2004) dalam penelitiannya pernah membentuk algoritma relaksasi untuk mengubah fungsi terpisah menggunakan fungsi pembantu (*auxiliary variable*). Prosedur algoritma tersebut dapat dideskripsikan secara rekursif dengan melakukan dekomposisi awal dari fungsi sebagai produk/jumlah bagian fungsi. Sehingga algoritma ini juga dapat diterapkan untuk menangani fungsi nonlinier dengan bentuk polinomial derajat tinggi menjadi program kuadratik sehingga dapat lebih mudah diselesaikan.

Program kuadratik (*Quadratic Programming*) adalah permasalahan optimisasi nonlinier dalam meminimalkan atau memaksimalkan fungsi tujuan atau kendala berupa fungsi kuadratik (Hillier & Lieberman, 2001). Program kuadratik memiliki banyak aplikasi dan memainkan peran kunci dalam banyak metode pemrograman nonlinier. Selain itu juga, beberapa kelas masalah optimisasi kombinatorial dalam pemrograman nonlinier yang sulit dipecahkan dapat dirumuskan sebagai masalah program kuadratik. Program kuadratik dapat diselesaikan dalam jumlah komputasi yang terbatas, tetapi upaya yang diperlukan untuk menemukan solusi sangat bergantung pada karakteristik fungsi dan jumlah kendala pertidaksamaan.

Program nonlinier mempunyai cakupan aplikasi yang luas. Pengaplikasian program nonlinier pernah dilakukan dalam biologi molekuler mengenai pengikatan protein pada untaian DNA (Ecker *et al.*, 2002). Aplikasi tentang optimisasi program nonlinier yang penyelesaiannya menggunakan program kuadratik pernah dilakukan Loqman *et al.* (2013) dalam penjadwalan pekerja pada suatu perusahaan. Aplikasi lainnya dilakukan Cai *et al.* (2018) dalam pengaplikasian pemrograman kuadrat pada perencanaan jalur robot seluler.

Ada beberapa metode yang dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah program kuadratik. Hillier & Lieberman (2001) menyajikan metode penyelesaian untuk mencari keoptimalan pada program kuadratik umum. Sebagai tambahan utilitas, aplikasi MATLAB dapat menyelesaikan masalah keoptimalan program kuadratik. Beberapa modul perangkat lunak MATLAB dapat diterapkan pada jenis masalah keoptimalan pemrograman kuadratik seperti *globalsearch* dan *multistart*. Kedua modul tersebut akan mencari solusi yang memiliki nilai fungsi tujuan terendah dengan menjalankan semua titik awal yang layak sesuai dengan batas atas dan bawah atau kendala ketidaksetaraan.

Berdasarkan uraian latar belakang di atas maka perlu dilakukan pendalaman pemahaman dalam merekonstruksi model program nonlinier yang melibatkan fungsi polinomial pada fungsi kendalanya dengan menggunakan fungsi pembantu (*auxiliary function*) bilinear yang diberikan oleh Tawarmalani & Sahinidis (2004) menjadi program kuadratik. Dalam membuktikan keefektifan algoritma pada polinomial derajat tinggi maka dipilih kasus khusus fungsi polinomial maksimal berderajat lima. Permasalahan program kuadratik akan diselesaikan keoptimalannya dengan mencari batas terbaik pada variabel pembantu. Untuk membantu proses perhitungan pada pemrograman kuadratik digunakan aplikasi MATLAB.

1.2 Rumusan masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana merekonstruksi program nonlinier dengan fungsi polinomial

derajat lima menjadi program kuadratik dan menyelesaikan model program kuadratiknya.

1.3 Batasan Masalah

Batasan masalah yang disajikan pada permasalahan ini adalah bentuk linier pada fungsi tujuan dan bentuk nonlinier dengan fungsi polinomial maksimal derajat lima pada fungsi kendala.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Rekonstruksi program nonlinier dengan fungsi polinomial derajat lima menjadi model program kuadratik.
2. Menyelesaikan optimisasi program kuadratik hasil rekonstruksi.
3. Melakukan simulasi dengan aplikasi MATLAB.

1.5 Manfaat Penelitian

Dalam penelitian ini, diharapkan mempunyai manfaat antara lain :

1. Bagi peneliti
 - a. Sebagai sarana untuk meningkatkan pemahaman tentang masalah optimisasi khususnya dalam model program nonlinier dengan fungsi polinomial.
2. Bagi Pembaca
 - a. Sebagai acuan dalam pelaksanaan penelitian selanjutnya dalam bidang optimisasi model program nonlinier.
 - b. Menambah pemahaman tentang rekonstruksi model nonlinier dengan fungsi polinomial menjadi bentuk program kuadratik dan menyelesaikan model program kuadratiknya.
 - c. Sebagai bahan referensi dalam kajian-kajian optimisasi program nonlinier.