

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Ilmu adalah pengetahuan tentang sesuatu bidang yang disusun secara sistematis menurut metode-metode tertentu yang dapat digunakan untuk menerangkan gejala-gejala tertentu di bidang pengetahuan. Matematika merupakan salah satu cabang ilmu pengetahuan yang selalu berkembang dari waktu ke waktu. Menurut (Kerami 2003) matematika merupakan penelaah tentang bilangan-bilangan, bentuk-bentuk dan lambang-lambang. Berkaitan dengan definisi tersebut, matematika seringkali dibagi menjadi tiga cabang, yaitu aljabar, analisis dan geometri. Aljabar membahas tentang bilangan dan pengabstrakannya, analisis membahas kekonvergenan dan limit, sedangkan geometri membahas tentang bentuk dan konsep-konsep yang berkaitan. Dalam perkembangan selanjutnya, cabang matematika terus berkembang dan berperan sangat penting di berbagai bidang keilmuan dan salah satunya adalah teori graf. Teori graf berkembang sangat pesat, bahkan dalam perkembangannya dapat disejajarkan dengan aljabar yang lebih dahulu berkembang.

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang banyak digunakan untuk mempermudah suatu persoalan. Hal ini disebabkan teori graf banyak diaplikasikan pada berbagai macam bidang, di antaranya adalah kimia, fisika, biologi, arsitektur, riset operasi, jaringan transportasi, teknik industri, bahkan di bidang ekonomi. Karena alasan itu sejumlah penelitian telah dilakukan untuk mengembangkan teori yang sudah ada sebelumnya. Salah satu penelitian yang banyak dilakukan adalah penelitian tentang keterhubungan suatu graf.

Graf G didefinisikan sebagai himpunan tidak kosong dan berhingga dari titik (V, G) dan himpunan sisi (E, G) yang menghubungkan titik-titik pada G . Graf digunakan untuk merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Menurut catatan sejarah, masalah jembatan Königsberg adalah masalah yang pertama kali menggunakan graf pada tahun 1736 (Munir 2005).

Terdapat beberapa jenis graf yang ada pada ilmu matematika, diantaranya graf lengkap (*complete graph*), graf teratur (*regular graph*), graf lingkaran (*cyclus graph*), dan graf bipartit (*bipartite graph*). Sebuah graf dapat disajikan dalam suatu matriks yang dinamakan matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*) dengan baris dan kolomnya menyatakan titik-titik graf dan elemen matriks menyatakan ketetanggaan antar titik graf tersebut. Jika kedua titik dalam graf tersebut terhubung maka elemen matriks tersebut bernilai 1 dan jika kedua titik dalam graf tersebut tidak terhubung maka elemennya bernilai 0.

Dari matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*) graf tersebut dapat ditentukan ranknya. Dimensi umum dari ruang baris dan ruang kolom dari suatu matriks A disebut rank dari A dan dinyatakan sebagai $\text{rank}(A)$ (Anton 2004). Rank matriks adalah banyaknya baris atau kolom dari matriks tersebut yang bebas linier. Rank matriks ditentukan dengan menggunakan metode eliminasi gauss (metode transformasi elementer). Metode eliminasi gauss (metode transformasi elementer) memiliki peranan penting dalam kehidupan sehari-hari antara lain, penerapan terhadap rangkaian listrik, perhitungan lampu lalu lintas, perancangan aplikasi, serta penentuan jumlah kendaraan arus lalu lintas.

Penelitian tentang rank matriks telah dilakukan oleh beberapa peneliti diantaranya (Syafi'i 2018) dengan judul "*Rank Minimum Matriks Hermite Yang Digambarkan Graf G* " yang bertujuan untuk menentukan pola dari rank minimum matriks hermite yang digambarkan graf G . Dilakukan dengan membentuk matriks adjacency menjadi matriks hermite, lalu menggunakan operasi baris elementer dari matriks hermite yang kemudian menentukan pola umum rank minimumnya. Hasil penelitian diperoleh rank minimum matriks hermite untuk graf K_n adalah 1, graf P_n adalah $n - 1$, graf C_n adalah $n - 2$, graf $K_{m,n}$ adalah 2 dan graf S_n adalah 2.

Penelitian selanjutnya dilakukan oleh (Adelia 2012) dengan judul "*Rank Matriks Adjacency Dari Graf $L_n \times P_m$* " yang bertujuan untuk menentukan hubungan antara rank matriks adjacency dari graf hasil *Cross Product* dan graf *Path* dengan rank matriks adjacency dari masing-masing graf tangga L_n dan graf path P_m . Hasil penelitian tersebut diperoleh rank matriks adjacency dari graf tangga adalah $2n - 2$ untuk $n = 3k - 1$, dan $2n$ untuk $n \neq 3k - 1$ dengan $k \in \mathbb{N}$.

Penelitian lainnya juga dilakukan oleh (Nur Faizah 2012) dengan judul “*Rank Matriks Adjacency Graf Rantai*” diperoleh hasil analisis bahwa rank matriks adjacency graf rantai adalah $k(n + 1)$ untuk $n = 2l + 1$ dan $k(n - 2)$ untuk $n = 4l, l \in N$, jika $n = 4l + 2$ rank matriks adjacency graf rantai adalah $k(n - 1) + 1$ untuk $k = 2m + 1$, dan $k(n - 1)$ untuk $k = 2m$ dengan $l, m \in N$.

Beberapa penelitian di atas di latarbelakangi dari penelitian yang dilakukan oleh (Estuningsih dan Wahyuni 2008) dengan judul “*Rank Matriks Adjacency Join Dua Graph*” dimana graf yang menjadi bahan penelitiannya adalah graf sikel, graf path dan graf lengkap. Oleh karena itu penulis ingin meneliti tentang rank matriks adjacency dengan menggunakan graf yang berbeda. Adapun graf yang peneliti gunakan ialah graf teratur (*regular graph*). Dimana graf teratur merupakan graf yang setiap simpulnya mempunyai derajat yang sama, apabila derajat setiap simpul adalah r maka graf tersebut disebut sebagai graf teratur derajat r . Jumlah sisi pada graf teratur adalah $\frac{nr}{2}$.

Berdasarkan uraian di atas, peneliti tertarik untuk mengetahui kajian lebih jauh mengenai rank dan rumusan pola rank graf teratur (*regular graph*) dengan menggunakan matriks adjacency dan program MATLAB, sehingga judul skripsi pada penelitian ini adalah “**RANK MATRIKS ADJACENCY DARI GRAF TERATUR (REGULAR GRAPH)**”.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang telah diuraikan di atas, maka rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana menentukan rank matriks adjacency dan rumusan pola rank matriks adjacency pada graf teratur?

1.3 Batasan Masalah

Agar pembahasan dalam penelitian ini tidak meluas, maka penulis membatasi penelitian ini mengenai graf teraturnya (*regular graph*) yang memuat $n \geq 4$ (graf teratur derajat 3) untuk $n \in N$, n adalah genap, $n \geq 5$ (graf teratur derajat 4) untuk $n \in N$, n adalah ganjil, dan $n \geq 6$ (graf teratur derajat 4) untuk $n \in N$, n adalah genap. Adapun matriks yang digunakan untuk menentukan nilai ranknya adalah matriks adjacency dan program yang digunakan yaitu aplikasi MATLAB.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penulisan penelitian ini adalah untuk menentukan rank matriks adjacency dan rumusan pola rank matriks adjacency pada graf teratur.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat, yaitu:

- a. Bagi penulis, penelitian ini memberikan manfaat untuk menambah pengetahuan dan penguasaan penulis tentang penentuan rank dengan menggunakan cara nilai karakteristik maupun menentukannya dengan cara lain seperti metode dalam skripsi ini yaitu mencari nilai rank dengan menggunakan matriks adjacency. Skripsi ini juga untuk memenuhi syarat kelulusan program studi Matematika S1 Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Universitas Negeri Medan.
- b. Bagi pembaca, penelitian ini diharapkan bermanfaat bagi pembaca untuk menambah pengetahuan tentang langkah-langkah menentukan rank matriks baik itu graf yang dipaparkan dalam skripsi ini maupun graf lainnya.
- c. Bagi pengembangan ilmu, penelitian ini diharapkan dapat menambah khasanah dan mempertegas keilmuan matematika khususnya dalam perkembangan teori graf dan aljabar linier elementer. Penelitian ini juga diharapkan bagi pengembangan ilmu dalam proses menemukan hasilnya dapat digunakan sebagai bahan studi perbandingan dan pengembangan lebih lanjut mengenai penentuan rank matriks adjacency suatu graf.
- d. Bagi Universitas Negeri Medan, hasil dari penelitian ini dapat digunakan sebagai bahan kepustakaan yang dapat dijadikan sebagai sarana pengembangan wawasan keilmuan terutama dalam mata kuliah matematika diskrit dan teori graf.