

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Penyakit Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA), khususnya pneumonia merupakan penyebab utama kesakitan dan kematian bayi dan balita di negara berkembang. Pneumonia juga menyebabkan empat juta kematian pada anak balita di dunia. Pneumonia merupakan penyebab utama morbiditas dan mortalitas anak berusia di bawah lima tahun (balita) (Novita 2011). Infeksi Saluran Pernapasan Akut (ISPA) adalah penyakit saluran pernapasan yang disebabkan oleh agen infeksius yang ditularkan dari manusia ke manusia (WHO 2014). ISPA dapat terjadi pada setiap bagian dari sistem pernapasan mulai dari hidung sampai ke paru-paru. Pneumonia adalah bentuk parah dari infeksi saluran pernapasan akut bagian bawah yang secara khusus mempengaruhi paru. Pneumonia adalah keadaan dimana *alveoli* pada salah satu atau kedua paru-paru terisi cairan yang menyebabkan terganggunya pertukaran oksigen yang membuat sulit untuk bernapas (UNICEF/WHO 2018).

Infeksi dapat disebabkan oleh bakteri, virus maupun jamur. Pneumonia juga dapat terjadi akibat kecelakaan karena menghirup cairan atau bahan kimia. Pneumonia disebabkan oleh kuman *Pneumococcus*, *Staphylococcus*, *Streptococcus*. Populasi yang rentan terserang pneumonia adalah anak-anak usia kurang dari 2 tahun, usia lanjut 65 tahun, atau orang yang memiliki masalah kesehatan (malnutrisi atau gangguan imunologi) (Dep.Kesehatan 2015). Penyakit pneumonia dapat menular dari individu terinfeksi walaupun individu tersebut belum menampilkan gejala. Oleh karena itu, penyebaran penyakit pneumonia dapat dimodelkan dengan menggunakan model bertipe *SCIR* seperti pada penelitian sebelumnya oleh (Ongala 2013).

Pada pemodelan matematika analisis kestabilan model dapat dilakukan dengan berbagai macam metode, beberapa diantaranya seperti metode RouthHurwitz dan metode Lyapunov. Metode Routh-Hurwitz, metode ini dibagi menjadi dua uji, yaitu Uji Routh (menunjukkan adanya akar-akar yang tidak stabil beserta jumlahnya tetapi tidak menentukan nilai dari akar-akar tersebut) dan Uji Hurwitz (menentukan kestabilan dengan meninjau determinan dari submatriks

Hurwitz) (Maulida 2018). Metode Lyapunov menggunakan fungsi diferensiabel dan kontinu yang dapat dinyatakan sebagai fungsi diperumum dari titik tetap. Titik tetap terdiri dari titik tetap bebas penyakit dan endemik. Metode Lyapunov dapat digunakan untuk model nonlinear seperti pada penelitian ini. Oleh karena itu, digunakan fungsi Lyapunov untuk menganalisis kestabilan model (Afifah 2019). Metode ini bertujuan untuk menganalisis lebih jauh kestabilan dari titik ekuilibrium pada suatu sistem. Kondisi cukup untuk kestabilan adalah fungsi laju insiden terhadap jumlah individu infeksi, dimana nilai parameter yang terkait dengan individu infeksi adalah positif dan kurang dari atau sama dengan satu (Kurnia 2010). Metode Lyapunov ada dua macam yaitu metode Lyapunov tidak langsung dan langsung. Metode Lyapunov tidak langsung hanya digunakan untuk mendapatkan kestabilan lokal (hanya disekitar titik yang diselidiki) tidak mendapatkan kestabilan global dari sistem dinamik nonlinear. Sedangkan untuk mendapatkan kestabilan global digunakan metode Lyapunov langsung. Penyelesaian kestabilan sistem dinamik dengan metode Lyapunov langsung mensyaratkan suatu fungsi, yang disebut fungsi Lyapunov, yaitu fungsi skalar yang memenuhi beberapa syarat diantaranya jika ada sebuah fungsi definit positif sedemikian sehingga turunan dari yaitu semidefinit negatif (Riyanto 2015). Metode Lyapunov langsung banyak diterapkan untuk menganalisis kestabilan baik sistem linear maupun sistem nonlinear, sistem *timeinvariant* dan juga sistem *time-varying*.

Berdasarkan uraian tersebut, maka tujuan pada penelitian ini adalah mengkaji model penyebaran penyakit pneumonia, dimana penelitian sebelumnya masih menganalisis kestabilan lokal, untuk itu akan dikaji dengan menganalisis kestabilan global menggunakan fungsi Lyapunov, dengan terlebih dahulu menentukan titik kesetimbangan model dan angka reproduksi dasar. Setelah diperoleh tipe kestabilan global dari model, dibuat grafik simulasi untuk menginterpretasikan model. Oleh karena itu beberapa penelitian tentang kestabilan global dijadikan rujukan pendukung dalam penelitian ini yaitu: jurnal *Analisis Kestabilan Global Model Penyebaran Penyakit meningitis dengan Menggunakan Fungsi Lyapunov* oleh Afifah (Afifah 2019), jurnal *Konstruksi Fungsi Lyapunov untuk menentukan Kestabilan Sistem Lorenz* oleh Reni Sundari (Sundari 2017), dan jurnal *Analisis*

Kestabilan Global Model Matematika Pengaruh Kemoterapi dan Terapi Gen serta Penambahan Antibodi Monoklonal pada Pengobatan Kanker oleh Usman (Usman 2018).

Penelitian ini dibatasi dengan hanya meneliti penyakit pneumonia pada balita. Total populasi dikelompokkan menjadi empat sub-populasi yaitu *susceptible*, *carrier*, *infected*, dan *recovery*. Sub-populasi *susceptible* merupakan sub-populasi yang berisi individu-individu yang rentan tertular penyakit. Sub-populasi *carrier* merupakan sub-populasi yang berisi individu-individu yang tertular penyakit dan dapat menularkan penyakit, namun belum menunjukkan gejala (sifat bawaan). Sub-populasi *infected* merupakan sub-populasi yang berisi individu-individu yang telah tertular penyakit, mampu menularkan penyakit dan telah menunjukkan gejala. Adapun sub-populasi *recovery* berisi individu-individu yang telah sembuh dari penyakit, atau yang memiliki imunitas sehingga kebal terhadap penyakit.

Model yang diberikan oleh Ongala dengan mengemukakan bahwa penyakit pneumonia oleh bakteri *Streptococcus pneumoniae* pada balita dengan sifat bawaan, merumuskan secara rinci dan mendefinisikan parameter yang digunakan dalam model (Ongala 2013). Parameter yang digunakan pada model penyebaran penyakit pneumonia oleh Ongala antara lain μ adalah laju kematian alami, ν adalah laju kelahiran, ρ adalah peluang terjadinya kontak individu rentan ke individu pada kelas bawaan atau peluang terjadinya kontak individu yang rentan ke individu yang terinfeksi penyakit $(1-\rho)$, π adalah laju sifat bawaan yang terinfeksi, η adalah laju individu terinfeksi dapat pulih kembali, q adalah peluang individu yang bersih dari bakteri di tubuhnya dan memperoleh kekebalan sementara pada $(1-q)$ yang masih membawa bakteri, β adalah laju individu pembawa yang pulih memperoleh kekebalan sementara, δ adalah tingkat kemungkinan terinfeksi kembali, α adalah laju kematian yang disebabkan oleh pneumonia pada populasi terinfeksi, ψ adalah laju kontak penyebab infeksi, ε adalah tingkat individu rentan yang menunjukkan gejala terinfeksi dan $\psi\left(\frac{I+\varepsilon C}{N}\right)$ adalah laju individu yang terinfeksi oleh kontak terhadap pembawa atau yang terinfeksi yang dinotasikan dengan λ . Berdasarkan parameter maka model penyebaran penyakit pneumonia adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\frac{dS(t)}{dt} &= v + \delta R(t) - (\lambda + \mu)S(t) \\ \frac{dC(t)}{dt} &= \rho \lambda S(t) + (1 - q)\eta I(t) - (\mu + \pi + \beta)C(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= (1 - \rho)\lambda S(t) + \pi C(t) - (\mu + \alpha + \eta)I(t) \\ \frac{dR(t)}{dt} &= q\eta I(t) + \beta C(t) - (\mu + \delta)R(t)\end{aligned}$$

(Ongala 2013).

Penelitian ini diawali dengan melakukan studi pustaka dan menggunakan model penyebaran penyakit pneumonia yang telah diteliti sebelumnya. Kemudian dilanjutkan dengan menentukan titik kesetimbangan (E) dan angka reproduksi dasar (R_0). Setelah diperoleh titik kesetimbangan dan angka reproduksi dasar, dilakukan analisis kestabilan menggunakan fungsi Lyapunov. Adapun kestabilan global dapat dibuktikan dengan memenuhi sifat ambang batas. Sifat tersebut yaitu $R_0 \leq 1$, titik kesetimbangan bebas penyakit (E_0) stabil asimtotik global dan jika $R_0 > 1$ titik kesetimbangan endemik (E_1) stabil asimtotik global (Shuai 2013). Setelah diperoleh kriteria kestabilan dilanjutkan dengan simulasi model penyebaran penyakit pneumonia menggunakan parameter yang diperoleh dari penelitian sebelumnya oleh Ongala. Langkah terakhir yaitu memberikan interpretasi model matematika penyebaran penyakit pneumonia berdasarkan hasil yang diperoleh dari simulasi numerik.

Dengan latar belakang tersebut penulis memutuskan melakukan penelitian dengan judul "ANALISIS KESTABILAN GLOBAL MODEL PENYEBARAN PENYAKIT PNEUMONIA MENGGUNAKAN FUNGSI LYAPUNOV".

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut, dirumuskan beberapa permasalahan yaitu :

1. Bagaimana analisis kestabilan global dengan menggunakan fungsi Lyapunov pada penyebaran penyakit pneumonia?

2. Bagaimana menginterpretasikan simulasi model pada penyebaran penyakit pneumonia?

1.3 Batasan Masalah

Agar penelitian yang dilakukan tetap fokus dan akurat, maka batasan masalahnya adalah:

1. Laju kelahiran dan laju kematian diasumsikan sama, sehingga total populasi diasumsikan konstan.
2. Populasi diasumsikan tertutup (tidak ada proses emigrasi dan imigrasi).
3. Analisis kestabilan global dengan menggunakan fungsi Lyapunov difokuskan dengan menggunakan metode Lyapunov langsung.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji dan mengembangkan model penyebaran penyakit pneumonia. Kemudian dilanjutkan dengan menganalisis kestabilan global menggunakan fungsi Lyapunov, dengan terlebih dahulu menentukan titik kesetimbangan model dan angka reproduksi dasar. Setelah diperoleh tipe kestabilan global dari model dibuat grafik simulasi untuk menginterpretasikan model.

1.5 Manfaat Penelitian

Dengan diadakannya penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat sebagai berikut:

1. Bagi penulis sendiri, meningkatkan pemahaman tambahan mengenai analisis kestabilan global penyebaran penyakit pneumonia dengan menggunakan fungsi Lyapunov.
2. Bagi para pembaca, sebagai tambahan informasi dan referensi bacaan menggunakan analisis penyebaran penyakit pneumonia bagi yang hendak melakukan penelitian serupa.