

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika adalah salah satu ilmu yang banyak memberikan alternatif dalam mempermudah menyelesaikan suatu permasalahan di segala bidang. Salah satu cabang ilmu matematika yang bermanfaat dalam kehidupan sehari-hari adalah teori graf. Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736. Saat dia memikirkan kemungkinan untuk menyeberangi semua jembatan di kota Kaliningrad, Rusia, tepat satu kali dan kembali ketempat semula. Publikasi atas permasalahan ini dan solusi yang dia tawarkan saat ini dikenal dengan teori graf.

Seiring dengan perkembangan teori tentang graf, jenis-jenis graf pun semakin banyak. Dimulai dari graf sederhana, graf ganda dan hingga ditemukannya graf komplit. Bahkan masih banyak lagi graf yang lain seperti sirkuit Euler, sirkuit Hamilton, pohon dan lain-lain. Graf komplit adalah graf sederhana yang setiap titiknya mempunyai sisi ke semua titik lainnya. Graf komplit dengan  $n$  buah titik dilambangkan dengan  $K_n$ .

Pelabelan graf merupakan pemberian label atau nilai pada elemen-elemen tertentu dari graf tersebut dengan menggunakan bilangan positif. Berdasarkan elemen-elemen yang dilabeli pelabelan dibagi menjadi tiga jenis, yaitu pelabelan titik, pelabelan sisi, dan pelabelan total. Pelabelan titik adalah pelabelan dengan domain himpunan titik, pelabelan sisi adalah pelabelan dengan domain himpunan sisi, dan pelabelan total adalah pelabelan dengan domain gabungan himpunan titik dan himpunan sisi. Ada banyak jenis pelabelan graf yang telah dikembangkan, diantaranya adalah *pelabelan gracefull*, *pelabelan harmoni*, *pelabelan total tak beraturan*, *pelabelan ajaib*, dan *pelabelan anti ajaib*. Dalam pengembangan pelabelan ajaib, dikenal pula *pelabelan total titik-ajaib*, *pelabelan total titik ajaib super*, *pelabelan total sisi-ajaib*, dan *pelabelan total sisi-ajaib super*.

Konsep tentang pelabelan graf berawal dari konsep tentang persegi ajaib yang merupakan salah satu aplikasi matematika dalam teori bilangan. Persegi ajaib berderajat  $n$  terdiri atas  $n^2$  bilangan, biasanya bilangan bulat, yang disusun sedemikian hingga ke- $n$  bilangan tersebut memiliki jumlah yang konstan dalam setiap baris, kolom, dan diagonalnya. Bilangan yang konstan tersebut dinamakan dengan konstanta ajaib. Pada umumnya persegi ajaib berderajat  $n$  berisi bilangan bulat dari 1 sampai dengan  $n^2$  dengan nilai konstanta  $k = \frac{n(n^2+1)}{2}$ .

Pemanfaatan teori pelabelan graf sangat dirasakan peranannya, terutama pada sektor sistem komunikasi dan transportasi, navigasi geografis, radar, penyimpanan data komputer, dan juga desain sirkuit gabungan pada komponen elektronik. Untuk mengantisipasi kedatangan peluru kendali dari pasukan musuh dalam perang dunia modern, peluru kendali ini dapat di deteksi dengan menggunakan pendeteksi sinyal radar, sehingga dapat dilakukan antisipasi secepat mungkin. Desain penting dari kode nonperiodik untuk sinyal radar dan peluru kendali ini ekuivalen dengan pelabelan pada graf komplit, dimana setiap titik yang ada dihubungkan dengan satu sisi yang mempunyai label yang selalu berbeda. Label sisi ini menggambarkan jarak antar titik, sedangkan label titiknya merupakan posisi pada saat sinyal dikirimkan.

Terdapat beberapa pembahasan kajian penelitian yang pernah dilakukan oleh peneliti sebelumnya yaitu mengenai pelabelan titik ajaib pada graf yaitu *Pelabelan Total Titik Ajaib pada Gabungan Dua Graf Partisi Lengkap* yang mendapatkan hasil bahwa untuk melakukan pelabelan total titik ajaib pada gabungan dua graf dua partisi lengkap digunakan suatu rumus atau pola pelabelan dengan langkah-langkah proses pelabelannya, yaitu dengan mencari interval nilai konstanta oleh Gesti (2005).

Penelitian lain oleh Ambarini (2005), *Pelabelan Total Titik Ajaib pada Gabungan Dua Generalisasi Graf Petersen* yang menyatakan bahwa pelabelan total titik ajaib pada gabungan graf Petersen dapat didefinisikan sebagai pemberian label sisi dan titik pada generalisasi graf Petersen  $P(n, m)$  dengan angka-angka  $1, 2, \dots, 5n$  sehingga jumlah label sebuah titik dan label-label sisi yang terkait pada titik tersebut adalah sama.

Berdasarkan latar belakang di atas, peneliti ini mengambil judul **"PELABELAN TOTAL TITIK AJAIB PADA GRAF KOMPLIT  $K_n$  DENGAN  $n$  BILANGAN ASLI"**

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah bagaimana memberikan pelabelan total titik ajaib dan bagaimana hasil konstanta ajaib pada graf komplit  $K_n$ , untuk  $n$  ganjil dan graf komplit  $K_N$ , untuk  $N$  genap (hanya pada  $N \equiv 2 \pmod{4}$ ), dengan dasar penyusunan persegi ajaib.

## 1.3 Batasan Masalah

Pelabelan total titik ajaib yang akan dikaji dalam penelitian ini hanya pada graf komplit  $K_n$ , untuk  $n$  ganjil dan graf komplit  $K_N$ , untuk  $N$  genap (hanya pada  $N \equiv 2 \pmod{4}$ ).

## 1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan yang diharapkan dalam penelitian ini adalah mendapatkan pelabelan total titik ajaib dan konstanta ajaib pada graf komplit  $K_n$ , untuk  $n$  ganjil dan graf komplit  $K_N$ , untuk  $N$  genap (hanya pada  $N \equiv 2 \pmod{4}$ ).

## 1.5 Manfaat Penelitian

Dalam penelitian ini, diharapkan mempunyai manfaat antara lain:

### 1. Bagi Peneliti :

Manfaat yang dapat diambil bagi peneliti adalah menambah wawasan dan ilmu pengetahuan tentang pelabelan total titik ajaib pada graf komplit  $K_n$ , untuk  $n$  bitangan asli.

### 2. Bagi Pembaca :

Manfaat bagi pembaca yang sedang menempuh mata kuliah menjadi salah satu bahan kajian pembelajaran yang berhubungan dengan materi ini.

Bagi pembaca lainnya penelitian ini dapat menambah pengetahuan tentang materi ini dan dapat mengaplikasikannya dalam kehidupan sehari-hari.