Sertifikat

No. 231/Stf/SIMANTAP-3/UMNAW/XI/2012

Memberikan penghargaan kepada :

NERLI KHAIRANI

Atas Partisipasinya sebagai

PEMAKALAH

Pada

SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN TERAPAN (SIMANTAP) 2012

28 - 29 November 2012

di

UNIVERSITAS MUSLIM NUSANTARA (UMN)
AL - WASHLIYAH
MEDAN

diselenggarakan oleh :

UMN Al - Washliyah bekerjasama dengan
Himpunan Matematika Indonesia Wilayah Aceh - Sumut
(Indo MS Wil-Aceh Sumut)

Rektor,	Ketua IndoMS Wilayah Aceh-SUMUT
Drs. H. Kondar Siregar, MA	Prof. Dr. Tulus, M.Si

APLIKASI METODE HUNGARIAN UNTUK MEMINIMALISASI WAKTU DALAM MASALAH PENUGASAN PADA AMPHIBI SWIMMING CLUB (ASC)

Nerli Khairani & Tika Efrida Purba

Jurusan Matematika FMIPA

Universitas Negeri Medan

ABSTRAK

Masalah penugasan merupakan suatu masalah yang sangat nyata dalam kehidupan keprofesian. Secara umum masalah ini berkisar tentang bagaimana memasangkan orang atau karyawan dengan pekerjaan yang ada secara tepat, sehingga biaya atau waktu yang diperlukan adalah minimum. Metode Hungarian merupakan pendekatan yang baik dalam mencari solusi ini. Metode Hungarian merupakan metode yang sangat sederhana dan mudah dipahami dalam memecahkan massalah. Metode lain yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah penugasan adalah metode Brute Force.

Pada club renang Amphibi penugasan perenang untuk gaya yang tepat adalah salah satu masalah yang sering terjadi, yang bertujuan untuk menetapkan perenang pada gaya renang yang tepat yang sesuai dengan kecepatan yang dimiliki sehingga waktu yang dibutuhkan akan minimum. Hasil penugasan perenang yang optimal pada Amphibi Swimming Club dengan menggunakan metode Hungarian yaitu untuk 4 x 100 m putra dibutuhkan waktu 329,5 detik; untuk 4 x 100 m putri dibutuhkan waktu 328,5 detik.

Kata Kunci : Masalah penugasan, Metode Hungarian, minimalisasi

PENNDAHULUAN

Renang merupakan salah satu cabang olahraga yang bergengsi. Diantaranya karena renang sering dipertandingkan dalam setiap olimpiade. Renang adalah olahraga yang melombakan kecepatan atlet renang dalam berenang dengan gaya tertentu.

Amphibi Swimming Club (ASC) merupakan salah satu club renang yang ada di kota Medan, yang berlokasi di Universitas Negri Medan. Club ini berdiri pada tanggal 10 April 2010. Walaupun tergolong club yang masih muda, tetapi Club Amphibi sudah memiliki banyak anggota, yang sekarang telah mencapai 300-an anggota.

Dalam berenang kita kenal beberapa gaya dan diantaranya gaya itu adalah sebagai berikut:

a. Gaya Bebas (Freestyle atau Crawl)
b. Gaya Punggung (Back Stroke)
c. Gaya Kupu-kupu (butterfly)
d. Gaya Dada (Breast Stroke)

Keempat gaya di atas dipertandingkan baik ditingkat nasional maupun tingkat internasional dengan ditambah nomor gaya ganti perorangan dan gaya ganti estafet, dimana dalam nomor ini merupakan gabungan dari keempat gaya tersebut di atas. Dalam nomor renang gaya ganti, perenang memulai dengan gaya kupu-kupu, diteruskan dengan gaya punggung, gaya dada, dan diakhiri dengan gaya bebas (Heri Zulfan, 2007).

Masalah penugasan adalah suatu kasus khusus dari masalah transportasi, sedangkan masalah transportasi merupakan salah satu kasus khusus yang ditemui dalam program linier (Lumbantoruan, 2010). Karena masalah penugasan adalah suatu kasus khusus dari masalah transfortasi maka akan mungkin menyelesaikan suatu masalah penugasan dengan menerapkan algoritma transportasi. Namun penggunaan teknik transfortasi dalam menyelesaikan masalah penugasan ternyata selalu menampilkan suatu program yang mengalami kemerosotan. Maka teknik transfortasi tidak efisien digunakan dalam masalah penugasan (N. Soemartojo, 1999).

Tujuan yang ingin dicapai dalam memecahkan persoalan penugasan adalah berusaha untuk menjadwalkan setiap penerima tugas pada suatu tugas, dimana setiap pekerja mendapatkan satu tugas, sedemikian rupa sehingga kerugian yang ditimbulkan minimal atau keuntungan yang didapatkan maksimal. dimana masalah yang ingin dipecahkan dalam tulisan ini adalah mencari solusi terbaik waktu minimum pada tim renang estafet "Amphibi" Medan.

Algoritma *Brute Force* adalah salah satu algoritma yang disarankan untuk digunakan dalam menyelesaikan persoalan ini, yang mana dalam algoritma ini seluruh kemungkinan solusi diperhitungkan sebagai kandidat solusi. Dan algoritma penyelesaian menggunakan kompleksitas faktorial. Tentu saja hal ini sangat menggunakan resource yang besar dan penyelesaian dengan metode ini menjadi tidak efisien. Metode ini mudah dilakukan kalau n kecil, tetapi kalau sudah menyangkut untuk n yang besar metode tersebut kurang efektif, karena harus mencari alternatif dari n! buah kemungkinan yang harus dipilih. Oleh karena itu diperlukan metode lain untuk memecahkan masalah penugasan tersebut (Alvin Susanto, 2008).

Metode lain untuk menyelesaikan masalah penugasan adalah dengan menggunakan Metode Hungarian. Metode ditemukan dan dikembangkan oleh seorang ahli matematika berkebangsaan Hungaria yang bernama D. Konig pada tahun 1916. Dengan menggunakan metode ini, solusi optimum sudah pasti akan ditemukan. Keuntungan terbesar penggunaan Metode Hungarian adalah metode yang digunakan dalam memecahkan masalah sangat sederhana dan mudah dipahami (Pangestu dkk, 1995). Di waktu sebelumnya telah banyak peneliti yang menggunakan metode ini diantaranya Marline Paendong dan Jantje D. Prang dengan judul penelitian "Optimisasi Pembagian Tugas Karyawan Menggunakan Metode Hungarian" ; Embay Rohaeti dan Fajar Firman Suryaman dengan judul "Aplikasi Metode Hungarian dalam Mengefesiensikan Penentuan dan Meminimumkan Biaya Listrik pada Pengoperasian Pompa Distribusi".

METODE HUNGARIAN

Masalah penugasan mensyaratkan bahwa banyaknya penerima tugas sama dengan banyaknya tugas, katakanlah sama dengan n. Dalam hal ini maka ada n! cara yang berlainan untuk menetapkan tugas kepada penerima tugas berdasarkan penugasan satu-satu. Banyaknya penugasan ini adalah n! karena terdapat n cara untuk menetapkan tugas pertama, n-1 cara untuk menetapkan tugas kedua, n-2 cara untuk menetapkan tugas ketiga, dan seterusnya yang jumlah seluruhnya adalah: n.(n-1).(n-2)…3.2.1 = n! penugasan yang mungkin.

Diantara n! penugasan yang mungkin ini, harus dicari satu penugasan yang optimal. Sebuah penugasan optimal adalah penugasan dimana waktu total yang ditempuh untuk menyelesaikan n tugas tersebut mempunyai nilai minimum (Anton Rorres , 2005).

Berikut ini adalah persyaratan Metode Hungarian yaitu:

1. Jumlah sumber (m) yang ditugaskan harus sama dengan jumlah tugas (n) yang harus diselesaikan.
2. Setiap sumber hanya mengerjakan satu tugas.
3. Apabila jumlah sumber tidak sama dengan jumlah tugas, maka ditambahkan variabel dummy.
4. Terdapat dua permasalahan yang bisa diselesaikan yaitu memaksimumkan keuntungan atau meminimumkan biaya . (Zulfikarijah, 2004)

Secara matematis model untuk masalah penugasan dapat ditulis dalam suatu bentuk program linear sebagai berikut:

Meminimumkan

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} C_{ij} X_{ij}$$

Dengan batasan : $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1$, untuk i = 1, 2, ..., m

$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$, untuk j = 1, 2, ..., n

$x_{ij} = 0$ atau $x_{ij} = 1$

Dimana: Z = fungsi tujuan problema
x_{ij} = variabel keputusan
c_{ij} = nilai kontribusi objek i terhadap tugas j
m = jumlah objek (individu atau sumber daya)
n = jumlah tugas yang akan diselesaikan

x_{ij} = 1, apabila pekerja i ditugaskan ke pekerjaan j

x_{ij} = 0, apabila pekerja i tidak ditugaskan ke pekerjaan j

Untuk dapat diselesaikan dengan menggunkan metode Hungarian, maka data dari masalah tersebut harus dipresentasikan dalam bentuk tabel penugsan seperti yang terlihat pada tabel dibawah ini:

Tabel 1. Tabel Umum Bentuk Penugasan (M = N)

Tugas / Karyawan	1	2	...	N
1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}
2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}
...	...	...	...	...
M	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}

Pada tabel 2.1, C_{11}, C_{21} hingga C_{mn} mempresentasikan data keuntungan yang diperoleh atau kerugian yang ditimbulkan oleh setiap karyawan dalam menyelesaikan tugas. Misalnya, C_{11} adalah data yang mempresentasikan keuntungan yang diperoleh atau kerugian yang ditimbulkan oleh karyawan 1 dalam menyelesaikan tugas 1 (Zulfikarijah, 2004).

Langkah – langkah penyelesaian dengan metode Hungarian adalah sebagai berikut:

1. Identifikasi dan penyederhanaan masalah dalam bentuk tabel penugasan.
2. Untuk kasus minimalisasi, mencari biaya terkecil untuk setiap baris, dan kemudian menggunakan biaya terkecil tersebut untuk mengurangi semua biaya yang ada pada baris yang sama. Sedangkan untuk kasus maksimalisasi, mencari nilai tertinggi untuk setiap baris yang kemudian nilai tertinggi tersebut dikurangi dengan semua nilai yang ada dalam baris tersebut.

3. Memastikan semua baris dan kolom sudah memiliki nilai nol. Apabila masih ada kolom yang belum memiliki nilai nol , maka dicari nilai terkecil pada kolom tersebut untuk selanjutnya digunakan untuk mengurangi semua nilai yang ada pada kolom tersebut.
4. Tutup elemen-elemen bernilai nol dengan garis-garis mendatar atau tegak pada setiap baris/kolom. Dalam membuat garis ini dimulai dari nolnya terbanyak dan dibuat garis penutup paling minimal. Usahakan, Misalkan n adalah banyaknya baris atau kolom dan banyaknya garis elemen nol sekurang-kurangnya k, maka:
   - Jika k = n, berarti sudah diperoleh program optimal. Proses dihentikan dan susun penugasan
   - Jika k ≠ n, maka proses dilanjutkan dengan mengikuti langkah 5.
5. Cari bilangan terkecil dari bilangan-bilangan yang tak tertutup garis, misalkan e. Selanjutnya:
   - Semua elemen yang tidak tertutup garis dikurangi e.
   - Semua elemen yang tertutup oleh satu garis tidak diubah.

- Semua elemen yang tertutup oleh dua garis ditambah dengan e.

6. Setelah diperoleh tabel baru kembali ke langkah – 4

MASALAH DALAM PENUGASAN

Syarat yang harus dipenuhi oleh suatu masalah penugasan adalah jumlah pekerja harus sama dengan jumlah pekerjaan. Ketika persyaratan ini tidak dipenuhi, maka ada cara penyelsaian yang harus dilakukan. Berikut ini yang termasuk dalam permasalahan penugasan.

1. ***Jumlah pekerja (baris) lebih banyak daripada jumlah pekerjaan (kolom).***
   Apabila jumlah tenaga kerja lebih banyak daripada jumlah pekerjaan, maka pada tabel ditambahkan kolom dummy (dummy pekerjaan) dengan nilai variabelnya nol.

Tabel 2. Tabel Penugasan banyak baris > banyak kolom

Tugas / Karyawan	1	2	...	N	Dummy
1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}	0
2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}	0
...	...	...	...	...	...
M	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}	0

dimana : M = N + Dummy

2. ***Jumlah pekerjaan (kolom) lebih banyak daripada jumlah pekerja (baris).***
   Apabila jumlah pekerjaan lebih banyak daripada jumlah pekerja, maka pada tabel ditambahkan baris dummy dengan nilai variabelnya nol.

Tabel 3. Tabel Penugasan banyak kolom > banyak baris

Tugas / Karyawan	1	2	...	N
1	C_{11}	C_{12}	...	C_{1n}
2	C_{21}	C_{22}	...	C_{2n}
...	...	...	...	...
M	C_{m1}	C_{m2}	...	C_{mn}
Dummy	0	0	...	0

dimana : M + Dummy = N

Untuk menyelesaikan masalah penugasan ini diselesaikan secara manual.

PEMBAHASAN

Untuk memperoleh data tim renang yang akan digunakan pada tabel penugasan, maka penulis mengambil rata-rata nilai kecepatan tim renang dari dua kali survei pada masing-masing gaya tiap perenang pada jarak 100 meter. Adapun sumber data yang diambil adalah dari Atlet Tim renang "Amphibi - Medan". Dan berikut ini adalah data kecepatan renang oleh masing-masing atlet.

Tabel 4. Kecepatan Perenang pada Jarak 100 m untuk Putra (detik)

Jenis Gaya / Perenang	Gaya Bebas (GB)	Gaya Dada (GD)	Gaya Kupu-Kupu (GKK)	Gaya Punggung (GP)
Marwandi	82	101,5	98,5	103
Remondo	98	103,5	109	99,5
Romario	107,5	100	88,5	98,5
Cristian	99	98	102,5	100
Daniel	98,5	86	86,5	92
Rikardo	97	114	100,5	80,5
Apandika	86,5	92	87	89
Aleksander	76,5	80,5	91,5	82,5
Willy	108	100	110	85
Rehan	95,5	88,5	86,5	103

Tabel 5. Kecepatan Perenang pada Jarak 100 m untuk Putri (detik)

Jenis Gaya / Perenang	Gaya Bebas (GB)	Gaya Dada (GD)	Gaya Kupu-Kupu (GKK)	Gaya Punggung (GP)
Theresia	84	104,5	99	86,5
Dara	83	84,5	104,5	89
Deswita	109	98	109	110,5
Veronika	99	104,5	114,5	100,5
Monika	107,5	101,5	99	108,5
Nadia	78,5	105,5	78,5	83
Alpina	100,5	100,5	105	103,5
Ropika	105,5	108	114	107,5
Afriani	79	105,5	111	81

Widia	105,5	112	97,5	106,5

Menggunakan Metode Hungarian untuk Masalah Penugasan

Metode Hungarian akan digunakan untuk menentukan tugas setiap perenang pada gaya renang yang tepat, khususnya untuk renang estafet gaya ganti. Dalam hal ini kasus minimalisasi digunakan karena tujuan persoalannnya adalah memperoleh waktu minimum.

Nomor Lomba 4 x100 M Estafet Gaya Ganti Putra

Langkah-langkah penyelesaian dengan Metode Hungarian untuk masalah minimalisasi adalah sebagai berikut:

1. Menyusun tabel kecepatan perenang dan menentukan dummy yang dibutuhkan.
   Dapat dilihat pada tabel 6.
2. Menentukan nilai terkecil dari setiap baris, lalu mengurangkan semua nilai dalam baris tersebut dengan nilai terkecilnya.
   Karena setiap baris telah memiliki nilai nol, maka dilanjutkan ke langkah tiga.
3. Menentukan nilai terkecil dari setiap kolom, lalu mengurangkan setiap nilai dalam kolom tersebut dengan nilai terkecilnya.
   Dengan nilai minimum 76,5 untuk kolom 1; 80,5 untuk kolom 2; 86,5 untuk kolom 3; 80,5 untuk kolom 4.
   Dengan menentukan nilai terkecil pada setiap kolom, lalu mengurangkan setiap nilai dalam kolom tersebut dengan nilai terkecilnya pada matriks waktu di atas maka akan diperoleh matriks reduksi seperti pada tabel 7.
4. Kemudian melakukan penutupan semua nilai nol dengan menggunakan garis vertikal/horizontal seminimal mungkin, sehingga semua nilai nol dalam matriks itu akan tertutup
5. Jika jumlah garis lurus minimum yang dibentuk sama dengan jumlah baris atau kolom dalam matriks, maka penugasan optimal dengan nilai nol dapat dibuat. Karena jumlah garis minimun yang dibutuhkan untuk menutup semua nilai nol adalah sembilan garis, ini berarti penyelesaian optimal belum tercapai. Dengan demikian, proses dilanjutkan kelangkah berikutnya.

Tabel 6. Kecepatan Perenang Putra Pada Jarak 100 m (Detik)

Jenis Gaya / Perenang	Gaya Bebas (GB)	Gaya Dada (GD)	Gaya Kupu-kupu (GKK)	Gaya Punggung (GP)	Dummy (D1)	Dummy (D2)	Dummy (D3)	Dummy (D4)	Dummy (D5)	Dummy (D6)
Marwandi	82	101,5	98,5	103	0	0	0	0	0	0
Remondo	98	103,5	109	99,5	0	0	0	0	0	0
Romario	107,5	100	88,5	98,5	0	0	0	0	0	0
Cristian	99	98	102,5	100	0	0	0	0	0	0
Daniel	98,5	86	86,5	92	0	0	0	0	0	0
Rikardo	97	114	100,5	80,5	0	0	0	0	0	0
Apandika	86,5	92	87	89	0	0	0	0	0	0
Aleksander	76,5	80,5	91,5	82,5	0	0	0	0	0	0
Willy	108	100	110	85	0	0	0	0	0	0
Rehan	95,5	88,5	86,5	103	0	0	0	0	0	0

6. Menentukan nilai terkecil dari nilai-nilai yang tidak tertutup garis. Lalu semua nilai yang tidak tertutup garis, dikurangkan dengan nilai terkecil tersebut, dan nilai yang tertutup oleh dua garis ditambahkan dengan nilai terkecil tersebut. Nilai terkecil yang tidak bergaris adalah 4,5. Kemudian melakukan penutupan semua nilai nol dengan menggunakan garis vertikal/horizontal seminimal mungkin, sehingga semua nilai nol dalam matriks itu akan tertutup maka diperoleh matriks sebagai berikut:

Tabel 7. Matriks Reduksi 1 (Detik)

Jenis Gaya / Perenang	Gaya Bebas (GB)	Gaya Dada (GD)	Gaya upu-kupu (GKK)	Gaya Punggung (GP)	Dummy (D1)	Dummy (D2)	Dummy (D3)	Dummy (D4)	Dummy (D5)	Dummy (D6)
Marwandi	5,5	21	12	22,5	0	0	0	0	0	0
Remondo	21,5	23	22,5	19	0	0	0	0	0	0
Romario	31	29,5	2	18	0	0	0	0	0	0
Cristian	22,5	17,5	16	19,5	0	0	0	0	0	0
Daniel	22	5,5	0	11,5	0	0	0	0	0	0
Rikardo	20,5	33,5	14	0	0	0	0	0	0	0
Apandika	10	11,5	0,5	8,5	0	0	0	0	0	0
Aleksander	0	0	5	2	0	0	0	0	0	0
Willy	31,5	19,5	23,5	4,5	0	0	0	0	0	0
Rehan	19	8	0	22,5	0	0	0	0	0	0

7. Karena jumlah garis minimum yang dibutuhkan untuk menutup semua nilai nol adalah 9. Ini berarti penyelesaian optimal belum tercapai. Dengan demikian, proses selanjutnya adalah menentukan nilai terkecil dari nilai-nilai yang tidak tertutup garis yaitu 1. Lalu semua nilai yang tidak tertutup garis, dikurangkan dengan nilai terkecil tersebut, dan nilai yang tertutup oleh dua garis ditambahkan dengan nilai terkecil tersebut. Kemudian melakukan penutupan semua nilai nol dengan menggunakan garis vertikal/horizontal seminimal mungkin sehingga diperoleh matriks sebagai berikut:

Tabel 8. Matriks Reduksi 2 (Detik)

Jenis Gaya / Perenang	Gaya Bebas (GB)	Gaya Dada (GD)	Gaya Kupu-kupu (GKK)	Gaya Punggung (GP)	Dummy (D1)	Dummy (D2)	Dummy (D3)	Dummy (D4)	Dummy (D5)	Dummy (D6)
Marwandi	1	16,5	12	18	0	0	0	0	0	0
Remondo	17	18,5	22,5	14,5	0	0	0	0	0	0
Romario	26,5	15	2	13,5	0	0	0	0	0	0
Cristian	18	13	16	15	0	0	0	0	0	0
Daniel	17,5	1	0	7	0	0	0	0	0	0
Rikardo	20,5	33,5	18,5	0	0	0	0	0	0	0
Apandika	5,5	7	0,5	4	0	0	0	0	0	0
Aleksander	0	0	9,5	2	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5
Willy	27	15	23,5	0	0	0	0	0	0	0
Rehan	14,5	3,5	0	18	0	0	0	0	0	0

8. Karena jumlah garis minimum yang dibutuhkan untuk menutup semua nilai nol adalah 9. Ini berarti penyelesaian optimal belum tercapai. Dengan demikian, proses selanjutnya adalah menentukan nilai terkecil dari nilai-nilai yang tidak tertutup garis yaitu 1. Lalu semua nilai yang tidak tertutup garis, dikurangkan dengan nilai terkecil tersebut, dan nilai yang tertutup oleh dua garis ditambahkan dengan nilai terkecil tersebut. Kemudian melakukan penutupan semua nilai nol dengan menggunakan garis vertikal/horizontal seminimal mungkin sehingga diperoleh matriks sebagai berikut:

Tabel 9. Matriks Reduksi 3 (Detik)

Jenis Gaya / Perenang	Gaya Bebas (GB)	Gaya Dada (GD)	Gaya Kupu-kupu (GKK)	Gaya Punggung (GP)	Dummy (D1)	Dummy (D2)	Dummy (D3)	Dummy (D4)	Dummy (D5)	Dummy (D6)
Marwandi	0	15,5	12	18	0	0	0	0	0	0
Remondo	16	17,5	22,5	14,5	0	0	0	0	0	0
Romario	25,5	14	2	13,5	0	0	0	0	0	0
Cristian	17	12	16	15	0	0	0	0	0	0
Daniel	16,5	0	0	7	0	0	0	0	0	0
Rikardo	19,5	32,5	18,5	0	0	0	0	0	0	0
Apandika	4,5	6	0,5	4	0	0	0	0	0	0
Aleksander	0	0	10,5	3	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
Willy	26	14	23,5	0	0	0	0	0	0	0
Rehan	13,5	2,5	0	18	0	0	0	0	0	0

9. Dari matriks diatas terlihat bahwa banyaknya garis lurus minimum yang dibutuhkan untuk menutup semua nilai nol dalam matriks adalah sepuluh garis, yang artinya sudah sama dengan banyaknya baris/ kolom, dengan demikian tabel penugasan telah optimal

Tabel 10. Matriks Optimal (Detik)

Jenis Gaya / Perenang	Gaya Bebas (GB)	Gaya Dada (GD)	Gaya Kupu-kupu (GKK)	Gaya Punggung (GP)	Dummy (D1)	Dummy (D2)	Dummy (D3)	Dummy (D4)	Dummy (D5)	Dummy (D6)
Marwandi	0	15,5	12	18	0	0	0	0	0	0
Remondo	16	17,5	22,5	14,5	0	0	0	0	0	0
Romario	25,5	14	2	13,5	0	0	0	0	0	0
Cristian	17	12	16	15	0	0	0	0	0	0
Daniel	16,5	0	0	7	0	0	0	0	0	0
Rikardo	19,5	32,5	18,5	0	0	0	0	0	0	0
Apandika	4,5	6	0,5	4	0	0	0	0	0	0
Aleksander	0	0	10,5	3	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5	5,5
Willy	26	14	23,5	0	0	0	0	0	0	0
Rehan	13,5	2,5	0	18	0	0	0	0	0	0

Kemudian melakukan susunan penugasan.

Dengan diperolehnya matriks yang optimal, maka kita tinggal melakukan penugasan perenang kepada gaya renang yang tepat. Penugasan ini diberikan kepada pasangan assigne-assignment pada kotak yang bernilai nol pada tabel optimal.

Penentuan penugasan sebaiknya dimulai dari baris yang hanya mengandung satu nilai nol. Pada tabel akhir (optimal) tidak terdapat baris atau kolom yang hanya memiliki satu angka nol, sehingga untuk memilihnya dapat kita lihat dari waktu terkecilnya. Hal ini berarti bahwa gaya bebas ditugaskan kepada *Aleksander*. Kemudian pada kolom ke-2, yang kita gunakan adalah nilai nol pada baris ke-5 karena tidak mungkin satu assignee ditugaskan kepada dua assignment. Sehingga gaya dada ditugaskan kepada *Daniel* . Selanjutnya pada kolom ke-3 nilai nol yang kita gunakan adalah nilai nol pada baris ke-10, yang berarti gaya kupu-kupu ditugaskan kepada *Rehan*. Dan yang terakhir gaya punggung ditugaskan kepada *Rikardo*.

Berdasarkan penugasan tersebut, maka perolehan waktu minimal yang diperkirakan pada nomor estafet 4 x 100 meter putra gaya ganti adalah :

Bebas + Dada + Kupu-kupu + Punggung = 76,5 + 86 + 86,5 + 80.5

= 329.5 detik

Nomor Lomba 4 x100 M Estafet Gaya Ganti Putri

Dengan menggunakan langkah-langkah penyelesaian yang sama (seperti pada nomor lomba 4 x 100 m estafet gaya ganti putra di atas) yaiu dengan Metode Hungarian maka diperoleh hasil matriks optimal sebagai berikut :

Tabel 11. Matriks Optimal (Detik)

Jenis Gaya / Perenang	Gaya Bebas (GB)	Gaya Dada (GD)	Gaya Kupu-kupu (GKK)	Gaya Punggung (GP)	Dummy (D1)	Dummy (D2)	Dummy (D3)	Dummy (D4)	Dummy (D5)	Dummy (D6)
Theresia	2,5	14	14,5	0	0	0	0	0	0	0
Dara	4,5	0	26	8,5	5	5	5	5	5	5
Deswita	24,5	7,5	24,5	24	0	0	0	0	0	0
Veronika	14,5	14	30	14	0	0	0	0	0	0
Monika	23	11	14,5	22	0	0	0	0	0	0
Nadia	0	21	0	2	5	5	5	5	5	5
Alpina	16	10	20,5	17	0	0	0	0	0	0
Ropika	21	18	29,5	21	0	0	0	0	0	0
Afriani	0	20,5	32	0	0	0	0	0	0	0
Widia	21	22	13	20	0	0	0	0	0	0

Kemudian melakukan susunan penugasan.

Dengan diperolehnya matriks yang optimal, maka kita tinggal melakukan penugasan perenang kepada gaya renang yang tepat. Penugasan ini diberikan kepada pasangan assigne-assignment pada kotak yang bernilai nol pada tabel optimal.

Penentuan penugasan sebaiknya dimulai dari baris yang hanya mengandung satu nilai nol. Pada tabel akhir (optimal) baris yang dimaksud adalah baris ke-6 dan kolom ke-3. Hal ini berarti bahwa gaya kupu-kupu ditugaskan kepada *Nadia*; dan baris ke-2 pada kolom ke-2. Hal ini berarti bahwa gaya dada ditugaskan kepada *Dara*. Kemudian pada kolom ke-1, yang kita gunakan adalah nilai nol pada baris ke-9 karena tidak mungkin satu assignee ditugaskan kepada dua assignment. Sehingga gaya bebas ditugaskan kepada *Afriani*. Selanjutnya pada kolom ke-4 nilai nol yang kita gunakan adalah nilai nol pada baris ke-1, karena tidak mungkin satu assignee ditugaskan kepada dua assignment, yang berarti gaya punggung ditugaskan kepada *Theresia*.

Berdasarkan penugasan tersebut, maka perolehan waktu minimal yang diperkirakan pada nomor estafet 4 x 100 meter Putri gaya ganti adalah :

Bebas + Dada + Kupu-kupu + Punggung = 79 + 84,5 + 78,5 + 86,5

= 328,5 detik

KESIMPULAN

1. Menggunakan Metode Hungarian diperoleh waktu minimumnya yaitu:
   - lomba renang estafet 4 x 100 meter gaya ganti Putra adalah 329,5 detik.
   - lomba renang estafet 4 x 100 meter gaya ganti putri adalah 328,5 detik
2. Dengan menggunakan metode Hungarian pada masalah Assignment Problem maka telah diperoleh penugasan yang tepat dari Assignee (perenang) kepada Assignment (gaya renang) untuk memperoleh waktu yang optimal.
3. Jika lomba diadakan pada siang hari atau pagi hari, mungkin hasil perolehan waktu optimalnya akan berbeda dikarenakan stamina perenang pasti akan berbeda pada suhu yang berbeda.

SARAN

Penulis menyarankan agar pelatih Tim Renang "Amphibi - Medan" dalam menghadapi lomba renang estafet, menugaskan keempat perenang pada keempat gaya tersebut untuk masing-masing jarak lomba sesuai dengan hasil tulisan ini. Kepada pembaca yang ingin membuat penelitian mengenai penerapan Metode Hungarian pada masalah penugasan, dapat mencobanya untuk masalah-masalah yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

Anton, H. Dan Rorres C. Terjemahan Pantur Silaban. 2005. *Aljabar Linear Elementer.* Jilid2. Jakarta : Erlangga.

Heri, Zulfan. 2007. *Sejarah Teknik Dasar Renang Dan Peraturan Perlombaan Renang.* Medan : UNIMED.

Lumbantoruan. 2010. *Program Linier.* Medan : Fakultas Matematika Dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Paendong Marline dan Jantje D. Prang. 2011. *Optimisasi Pembagian Tugas Karyawan Menggunakan Metode Hungarian.* Manado : FMIPA Universitas SamRatulangi

Rohaeti, Embay dan Fajar Firman Suryaman. 2010. *Aplikasi Metode Hungarian dalam Mengefesiensikan Penentuan dan Meminimumkan Biaya Listrik pada Pengoperasian Pompa Distribusi.* Bogor : FMIPA-UNPAK

Soemartojo, N dan Tapilouw Marthen. 1999. *Program Linear.* Jakarta: Universitas Terbuka.

Subagyo, Pangestu, dkk. 1995. *Dasar-dasar Operation Research.* Yogyakarta: Universitas Gajah Mada.

Susanto, Alvin. 2008. *Penggunaan Algoritma Hungarian Dalam Menyelesaikan Persoalan Matriks Berbobot.* Bandung : ITB.

Zulfikarijah, Fien. *Operation Research.* 2004. Jatim : Bayu Media Publishing.