

BAB I

Pendahuluan

1.1. Latar Belakang Masalah

Model matematika merupakan representasi masalah dalam dunia nyata yang menggunakan bahasa matematika. Bahasa matematika yang digunakan dalam pemodelan meliputi persamaan diferensial, sistem dinamika, statistik, aljabar, analisis, teori permainan, dan lain sebagainya. Adapun salah satu yang menarik dipelajari adalah persamaan diferensial. Sampai saat ini, teori mengenai persamaan diferensial terus dikembangkan, metode yang dipakai untuk menyelesaikan masalah persamaan diferensial pun bermacam-macam, tergantung dari jenis persamaan diferensial yang dipelajari.

Persamaan diferensial adalah suatu persamaan yang melibatkan turunan-turunan dari satu atau beberapa fungsi yang tidak diketahui. Persamaan diferensial biasa hanya melibatkan suatu fungsi yang tidak diketahui dan turunan-turunannya yang semuanya dievaluasi pada saat yang sama, yaitu pada saat t .

Waktu tunda (*time delay*) penting dalam pemodelan masalah nyata sebab keputusan biasanya dibuat berdasarkan informasi pada keadaan sebelumnya. Hal ini penting untuk dipertimbangkan dalam memodelkan pertumbuhan populasi karena laju pertumbuhan populasi tidak hanya bergantung pada jumlah populasi pada waktu sekarang t tetapi juga bergantung pada jumlah populasi pada waktu sebelumnya atau pada waktu $(t - a)$ (Haberman, 1998).

Dalam masalah biologi, sering digunakan model matematika dengan waktu tunda, yang sering disebut dengan persamaan diferensial tunda. Banyak sistem interaksi yang berlangsung dalam ekosistem alami, salah satunya adalah sistem interaksi mangsa-pemangsa (*predator-prey*). Pemangsa merupakan spesies yang pada umumnya ukurannya lebih besar dibandingkan dengan mangsa, sedangkan mangsa adalah spesies yang dimangsa yang pada umumnya ukurannya lebih kecil dari pada pemangsa (William, 2008).

Pemangsa mengontrol ledakan populasi mangsa, dan sebaliknya naik

turunnya populasi hewan mangsa mengontrol populasi pemangsa. Pengontrolan populasi itu menyebabkan ekosistem selalu berada dalam keadaan seimbang. Hubungan antara mangsa dan pemangsa misalnya dalam populasi hewan, yaitu antara cicak-nyamuk, singa-kancil, serta ular-tikus.

Para ahli dinamika populasi telah mengembangkan banyak model matematika untuk menghitung kecepatan pertumbuhan populasi, baik pertumbuhan yang hanya dipengaruhi oleh faktor internal maupun eksternal. Model-model itu antara lain, model pertumbuhan eksponensial, model pertumbuhan logistik, model interaksi *predator-prey*, model interaktif kompetitif. Salah satu persamaan matematik yang telah dikembangkan adalah persamaan model Lotka-Volterra (Susanto,2000).

Model Lotka Volterra pertama kali diperkenalkan oleh Vito Volterra (1860–1940) dan Alfred J. Lotka (1880 –1949). Vito Volterra adalah seorang matematikawan Italia di bidang matematika murni di awal 1920. Humberto D’Ancona anak dari Vito Volterra yang merupakan ahli biologi, mendalami populasi berbagai spesies ikan di Laut Adriatik. Pada tahun 1926, ia melakukan studi statistik jumlah setiap spesies ikan yang dijual di pasar ikan dari tiga pelabuhan: Fiume, Trieste, dan Venice. Dia melihat bahwa selama Perang Dunia I, jumlah pemangsa di laut Adriatik meningkat sementara jumlah mangsa jauh berkurang. Dia menyimpulkan bahwa ini merupakan konsekuensi berkurangnya nelayan karena peperangan yang terjadi antara Italia dan Austria. Ia penasaran mengapa hal itu bisa terjadi di daerah itu. Ia berpikir mungkin Volterra bisa menemukan sebuah model matematika yang mungkin bisa menjelaskan situasi ekologi untuk fenomena itu. Setelah beberapa bulan, Volterra mengembangkan serangkaian model untuk interaksi dua atau lebih spesies. Semenjak itu, Volterra mengembangkan penelitiannya tentang model- model ekologi.

Sementara itu, Alfred J. Lotka (1880–1949), seorang ahli matematika biologi berkebangsaan Amerika merumuskan banyak model yang sama seperti Volterra. Ia menerbitkan sebuah buku berjudul *Elements of Physical Biology*. Contoh utamanya dari sistem mangsa-pemangsa yaitu populasi tanaman (sebagai mangsa) dan hewan herbivora (sebagai pemangsa) yang tergantung pada tanaman sebagai makanannya. Model ini yang sekarang dikenal sebagai model Lotka-Volterra (Saputra,2008).

Jika dimisalkan $x(t)$ adalah kepadatan populasi mangsa pada saat t dan $y(t)$ adalah kepadatan populasi pemangsa pada saat t . Maka model Lotka-Volterra dapat

dikembangkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \alpha x - \beta xy \\ \frac{dy}{dt} &= -\gamma y + \delta xy\end{aligned}\tag{1.1}$$

Walaupun model Lotka-Volterra tidak dapat menggambarkan secara kompleks hubungan antar spesies seperti kejadian nyata di alam, tetapi model sederhana tersebut merupakan langkah awal untuk mengetahui perilaku hubungan antara mangsa dan pemangsa dari sudut pandang matematika. Karena modelnya yang cukup sederhana menyebabkan model ini banyak digunakan sebagai dasar bagi pengembangan model yang lebih realistis. Berbagai asumsi digunakan untuk memodifikasi model interaksi persamaan Lotka-Volterra dengan mempertimbangkan faktor-faktor yang berpengaruh atas pertumbuhan masing-masing spesies mangsa dan pemangsa yang berinteraksi.

Salah satu pengembangan lain dari model Lotka Volterra adalah model yang dilakukan oleh Syafruddin (2015) dan Ritania (2014). Dimana Syafruddin Sidemenyelesaikan persamaan Lotka-Volterra dengan metode transformasi diferensial. Dan Ritania membahas kestabilan populasi pada model Lotka-Volterra tiga spesies.

Metode numerik merupakan suatu metode untuk menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang diformulasikan secara matematis dengan cara operasi hitungan. Metode numerik juga mampu menyelesaikan suatu sistem persamaan diferensial yang besar, non linear, dan sangat kompleks dengan syarat awal yang telah diketahui. Pencarian dengan menggunakan metode numerik menghasilkan nilai perkiraan atau pendekatan dari penyelesaian analitik sehingga penyelesaian tersebut memuat nilai kesalahan.

Dalam Penelitian ini direncanakan menggunakan metode numerik untuk menganalisis model dengan waktu tunda. Analisis untuk model dengan waktu tunda biasanya lebih kompleks dan metode yang telah ditemukan masih sangat sedikit. Simulasi numerik biasanya digunakan untuk menyelesaikan model dengan waktu tunda yang kompleks, dan fasilitas yang ada pada software Matlab, dapat membantu untuk memvisualisasikan solusi dari model persamaan diferensial dengan waktu tunda (Toaha, 2008).

Matlab merupakan suatu program komputer yang dapat membantu

memecahkan berbagai masalah matematis yang kerap kita temui dalam bidang teknis. Kita bisa memanfaatkan kemampuan Matlab untuk menemukan solusi dari berbagai masalah numerik secara cepat, mulai hal yang paling dasar hingga kompleks. Salah satu aspek yang sangat berguna dari Matlab ialah kemampuannya untuk menggambarkan berbagai jenis grafik, sehingga kita dapat memvisualisasikan data dan fungsi yang kompleks (Widiarsono,2005).

1.2. RumusanMasalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang dikemukakan sebelumnya, permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini antara lain:

1. Bagaimana perilaku solusi persamaan Lotka-Volterra dengan menambahkan faktor tunda pada interaksi mangsa dan pemangsa?
2. Dengan pendekatan numerik akan dilihat apakah keadaan keseimbangan persamaan Lotka-Volterra tanpa waktu tunda, sama dengan keadaan keseimbangan persamaan Lotka-Volterra dengan waktu tunda?

1.3. BatasanMasalah

Penelitian ini difokuskan pada perilaku solusi sistem persamaan Lotka-Volterra dengan waktu tunda pada interaksi mangsa dan pemangsa khususnya dilihat pada keadaan seimbangannya.

1.4. TujuanPenelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui perilaku solusi sistem persamaan Lotka-Volterra dengan waktu tunda pada interaksi mangsa dan pemangsa.

1.5. ManfaatPenelitian

Dengan diadakannya penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat sebagai berikut :

1. Bagi peneliti : merupakan media belajar dalam meneliti perilaku solusi sistem persamaan Lotka-Volterra dengan waktu tunda dan memberikan

sumbangan pemikiran berdasarkan disiplin ilmu yang diperoleh dibangku kuliah.

2. Bagi pembaca : memberikan informasi tentang perilaku solusi sistem persamaan Lotka-Volterra dengan waktu tunda.



THE
Character Building
UNIVERSITY