



# PROSIDING



## SEMINAR NASIONAL PEMBELAJARAN MATEMATIKA BERBASIS ICT YANG MENYENANGKAN DAN BERKARAKTER

SENIN, 16 AGUSTUS 2011

Editor :

Hasratuddin  
Muliawan Firdaus  
Said Iskandar Al-Idrus

INFORMATION AND COMMUNICATIONS TECHNOLOGY (ICT)  
MERUPAKAN TUNTUTAN YANG HARUS DIBERLAKUKAN DALAM  
PROSES BELAJAR MENGAJAR MATEMATIKA DEMI MENUJU  
PEMBELAJARAN YANG EFEKTIF, EFISIEN DAN MENARIK

Diterbitkan oleh:

**Universitas Negeri Medan (UNIMED)**

Bekerjasama dengan

**Ikatan Pascasarjana Pendidikan Matematika (IPPM)**

**UNIMED**



**Editor**

**Hasratuddin**

**Muliawan Firdaus**

**Said Iskandar Al-Idrus**

**Tebal Buku**

**224 hal**

**Penerbit**

**Universitas Negeri Medan (UNIMED)**

**THE**  
*Character Building*  
**UNIVERSITY**

**Cetakan Pertama, 2011**

**ISBN : 978-602-8848-49-7**

**Tim Penilai Makalah (Reviewer)**

1. Prof. Dian Armanto, M.Pd., MA., M.Sc., Ph.D.
2. Prof. Dr. Sahat Saragih, M.Pd. (UNIMED)
3. Prof. Dr. Asmin, M.Pd. (UNIMED)
4. Prof. Dr. Tulus, M.Sc. – USU
5. Dr. Marwan Ramli (Unsyiah)



THE  
*Character Building*  
UNIVERSITY

## KATA PENGANTAR

Puji syukur kita panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Kuasa, atas karuniaNya Prosiding Seminar Nasional Pembelajaran Matematika Berbasis ICT yang Menyenangkan dan Berkarakter dapat diterbitkan.

Kegiatan Seminar Nasional Pembelajaran Matematika Berbasis ICT yang Menyenangkan dan Berkarakter ini merupakan kegiatan yang dilaksanakan atas kerja keras oleh Prodi Pendidikan Matematika Pascasarjana dan Ikatan Pascasarjana Pendidikan Matematika Unimed. Seminar ini bertujuan untuk mendapatkan informasi tentang penggunaan ICT dalam pembelajaran matematika yang menyenangkan serta sebagai upaya dalam meningkatkan efisiensi serta efektifitas proses pembelajaran matematika di sekolah khususnya di Sumatera Utara.

Sesungguhnya telah disadari dan dirasakan betapa pentingnya peran ICT pada era globalisasi sekarang ini dalam bidang pendidikan dan pengajaran. Penerapan ICT memiliki keunggulan dalam menyediakan, mendapatkan serta mengolah informasi dalam pendidikan dan pengajaran secara cepat, tepat, mudah dan luas tanpa waktu dan tempat yang terbatas. Sedemikian, kegiatan ini diharapkan dapat menjadi wadah bagi para pendidik, peneliti dan pemerhati pendidikan demi kemajuan bangsa dalam bidang pembelajaran berbantuan ICT yang berkarakter.

Topik diskusi dalam seminar ini antara lain: Reformasi pembelajaran dalam konteks budaya yang berbeda, Penilaian dalam Pendidikan Matematika, Pembelajaran Matematika tingkat SD, SMP dan SMA/ sederajat, Pembelajaran Matematika Berbahasa Inggris, Pendidikan Guru dan Pengembangan Kemampuan Profesional Guru dan Dosen Matematika, Integrasi ICT dalam Pembelajaran Matematika berkarakter, Pemecahan Masalah Matematika, Pembelajaran Pola Berpikir Tingkat Tinggi dalam Matematika, Penelitian Pendidikan Matematika.

Akhirnya, kami mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah ikut berpartisipasi atas penyelenggaraan Seminar Nasional Pembelajaran Matematika Berbasis ICT yang Menyenangkan dan Berkarakter ini sehingga berhasil dengan baik, khususnya kepada Bapak Rektor UNIMED, Direktur Pascasarjana, Prodi Pendidikan Matematika dan Ikatan Pascasarjana Pendidikan Matematika Unimed dan Steering Committee serta semua panitia yang telah bekerja keras dalam mensukseskan kegiatan ini.

Sebagai manusia yang tak luput dari hilaf dan salah, bila ada kelemahan dan kekurangan atas penyelenggaraan Konferensi ini, kami mohon maaf.

Medan, 12 Agustus 2010

Editor

## DAFTAR ISI

Halaman Judul .....	i
Editor.....	ii
Tim penilai makalah .....	iii
Kata pengantar .....	iv
Daftara isi.....	v
<b>MAKALAH UTAMA</b>	
Revolusi Pembelajaran Matematika Berbasis <i>Information And Communication Technology</i> (ICT) Dalam Membangun Karakter ( <i>Character Building</i> ) .....	1
<i>Hasratuddin</i>	
Penggunaan ICT dalam Pembelajaran Matematika .....	21
<i>Yenita Roza</i>	
Paradigma Pembelajaran Matematika Masa Kini dan yang Akan datang .....	32
<i>Ida Karnasih</i>	
Pemakaian Autograph dalam Pembelajaran Matematika Sekolah .....	58
<i>Douglas Butler</i>	
<b>MAKALAH PARALEL</b>	
Aktivitas Belajar Geometri Berbasis Model Van Hiele Berbantuan Software Dinamis Geogebra .....	66
<i>Muliawan Firdaus</i>	
Pemanfaatan Software Game Puzzle Sudoku Dalam Pendidikan Matematika .....	80
<i>Said Iskandar Al-Idrus</i>	
Inovasi Pembelajaran Matematika Melalui Pengintegrasian Teknologi Informasi dan Komunikasi (TIK) untuk Meningkatkan Kreativitas Siswa .....	88
<i>Waminton Rajagukguk</i>	
Upaya Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Melalui Model Pembelajaran Cooperative Integrated Reading And Composition Pada Materi Segi Empat Siswa Kelas VII SMP Negeri 2 Tanjung Pura Ta 2010/2011 .....	104
<i>Asrin Lubis</i>	
Pembelajaran Berbasis ICT .....	121
<i>Mulyono</i>	

Implementasi Penggunaan Software Wingeo Sebagai Media Pembelajaran Matematika...129	
<i>Hamidah Nasution &amp; Arnah Ritonga</i>	
Peningkatan Pemahaman Konsep Siswa Dengan Penemuan Terbimbing Berbantuan Software Autograph .....	135
<i>Vira Afriati</i>	
Geogebra Software Pembelajaran Matematika yang Menyenangkan .....	146
<i>Nurhasanah Siregar &amp; Rika Wahyuni</i>	
Aplikasi Perangkat Lunak <i>Latex</i> Dalam Bidang Matematika .....	152
<i>Yusuf</i>	
Pembentukan Karakter Emosional Dan Kreativitas Melalui Pengembangan Model Pembelajaran Ekspresi Estetika Inovatif Untuk Siswa Pendidikan Dasar .....	161
<i>Wesly Silalahi</i>	
Pemanfaatan Teknologi Informasi Dan Komunikasi Dalam Pembelajaran Matematika..	175
<i>Katrina Samosir</i>	
Fungsi, Manfaat Dan Kontribusi Teknologi Informasi Dan Komunikasi (TIK) dalam Pendidikan Serta Perannya dalam Pembelajaran .....	182
<i>Keysar Panjaitan</i>	
Penerapan Pendekatan Kontekstual Pada Materi Sistem Persamaan Linier Dua Variabel untuk Mengatasi Kesulitan Belajar Siswa SMP Lhokseumawe .....	192
<i>Rosimanidar</i>	
Uji Normalitas dan Homogenitas dalam Penelitian Kuantitatif .....	206
<i>Zul Amri</i>	
Pembelajaran dengan Media Komputer sebagai Salah Satu Sumber Belajar .....	217
<i>Nurliani Manurung</i>	



## UJI NORMALITAS DAN HOMOGENITAS DALAM PENELITIAN KUANTITATIF

Zul Amry

Jurusan Matematika FMIPA Universitas Negeri Medan

Email: [zul.amry@gmail.com](mailto:zul.amry@gmail.com)

### Abstrak

Normalitas dan homogenitas sangat diperlukan dalam penelitian kuantitatif, karena lazim dijadikan asumsi sebagai persyaratan untuk analisis data. Dalam artikel ini akan dipaparkan beberapa uji normalitas seperti uji Kolmogorov-Smirnov, uji Lilliefors, uji Chi-kuadrat, uji Shapiro-Wilk, uji Cramer-Von Mises beserta konsep matematika yang mendasarinya dan uji homogenitas untuk dua populasi, sedangkan uji Barlett diterapkan untuk uji homogenitas dari beberapa populasi.

**Kata kunci:** distribusi normal, fungsi distribusi empiris, homogenitas, uji Barlett

### PENDAHULUAN

Distribusi normal merupakan yang sangat penting dalam statistika khususnya statistika inferensial, karena banyak analisis statistik dalam penelitian kuantitatif umumnya dikembangkan dengan menggunakan asumsi normalitas pada populasinya; biasanya data-data atau statistik yang diperoleh dicocokkan dengan suatu distribusi normal. Terlebih-lebih dengan ditemukannya *teorema limit sentral*; suatu teorema yang menyatakan adanya pendekatan dari suatu distribusi terhadap distribusi normal, maka pemakaian distribusi normal pun semakin berkembang pesat, karena semakin banyak data-data dalam penelitian yang dapat memanfaatkan asumsi normalitas ini untuk keperluan analisis, disamping itu, distribusi-distribusi penting lain seperti distribusi  $t$ , distribusi  $F$  dan distribusi Chi-kuadrat yang banyak digunakan dalam analisis statistik, juga dikembangkan berdasarkan asumsi normalitas pada populasinya.

Dalam tahapan analisis terhadap data suatu penelitian lebih dari satu kelompok populasi, setelah asumsi normalitas masing-masing populasi dapat dipenuhi dan hipotesis statistik telah dirumuskan, tahap berikutnya adalah memilih statistik yang sesuai. Untuk memilih statistik inilah diperlukan persyaratan homogenitas dari populasi.

## Uji Normalitas

Uji normalitas bertujuan untuk mengetahui apakah sampel yang digunakan berasal dari populasi yang berdistribusi normal atau tidak

### Distribusi Normal

#### Definisi 1

Suatu variabel random  $X$  dikatakan berdistribusi normal dengan mean  $\mu$  dan variansi  $\sigma^2$ , apabila mempunyai densitas:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2},$$
$$-\infty < x < \infty, \quad -\infty < \mu < \infty, \quad 0 < \sigma < \infty$$

dengan transformasi  $Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$  persamaan diatas menjadi :

$$\phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2}, \quad -\infty < z < \infty,$$

yang disebut *distribusi normal baku*, dengan mean  $\mu=0$  dan variansi  $\sigma^2=1$ .

Untuk keperluan inferensi statistik, umumnya digunakan distribusi normal baku ini, karena nilai-nilai fungsi distribusinya yang sering diperlukan dalam penentuan daerah kritis dapat diperoleh langsung pada lampiran buku-buku statistika dalam bentuk tabel..

### Fungsi Distribusi Empiris

#### Definisi 2

Jika  $X$  suatu variabel random dengan densitas  $f(x; \theta)$ , maka fungsi distribusi dari  $X$  didefinisikan dengan

$$F(x) = P[X \leq x] = \begin{cases} \sum_{t \leq x} f(t; \theta), & \text{jika } X \text{ diskrit} \\ \int_{-\infty}^x f(t; \theta) dt, & \text{jika } X \text{ kontinu} \end{cases}$$



Definisi 3

Jika  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sampel random berukuran  $n$  dengan statistik order  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ , maka fungsi distribusi empirisnya didefinisikan dengan:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{jika } x < X_{(1)} \\ \frac{k}{n}, & \text{jika } X_{(k)} \leq x \leq X_{(k+1)} \\ 1, & \text{jika } x \geq X_{(n)} \end{cases}$$

***Teorema Kekonvergenan***

Pada dasarnya uji normalitas merupakan bentuk khusus dari ‘goodness –of- fit test’ suatu uji distribusi secara umum yang dikembangkan lewat konsep kekonvergenan dari fungsi distribusi empiris ke fungsi distribusi kumulatifnya yang berakibat pada kekonvergenan pada variabel randomnya.

Definisi 4

Barisan variabel random  $X_1, X_2, \dots, X_n$  dikatakan konvergen dalam peluang (konvergen dalam stokastik) ke  $X$ , jika:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P[|X_n - X| > \varepsilon] = 0, \forall \varepsilon > 0, \text{ ditulis } X_n \xrightarrow{p} X$$

Definisi 5

Fungsi distribusi  $F_n(x)$  dikatakan dalam distribusi [konvergen secara lemah] ke  $F(x)$ , jika

$$\lim_{n \rightarrow \infty} F_n(x) = F(x), \forall x, \text{ ditulis } F_n(x) \xrightarrow{w} F(x)$$

Definisi 6-

Misalkan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variabel random yang bersesuaian dengan fungsi distribusi  $F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x)$ .  $X_n$  dikatakan konvergen dalam distribusi ke  $X$  (ditulis

$$X_n \xrightarrow{d} X), \text{ jika } F_n(x) \xrightarrow{w} F(x)$$

Teorema 1

$$\text{Jika } X_n \xrightarrow{p} X \text{ maka } X_n \xrightarrow{d} X$$

Teorema 2 teorema Glivenko-Cantelli

Fungsi distribusi empiris  $F_n(x)$  konvergen ke  $F(x)$ , yaitu, untuk setiap  $\varepsilon > 0$ ,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left[ \sup_{-\infty < x < \infty} |F_n(x) - F(x)| > \varepsilon \right] = 0$$

Berdasarkan definisi-definisi dan teorema-teorema diatas, yang perlu ditekankan sehubungan dengan tilisan ini adalah jika  $F_n(x) \rightarrow F(x)$  maka  $X_n \rightarrow X$ .

**Beberapa Uji Normalitas**

Uji Kolmogorov-Smirnov

Dalam teori kekonvergenan telah ditunjukkan bahwa fungsi distribusi empiris konvergen ke fungsi distribusi sesungguhnya dengan kata lain bahwa fungsi distribusi sesungguhnya dari populasi dapat diestimasi oleh fungsi distribusi empiris yang berdasarkan pada sampel random. Pada bagian ini akan dibahas suatu cara untuk memutuskan apakah sampel yang digunakan berasal populasi dengan distribusi yang telah ditentukan sebelumnya, khususnya apakah sampel berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Uji Kolmogorov-Smirnov mengembangkan prosedur statistik ini dengan menggunakan jarak tegak maksimum antara kedua fungsi distribusi tersebut.

Andaikan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sampel random berukuran  $n$  dari suatu populasi dengan fungsi distribusi  $F(x)$  yang tidak diketahui dan andaikan pula  $F_0(x)$  suatu fungsi distribusi tertentu [dalam bahasan ini  $F_0(x)$  fungsi distribusi normal, dengan  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ], kemudian akan diuji:

$$H_0: F(x) = F_0(x)$$

lawan

$$H_1: F(x) \neq F_0(x)$$

Uji Kolmogorov- Smirnov mengharuskan menghitung fungsi distribusi empiris  $F_n(x)$  berdasarkan sampel random  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , kemudian menggunakan statistik:

$$D_n = \sup |F_n(x) - F_0(x)|$$

dimana  $D_n$  adalah jarak tegak maksimum antara fungsi distribusi empiris  $F_n(x)$  dengan fungsi distribusi  $F_0(x)$  yang dihipotesiskan. Selanjutnya, mengingat bahwa  $F_n(x) \xrightarrow{P} F_0(x), \forall x$  dan

teorema Glivenko-Cantelli juga menunjukkan bahwa  $F_n(x)$  konvergen ke  $F_0(x)$ . Jadi, dibawah  $H_0$ ,  $D_n$  diharapkan sangat kecil [ $n \rightarrow \infty$ ,  $D_n \rightarrow 0$ ] artinya  $F_n(x)$  makin mirip ke  $F_0(x)$  apabila  $n$  makin besar. Sedangkan untuk sampel besar, aproksimasi fungsi distribusi untuk distribusi sampling  $D_n$  adalah

$$L(z) = \lim_{n \rightarrow \infty} P\left(D_n \leq \frac{z}{\sqrt{n}}\right) = 1 - 2 \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{i-1} 2i^2 z^2$$

nilai-nilai fungsi  $L(z)$  ini telah ditabulasi oleh Smirnov dan dipublikasikan tahun 1948 (Gibbons, 2005) dan beberapa aproksimasi nilai kritis untuk uji hipotesisnya dengan taraf-kepercayaan  $\alpha$  pada

$D_{n, \alpha} = \frac{z_\alpha}{\sqrt{n}}$  adalah sebagai berikut:

$P(D_n > z_\alpha / \sqrt{n})$	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
$z_\alpha$	1,07	1,14	1,22	1,36	1,63

nilai aproksimasi  $D_{n, \alpha}$  ini umumnya digunakan untuk  $n > 40$  (Conover, 1999). Selanjutnya dengan menggunakan tabel diatas, tolak  $H_0$  pada tarap kepercayaan  $\alpha$ , jika  $D_n > D_{n, \alpha}$

Secara teori prosedur uji Kolmogorof-Smirnov dapat digunakan untuk munguji  $H_0 [F(x); X \sim N(\mu, \sigma^2)]$  untuk parameter  $\mu$  dan  $\sigma^2$  diketahui, khususnya untuk  $X \sim N(0,1)$ , tetapi dalam praktek biasanya  $\mu$  dan  $\sigma^2$  tidak diketahui. Penyesuaian prosedur ini kemu-dian dikembangkan oleh Lilliefors.

### Uji Lilliefors

Uji normalitas Lilliefors menggunakan fungsi distribusi dari distribusi normal yang baku dengan memanfaatkan sifat  $\frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0,1)$  apabila  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ .

Andaikan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sampel random berukuran  $n$  dari suatu populasi dengan fungsi distribusi  $F(x)$  yang tidak diketahui. Berdasarkan data sampel, akan diuji apakah  $F(x)$  fungsi distribusi normal atau tidak lewat hipotesis:

$$H_0: F(x) = \Phi\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right] \text{ lawan } H_1: F(x) \neq \Phi\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]$$

Uji normalitas Lilliefors terlebih dahulu membakukan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  menjadi  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  dimana  $Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$ ;  $\mu$  dan  $\sigma$  masing-masing diestimasi oleh  $\bar{X}$  dan  $S$ , dengan :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \text{ dan } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}.$$

Selanjutnya, uji Lilliefors menggunakan statistik:

$$D_n = \sup |F_n(z) - \Phi(z)|$$

dimana  $F_n(z)$  adalah fungsi distribusi empiris dari  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ , dan untuk menguji hipotesis diatas pada taraf kepercayaan  $\alpha$  digunakan nilai kritis  $D_{n,\alpha}$  dan beberapa nilai aproksimasi  $D_{n,\alpha}$  yang sering digunakan untuk  $n > 30$  (Conover, 1999) adalah :

$\alpha$	0,01	0,05	0,10
$D_{n,\alpha}$	$1,0310/\sqrt{n}$	$0,8860/\sqrt{n}$	$0,8050/\sqrt{n}$

### Uji Chi-kuadrat

Andaikan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sampel random berukuran  $n$  dari suatu populasi dengan fungsi distribusi  $F(x)$  yang tidak diketahui, kemudian akan diuji :

$$H_0: F(x) = F_0(x)$$

lawan

$$H_1: F(x) \neq F_0(x)$$

dimana  $F_0(x)$  fungsi distribusi normal, dengan  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , parameter  $\mu$  dan  $\sigma^2$  tidak diketahui.

Untuk keperluan pengujian ini, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut:

- Data sampel disusun dalam daftar distribusi frekwensi yang terdiri atas  $k$
- buah interval  $I_1, I_2, \dots, I_k$  dan tiap kelas interval ini berpeluang memuat
- variabel random, dengan fungsi distribusi  $F(x)$ ;  $P(X \in I_i) = p_i, i=1, 2, \dots, k$
- • Andaikan  $O_1, O_2, \dots, O_k$  masing-masing menyatakan banyaknya data yang

- teramati pada interval  $I_1, I_2, \dots, I_k$  berdasarkan  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , maka vektor  $\mathbf{O} = (O_1, O_2, \dots, O_k)$  berdistribusi multinomial

$$P(O_1=O_1, O_2=O_2, \dots, O_k=O_k) = \frac{n!}{\prod_{i=1}^k O_i!} \cdot \prod_{i=1}^k p_i^{O_i}$$

dengan  $\sum_{i=1}^k O_i = n$ ,  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ ,  $E(O_i) = n p_i = e_i$  dan  $\text{Var}(O_i) = n p_i (1 - p_i)$

- Selanjutnya untuk uji kecocokan, dilakukan dengan membandingkan frekwensi hasil observasi dengan frekwensi harapan (frekwensi teoritis), dengan menggunakan statistik:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - e_i)^2}{e_i} \sim \chi^2(k - 3)$$

dengan  $O_i$  = frekwensi hasil observasi pada interval ke  $i$   
 $e_i$  = frekwensi hasil observasi pada interval ke  $i$

dan keputusan tentang hipotesis; tolak  $H_0$  pada taraf kepercayaan  $\alpha$ , apabila  $\chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2(n)$  ( $\chi_{1-\alpha}^2(n)$  adalah nilai kritis)

### Uji Shapiro-Wilk

Andaikan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sampel random berukuran  $n$  dari suatu populasi dengan fungsi distribusi  $F(x)$  yang tidak diketahui dan untuk menguji hipotesis:

$$H_0 : F(x) = F_0(x)$$

lawan

$$H_1 : F(x) \neq F_0(x)$$

dengan  $F_0(x)$  fungsi distribusi normal, uji Shapiro-Wilk menggunakan statistik:

$$W = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} \left[ \sum_{i=1}^k a_i (X_{(n-i+1)} - X_{(i)}) \right]^2$$

dimana  $\bar{X}$  adalah mean sampel,  $X_{(i)}$  statistik order sampel dari sampel terkecil sampai sampel terbesar ( $X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n)}$ ) dan  $a_1, a_2, \dots, a_k$  dengan  $k \approx \frac{n}{2}$  adalah koefisien ‘uji Shapiro-Wilk’ yang umumnya sudah tersedia pada lampiran buku-buku statistika dalam bentuk tabel. Sedangkan keputusan tentang hipotesisnya pada taraf kepercayaan  $\alpha$  adalah tolak  $H_0$ , apabila  $W > W_{n,\alpha}$  ( $W_{n,\alpha}$  adalah nilai kritis).

### Uji Cramer-Von Mises

Selain dapat dipakai untuk uji distribusi Eksponensial dan distribusi Weibull, uji Cramer-Von Mises dapat pula digunakan untuk uji normalitas dengan menggunakan Estimator Maksimum Likelihood (MLE) dari parameter  $\theta$  yang terdapat pada  $F_0(x; \theta)$ .

Andaikan  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sampel random berukuran  $n$  dari suatu populasi dengan fungsi distribusi  $F(x)$  yang tidak diketahui. Untuk menguji hipotesis:

$$H_0: F(x) = F_0(x; \theta)$$

lawan

$$H_1: F(x) \neq F_0(x; \theta)$$

dimana  $F_0(x; \theta)$  fungsi distribusi normal, dengan  $\theta = (\mu, \sigma^2)$ , uji Cramer-Von Mises menggunakan statistik:

$$CM = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[ F(x_{(i)}; \hat{\theta}) - \frac{i-0,5}{n} \right]^2$$

dimana  $\hat{\theta}$  MLE dari  $\theta$ , yaitu  $\hat{\theta} = (\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2)$ , dengan

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \text{ dan}$$

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

dan keputusan tentang hipotesis, tolak  $H_0$  pada taraf kepercayaan  $\alpha$ , apabila  $CM > CM_{n,\alpha}$  ( $CM_{n,\alpha}$  adalah nilai kritis)

## Uji Homogenitas

Uji homogenitas terhadap sampel bertujuan untuk menyimpulkan apakah kelompok-kelompok sampel yang digunakan berasal dari populasi yang bervariasi sama atau tidak.

### *Uji Homogenitas untuk Dua Kelompok Sampel*

Misalkan  $x_1, x_2, \dots, x_{n1}$  dan  $y_1, y_2, \dots, y_{n2}$  adalah nilai observasi dari sampel random independen masing-masing berasal dari populasi normal  $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$  dan  $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$  dengan variansi sampel  $\sigma_x^2$  dan  $\sigma_y^2$ . Untuk menguji homogenitas antara populasi X dengan populasi Y, hipotesisnya adalah :  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$  vs  $H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ , untuk mengujinya digunakan statistik  $F = \frac{\text{Variansi sampel terbesar}}{\text{Variansi sampel terkecil}}$  dengan daerah kritis  $F > F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1)$  pada taraf kepercayaan  $\alpha$ .

### *Uji Homogenitas untuk k Kelompok Sampel*

Misalkan  $X_1, X_2, \dots, X_k$  adalah k populasi berdistribusi normal yang saling independen dan  $x_{11}, x_{21}, \dots, x_{n1}$  adalah nilai observasi dari sampel random  $X_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ,  $x_{12}, x_{22}, \dots, x_{n2}$  adalah nilai observasi dari sampel random  $X_2 \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$  hingga  $x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}$  adalah nilai observasi dari sampel random  $X_k \sim N(\mu_k, \sigma_k^2)$  dan  $\sum_{i=1}^k n_i = N$ . Untuk menguji homogenitas antara populasi-populasi  $X_1, X_2, \dots, X_k$  hipotesisnya adalah:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2$$

lawan

$$H_1 : \text{ada variansi yang tidak sama}$$

sedangkan untuk menguji hipotesis ini digunakan statistik

$$B = 2.3026 \times \frac{q}{h} \sim \chi^2(k-1),$$

dimana nilai  $q$  dan  $h$  adalah:

$$q = (N-k) \log S_p^2 - \sum_{i=1}^k (n_i-1) \log S_i^2 \quad \text{dan} \quad h = 1 + \frac{1}{3(k-1)} \left( \sum_{i=1}^k \left( \frac{1}{n_i-1} - \frac{1}{N-k} \right) \right)$$

dengan

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (n_i-1) S_i^2}{N-k} \quad \text{dan}$$

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} (x_{ji} - \bar{x}_i)^2}{n_i-1},$$

sedangkan daerah kritis untuk pengujian hipotesis ini pada taraf kepercayaan  $\alpha$  adalah

$$B > \chi_{\alpha}^2(k-1).$$

## PENUTUP

Uji normalitas merupakan kejadian khusus dari 'goodness-of-fit test' yang analisisnya dilakukan melalui fungsi distribusi kumulatif dan fungsi distribusi empiris. Fungsi distribusi empiris dan statistik order merupakan materi penting yang diperlukan dalam pembahasan uji normalitas.

Dianfara uji normalitas yang telah dibahas, uji Lilliefors dan uji chi-kuadrat merupakan uji yang sering digunakan; sebab, disamping lebih praktis, juga hanya memerlukan teori matematika maupun teori statistika yang relatif mudah dipahami.

Dalam pengujian hipotesis statistik pada uji homogenitas, populasi disimpulkan homogen sebagaimana yang umumnya diharapkan para peneliti apabila  $H_0$  diterima, hal ini tentu saja diluar kelaziman dalam perumusan suatu hipotesis, sebab pada umumnya  $H_0$  dirumuskan untuk ditolak.



## DAFTAR PUSTAKA

- Andeson, D. R., Sweeney, D. J. and William, T. A., (2009), *Statistics for Business and economics*, Macmillan Inc.
- Bain, L. J, Engelhardt, M, (2006), *Introduction to Probability and Mathematical Statistics 2<sup>nd</sup>*, Duxbury Press, Belmont, California.
- Conover, W. J, (1999), *Practical Nonparametric Statistics*, Jhon Wiley & Sons, New-York
- Gibbons, J. D. and Chakraborti, S., (2005), *Nonparametric Statistical Inference, Fourth Edition, Revised and Expanded*, Marcel Dekker Inc., New York
- Ross, S., (2009), *Probability and Statistics for Engineers and Scientists, fourth edition*, Elsevier Inc., San Diego.
- Schay, G., (2007), *Introduction to Probability with Statistical Applications*, Birkhauser, Boston.

