

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Teori graf sebagai salah satu cabang matematika sebenarnya sudah ada sejak lebih dari dua ratus tahun yang silam. Jurnal pertama tentang teori graf muncul pada tahun 1736 oleh matematikawan terkenal Swiss bernama Euler. Dari segi matematika, pada awalnya teori graf “kurang” signifikan, karena kebanyakan dipakai untuk memecahkan teka-teki, namun akhirnya mengalami perkembangan yang sangat pesat yaitu terjadi pada beberapa puluh tahun terakhir ini (Budayasa, 2002:2).

Graf merupakan salah satu model matematika yang kompleks dan cukup sulit, akan tetapi bisa juga menjadi solusi yang sangat bagus untuk masalah tertentu. Dalam kehidupan sehari-hari banyak sekali persoalan yang diimplementasikan dengan graf. Teori graf juga ilmu yang sangat unik. Keunikan teori graf karena kesederhanaan pokok bahasannya karena disajikan dalam simpul dan busur (Deo,1974).

Sebuah graf G berisikan dua himpunan yaitu himpunan berhingga tak kosong $V(G)$ dari obyek-obyek yang disebut titik dan himpunan berhingga (mungkin kosong) $E(G)$ yang elemen-elemennya disebut sisi sedemikian hingga setiap elemen e dalam $E(G)$ merupakan pasangan tak berurutan dari titik-titik di $V(G)$.

Ada beberapa macam graf yang telah ditemukan, di antaranya adalah graf pohon. Graf G adalah pohon jika graf G merupakan graf tak berarah terhubung yang tidak mengandung sirkuit. Ada beberapa graf yang termasuk graf pohon salah satunya adalah graf *caterpillar*.

Graf *caterpillar* adalah graf yang jika semua titik ujungnya dihilangkan akan menghasilkan lintasan, dalam hal ini titik ujung dalam graf *caterpillar* adalah titik yang berderajat satu. graf ulat (*caterpillar*) bisa didapatkan dengan menghubungkan simpul pusat c dari graf bintang secara berurutan. Lintasan yang menghubungkan simpul-simpul anting dari barisan graf bintang disebut juga

simpul *backbone* dari graf *caterpillar*. Jika banyaknya simpul anting sama maka graf tersebut merupakan graf *caterpillar* teratur dinotasikan $C_{m,n}$ dengan m adalah jumlah simpul backbone dan n adalah jumlah simpul anting.

Salah satu topik dalam teori graf yang banyak mendapat perhatian adalah pelabelan graf. Pelabelan graf muncul pertama kali pada pertengahan tahun 1960-an setelah sebuah konjektur dari Ringel dan tulisan dari Rosa membahas mengenai pelabelan graf.

Dengan mengkaji dan menganalisis model atau rumusan teori graf dapat ditunjukkan peranan dan kegunaannya dalam memecahkan berbagai permasalahan salah satunya diselesaikan dengan pelabelan graf seperti masalah sektor sistem komunikasi, transportasi, navigasi geografis, radar, penyimpanan data komputer, dan juga desain sirkuit gabungan pada komponen elektronik.

Studi dari pemberian label pada graf telah memfokuskan pada penemuan graf-graf tertentu yang memiliki pelabelan tertentu, sehingga ada banyak jenis-jenis pelabelan, di antaranya adalah pelabelan simpul, pelabelan sisi, pelabelan total, dan pelabelan ajaib, dimana pada pelabelan ajaib terdapat dua kelas, yaitu pelabelan total sisi ajaib dan pelabelan super sisi ajaib.

Pelabelan graf merupakan suatu pemetaan satu-satu yang memetakan himpunan dari elemen-elemen graf ke himpunan bilangan bulat positif, elemen-elemen graf itu sendiri meliputi himpunan titik, himpunan sisi, himpunan titik dan sisi.

Pelabelan titik adalah pelabelan graf dimana domainnya merupakan himpunan titik, pelabelan sisi adalah pelabelan graf dimana domainnya merupakan himpunan sisi, sedangkan pelabelan total jika domainnya merupakan gabungan himpunan titik dan sisi.

Untuk (p, q) graf G dengan p titik dan q sisi disebut total sisi ajaib jika ada fungsi bijektif $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, (p + 1), (p + 2), \dots, (p + q)\}$ (Bača.M & Mirka miller.2008), sehingga ada konstanta k untuk sebarang (u, v) di G diperoleh $f(u) + f(u, v) + f(v) = k$. Sedangkan super sisi ajaib adalah total sisi ajaib pada graf G sehingga $V(G)$ dipetakan ke himpunan $\{1, 2, \dots, p\}$, selebihnya dari $\{(p + 1), (p + 2), \dots, (p + q)\}$ adalah himpunan label sisi. Hal

tersebutlah yang membuat pelabelan super sisi ajaib sangat menarik, karena diharuskan melabeli simpul dengan himpunan $\{1, 2, \dots, p\}$ dan melabeli sisi dengan himpunan $\{(p+1), (p+2), \dots, (p+q)\}$ dan untuk setiap $(u, v) \in E(G)$ berlaku $f(u) + f(u, v) + f(v) = k$. v merupakan simpul yang terhubung langsung dengan simpul u

Penelitian tentang pelabelan super sisi ajaib terus berkembang, hal tersebut diketahui dari banyaknya artikel tentang pelabelan super sisi ajaib dalam beragam kelas graf. Pada tahun (1998) Hikoe Enomoto dkk, melakukan penelitian tentang pelabelan super sisi ajaib pada graf *bipartite* lengkap $K_{m,n}$ untuk $m = 1$ atau $n = 1$ dan diperoleh nilai $k = 3n + 6$.

Selvam Avadayappan dkk (2001), melakukan penelitian tentang pelabelan super sisi ajaib pada graf sikel (C_{2n+1}) disimpulkan bahwa graf sikel merupakan graf super sisi ajaib dan diperoleh nilai $k = 5n + 4$ yang memenuhi pelabelan super sisi ajaib tersebut.

Lalu pada tahun (2014) IW, Sudarsana dkk, melakukan penelitian pada graf gabungan graf ulat dan *bipartite* lengkap dinotasikan dengan graf $K_{n,m} \cup P_{2n}(f_1, f_2, \dots, f_{2n})$ disimpulkan bahwa graf $K_{n,m} \cup P_{2n}(f_1, f_2, \dots, f_{2n})$ merupakan graf super sisi ajaib dan diperoleh nilai konstanta ajaib yang memenuhi pelabelan super sisi ajaib $k = 3n^2 + n + 1$.

Berdasarkan hal di atas, penulis tertarik untuk menulis sebuah penelitian mengenai pelabelan super sisi ajaib, dengan merujuk pada penelitian yang dilakukan IW, Sudarsana dkk penulis ingin menunjukkan bahwa graf ulat (*caterpillar*) merupakan graf super sisi ajaib dan menentukan konstanta ajaib yang memenuhi pelabelan super sisi ajaib. Dengan demikian penulis mengangkat hal tersebut dalam sebuah karya ilmiah dalam bentuk skripsi dengan judul: **“Pelabelan Super Sisi Ajaib Pada Graf Caterpillar Teratur”**.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan Latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Apakah graf *Caterpillar* merupakan graf super sisi ajaib?

2. Bagaimana Pola pelabelan yang memenuhi pelabelan super sisi ajaib pada graf *Caterpillar*?
3. Berapa nilai konstanta ajaib untuk memenuhi pelabelan super sisi ajaib pada graf *Caterpillar* ?

1.3 Batasan Masalah

Penulisan Skripsi ini difokuskan pada pembahasan dengan beberapa batasan masalah sebagai berikut:

1. Pelabelan super sisi ajaib pada penulisan ini hanya dilakukan pada graf caterpillar teratur (C_{mn}) dengan $m = 2$ dan 3 .
2. Pelabelan super sisi ajaib pada penulisan ini hanya dilakukan pada graf caterpillar teratur (C_{mn}) dengan $1 \leq n \leq \infty$.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah maka tujuan penelitian dalam penulisan adalah

1. Menunjukkan bahwa graf *Caterpillar* merupakan graf super sisi ajaib.
2. Menentukan pola pelabelan yang memenuhi pelabelan super sisi ajaib pada graf *Caterpillar*.
3. Mengetahui nilai konstanta ajaib yang memenuhi pelabelan super sisi ajaib pada graf *Caterpillar*.

1.5 Manfaat Penelitian

Penulis berharap agar tulisan ini bermanfaat untuk:

1. Penulis, sebagai sarana dan latihan untuk menambah pemahaman dan penguasaan tentang materi yang diambil dalam penulisan ini.
2. Pembaca, sebagai bahan kajian bagi yang sedang menempuh mata kuliah yang berhubungan dengan materi ini.