

# Bab 1

## Pendahuluan

### 1.1 Latar Belakang Masalah

Pada perkembangan ilmu sekarang, persamaan diferensial sebagai model banyak dijumpai dalam bidang-bidang sains, teknologi (teknik), biologi, ekonomi, ilmu sosial, demografi dan sebagainya. Persamaan diferensial digunakan sebagai alat untuk mengetahui kelakuan ataupun sifat-sifat masalah yang ditinjau. Karena itu penting sekali mempelajari persamaan diferensial. Nababan (1987)

Terdapat dua alasan mengapa persamaan-persamaan linear yang berorde dua menjadi sangat penting dalam mempelajari persamaan diferensial. Pertama, bahwa persamaan-persamaan linear orde dua mempunyai struktur teoritik yang kaya dengan metoda-metoda sistematis dalam menentukan solusi. Dengan Metoda yang sistematis ini, sangat mudah dimengerti untuk level matematika yang sederhana. Alasan kedua adalah tidak mungkin mempelajari lebih jauh mengenai mekanika cairan, aliran panas, gerakan gelombang ataupun fenomena elektromagnetik tanpa menemukan solusi persamaan linear orde dua. Waluya (2006)

Secara umum persamaan diferensial orde dua mendiskripsikan lebih luas variasi dari suatu fenomena. Hal yang sangat berbeda dengan persamaan diferensial orde satu adalah keunikan solusi dari persamaan diferensial orde dua, disyaratkan dengan dua kondisi awal yang harus dipenuhi yakni  $y(t_0) = y_0$  dan  $y'(t_0) = y'_0$ . Pada persamaan diferensial orde satu, solusi total terdiri dari dua komponen yaitu solusi umum dan solusi khusus. Hal yang sama juga terjadi pada persamaan diferensial orde dua yang dengan mudah dapat ditunjukkan secara matematis seperti halnya pada persamaan orde pertama.

Bentuk umum persamaan diferensial orde dua homogen dengan koefisien konstan adalah:

$$a \frac{d^2 y}{dt^2} + b \frac{dy}{dt} + cy = 0 \quad (1.1)$$

Dimana solusinya dapat ditinjau dari 3 kasus, yaitu berdasarkan nilai  $D = b^2 - 4ac$  dari persamaan karakteristiknya:

- dua akar riil berbeda,  $D > 0$
- dua akar sama,  $D = 0$
- dua akar kompleks konjugate,  $D < 0$

Hal yang menarik dalam penelitian ini adalah mengkaji perilaku solusi untuk dua akar kompleks konjugate. Dimana ketika penulis mengamati perilaku solusi untuk kasus dua akar kompleks konjugate, penulis melihat solusi tersebut merupakan gerak harmonik. Sedangkan pada kasus dua akar riil berbeda dan kasus dua akar sama, solusinya bukan merupakan gerak harmonik. Pada kasus dua akar riil berbeda dan kasus dua akar sama, solusinya merupakan gerakan yg teredam kuat dan berupa fungsi eksponensial.

Pada sistem pegas, massa berlangsung terus-menerus tanpa berkesudahan. Kenyataan sesungguhnya adalah gerak osilasi kita amati melemah, dan pada akhirnya berhenti. Gerak demikian dikatakan teredam. Jika hambatan atau gesekan cukup kecil maka benda tersebut akan mengalami redaman. Perlu diketahui bahwa redaman yang dialami oleh benda dengan cukup kecil sehingga untuk kasus seperti ini, osilasi benda menyerupai gerak harmonik. Gerak harmonik adalah gerak periodik yang terjadi secara teratur. gerak periodik yaitu setiap gerak yang terjadi secara berulang dalam selang waktu yang sama. Gerak harmonik mempunyai sifat-sifat yang unik, misalnya panjang gelombangnya yang selalu sama dan tinggi gelombangnya yang ditentukan oleh nilai redaman, kemudian bisa juga pada perbedaan pemberian kondisi awalnya. Dimana kondisi awal terdiri dari dua, yakni : posisi awal dan kecepatan awal. Pada saat suatu sistem persamaan diferensial orde dua diberikan posisi awal yang sama dengan kecepatan awal yang berbeda, maka solusi akan mempunyai titik-titik istimewa, begitu juga sebaliknya, pada saat diberikan posisi awal yang berbeda dengan kecepatan awal yang sama. Ishaq (2007)

Dari latar belakang tersebut penulis ingin mengkaji pengaruh kecepatan awal dan posisi awal pada gerak harmonik solusi persamaan diferensial orde dua dan pada penelitian ini juga dikaji perilaku solusi, terutama melihat titik-titik istimewa

dari solusi tersebut. Penelitian akan dimulai dengan persamaan diferensial orde dua homogen dengan koefisien konstan. Dengan demikian, penulis mengangkat hal tersebut pada sebuah karya ilmiah dalam bentuk Skripsi dengan judul "PERILAKU SOLUSI PERSAMAAN DIFERENSIAL ORDE DUA".

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah yang dikemukakan sebelumnya, permasalahan yang diangkat dalam penelitian ini antara lain:

1. Bagaimana perilaku solusi untuk kasus dua akar kompleks konjugate pada Persamaan Diferensial Orde dua Homogen, ketika diberikan posisi awal yang sama dengan kecepatan awal yang berbeda?
2. Bagaimana perilaku solusi untuk kasus dua akar kompleks konjugate pada Persamaan Diferensial Orde dua Homogen, ketika diberikan kecepatan awal yang sama dengan posisi awal yang berbeda?

## 1.3 Batasan Masalah

Penelitian yang dilakukan dibatasi pada masalah persamaan diferensial orde dua homogen pada kasus dua akar kompleks dengan koefisien konstan dan tanpa gaya luar.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah:

1. Mengkaji perilaku solusi untuk kasus dua akar kompleks konjugate pada Persamaan Diferensial Orde dua Homogen, dengan posisi awal yang sama dan kecepatan awal berbeda.
2. Mengkaji perilaku solusi untuk kasus dua akar kompleks konjugate pada Persamaan Diferensial Orde dua Homogen, dengan kecepatan awal yang sama dan posisi awal yang berbeda.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Dengan diadakannya penelitian ini diharapkan dapat memberi manfaat sebagai berikut :

1. Bagi peneliti : merupakan media belajar dalam meneliti Perilaku Solusi Persamaan Diferensial Orde dua dan memberikan sumbangan pemikiran berdasarkan disiplin ilmu yang diperoleh dibangku kuliah.
2. Bagi pembaca : memberikan informasi tentang Perilaku Solusi Persamaan Diferensial Orde dua.

